This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

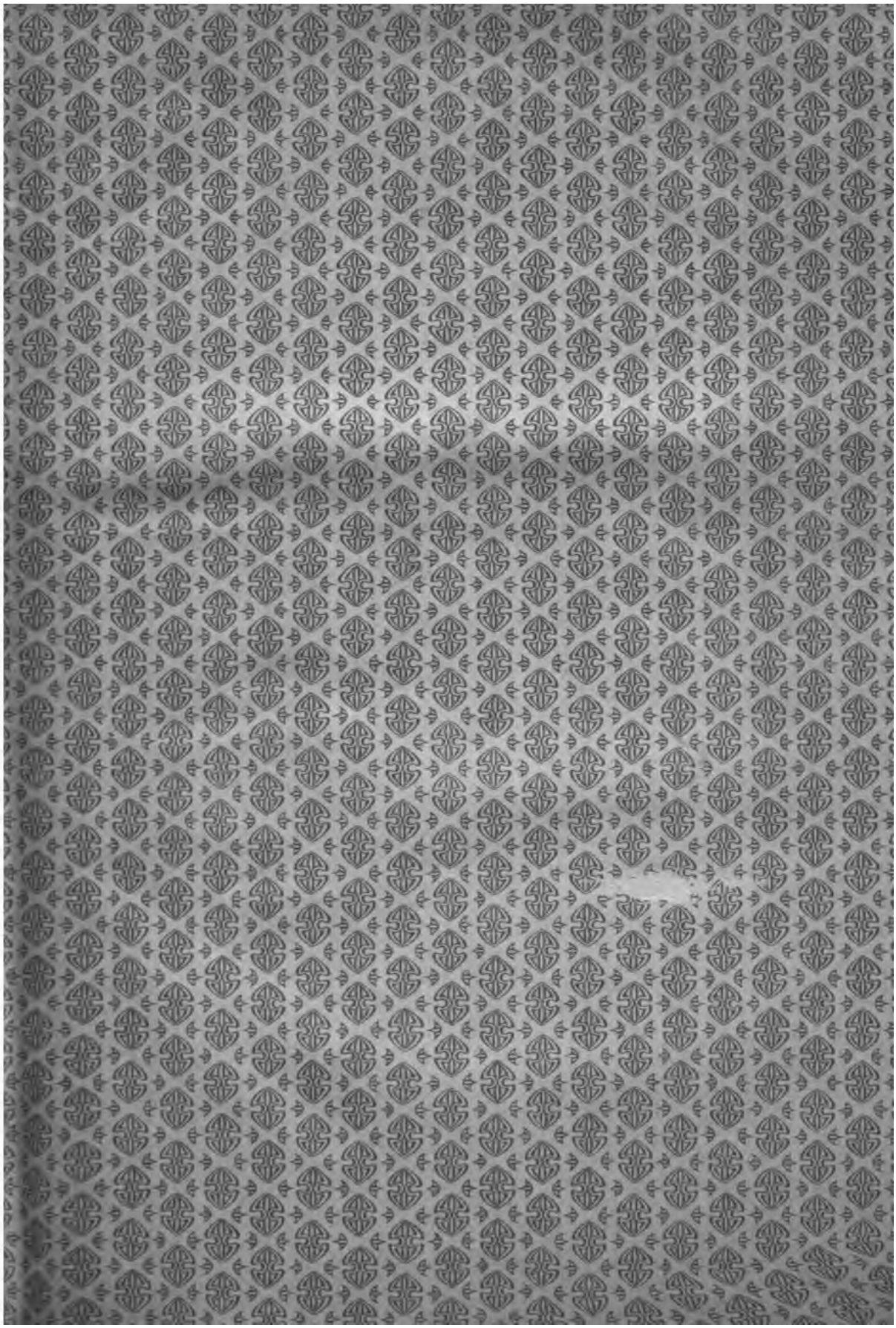
+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Library of the University of Michigan
Bought with the income
of the
Ford - Messer
Bequest



S
1

MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA

DELLE SCIENZE

DI TORINO.

MEMORIE

DELLA

REALE ACCADEMIA

DELLE SCIENZE

DI TORINO.

TOMO XXIV.

TORINO

DALLA STAMPERIA REALE

MDCCCXX.

INDICE

DEL TOMO XXIV.

Elenco degli Accademici nazionali . . . . . *pag.* VII
Doni fatti alla Reale Accademia delle scienze dal dì 5 marzo 1818 al dì 10 gennajo 1820. XIII

CLASSE

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE.

Mémoire sur l'époque du retour au Périhélie de la comète de l'année 1759. Par M. le Baron Damoiseau . . . . *pag.* 1
Démonstration des formules de M. Gauss pour déterminer le jour de Pâque suivant les deux calendriers Julien et Grégorien. Par M. le Chevalier Cisa de Grésy 77
Sull' elettricità del sangue nelle malattie: Saggio di esperimenti fatti dal Medico Carlo Francesco Bellingeri 107
Sulla elettricità dei liquidi minerali. Memoria del Medico Carlo Francesco Bellingeri 141
Mémoire sur des machoires et des dents du Mastodonte dit Mammouth, trouvées fossiles en Piémont. Par M. Etienne Borson 160
Observations sur les ailes des hyménoptéres. Par M. le Docteur Jurine 177
Osservazioni sul peritoneo e sulla pleura. Del Professore Luigi Rolando 215
La Meteorologia Torinese, ossia risultamenti delle osservazioni fatte dal 1757 al 1817. Del Professore A. M. Vassalli-Eandi 229
Mémoire sur les transcendantes Elliptiques 2.me partie. Par M. Géorge Bidone 255

Monographia ichneumonum Pedemontanae regionis. Auctore J. L. C. Gravenhorst . . . . . *pag.* 275
Solution de différens problèmes relatifs à la loi résultante de l'attraction exercée sur un point matériel par le cercle, les couches cylindriques, et quelques autres corps qui en dépendent par la forme de leurs élémens. Par. M. le Prof. Plana 389
Elogio del Prof. Brugnone. Dal Prof. Giacinto Carena . . 451
Memoria sull'elettricità dell'orina. Del Medico Carlo Francesco Bellingeri 459
Continuazione sopra le ricerche fisico-chimiche de' prodotti del *Prunus lauro-cerasus* di Linneo, e particolarmente sopra gli elementi costituenti l'olio volatile, ottenuto col mezzo delle ripetute distillazioni. Di Giuseppe Lavini 479
Description d'une nouvelle espèce de poisson de la Méditerrannée, appartenant au genre Trachyptère, avec des observations sur les caractères de ce même genre. Par. F. A. Bonelli. 485
Mémoire sur le mouvement de rotation d'un corps autour de son centre de gravité. Par M. le Chevalier Cisa de Grésy. 495
Phyteuma Charmelioides descriptum et Icone illustratum. Auctore Johanne Biroli 577

CLASSE

DELLE SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE.

Appendice all' esame critico del primo viaggio di Amerigo Vespucci al nuovo mondo. Di S. E. il sig. Conte Gianfrancesco Galeani Napione di Cocconato . . . . . *pag.* 3
Discorso intorno alla fertilità del Piemonte. Di S. E. il sig. Conte Prospero Balbo 53
Notizia intorno ad un' operetta inedita del Principe Raimondo Montecuccoli, ed argomenti dell' autenticità di essa. Di Giuseppe Grassi 103

+ Inscriptio praestantissima reperta in Sardinia edita ab J. Vernazza pag. — — — — 51

ELENCO

DEGLI ACCADEMICI NAZIONALI.

Presidente

S. E. Conte Prospero Balbo, Ministro, e Primo Segretario di Stato per gli affari interni, Capo della Regia Università e del Magistrato della Riforma, Cavaliere di Gran Croce della Sacra Religione ed Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, de' Decurioni della Città di Torino, socio di molte Accademie.

Vice-Presidente

Conte Giuseppe Audiberti, primo Medico delle LL. MM., Capo del Magistrato del Protomedicato, membro del Magistrato de' Conservatori generali di Sanità, Direttore generale delle Vaccinazioni, Professore emerito nella Regia Università, Medico generale del Regio esercito.

Segretario Perpetuo

Abate Anton-Maria Vassalli-Eandi, Professore emerito di Fisica nella Regia Università, Direttore della Specola, e del Museo di Storia naturale, Professore di Fisica nella R. Accademia Militare.

Tesoriere

Lodovico Bellardi, membro del Magistrato del Protomedicato, Dottore collegiato di Medicina.

CLASSE DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE.

Accademici residenti in Torino.

Direttore

Conte Giuseppe Audiberti predetto.

Segretario

Giacinto Carena, Professore di Filosofia, Professore straordinario degli studi Fisici nella R. Accademia Militare.

Accademici

Giovanni Antonio Giobert, Professore di Chimica generale, ed applicata alle arti nella Regia Università.

Ignazio Michelotti, Ispettore di ponti e strade, Professore emerito di Matematica nella Regia Università, de' Decurioni della Città, membro del Consiglio d' Architettura.

Francesco Rossi, Professore emerito di Chirurgia.

Conte Michele Saverio Provana, Riformatore della Regia Università, Cavaliere dell' Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, de' Decurioni della Città di Torino.

Giorgio Bidone, Professore d' Idraulica nella R. Università.

Giovanni Plana, Professore d' Analisi nella Regia Università, e di Matematiche nella Regia Accademia Militare, Regio Astronomo.

Franco Andrea Bonelli, Professore di Zoologia nella Regia Università.

Vittorio Michelotti, Professore di Chimica Medico-Farmaceutica nella Regia Università.

Luigi Rolando, Professore di Notomia nella R. Università.

Cavaliere Tommaso Asinari Cisa di Gresy, Professore di Meccanica nella Regia Università.

Abate Stefano Borson, Professore di Mineralogia nella R. Università.

Conte Antonio Vagnone.

Carlo Francesco Bellingeri, Dottore Collegiato di Medicina.

Accademici non residenti in Torino.

Conte Bertholle t, Pari di Francia, in Parigi.

Cavaliere Vichard di S. Real, Intendente generale della Marina, in Genova.

Giuseppe Gautieri, Inspettore generale de' boschi, in Milano.

Ambrogio Multedo, Professore emerito di Matematica, in Genova.

G-A. Borgnis, Ingegnere civile, in Parigi.

Giambattista Balbis, Professore di Botanica, in Lione.

CLASSE DELLE SCIENZE MORALI, STORICHE, E FILOLOGICHE.

Accademici Nazionali residenti in Torino.

Direttore

Marchese Ottavio Falletti di Barolo, Gentiluomo di Camera di S. M.

Segretario

Barone Giuseppe Vernazza di Freney, Cavaliere dell'Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Consigliere di S. M., e del Serenissimo Principe di Carignano.

Accademici

S. E. Conte Giuseppe Amedeo Corte di Bonvicino, Cavaliere dell'Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro, Primo Presidente, Controllore generale delle Regie Finanze.

Contessa Diodata Roero di Revello, nata Saluzzo.

Conte Emanuele Bava di San Paolo, Gentiluomo di Camera onorario di S. M., Cavaliere di Gran Croce dell'Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro.

S. E. Conte Gian-Francesco Galleani-Napione di Cocconato, Sopraintendente, e Presidente Capo de' Regi Archivi di

Corte, Consigliere di Stato di S. M., e Riformatore della Regia Università.

Cavaliere Cesare Saluzzo, membro del Collegio delle Arti, Comandante in secondo e Direttore generale degli Studi nella Reale Accademia Militare, Segretario di S. M. del Consiglio permanente di Conferenze, Cavaliere dell' Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro.

Conte Giuseppe Franchi di Pont, Condirettore del Museo d' Antichità nella Regia Università.

Conte Provana predetto.

Professore Carena predetto.

Lorenzo Pecheux, primo Pittore di S. M., Cavaliere dell' Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro.

Carlo Boucheron, Segretario di Stato onorario, Professore di Eloquenza Latina e Greca nella Regia Università, Professore di Belle Lettere nella Regia Accademia Militare.

Amedeo Peyron, Teologo Collegiato, Professore di Lingue Orientali nella Regia Università.

Giuseppe Grassi.

Giuseppe Biamonti, Professore di Eloquenza Italiana nella Regia Università.

S. E. Conte Giuseppe Maistre, Ministro di Stato, e Reggente la Grande Cancelleria, Cavaliere di Gran Croce dell' Ordine militare de' Ss. Maurizio e Lazzaro.

Accademici non residenti

Carlo Fea, Bibliotecario della Chigiana, in Roma.

Conte Saverio Maistre, Generale negli Esesciti dell' Imperatore di tutte le Russie.

Giorgio Maria Raymond, R. Professore a Ciamberì.

Gianbernardo Derossi, Professore di Lingue Orientali in Parma.

Giuseppe Francesco Tochon, membro della Real Accademia delle Iscrizioni e Belle Lettere di Parigi.

Conte Francesco De-Loche de Mouxy, Maggiore generale nelle R. Armate, in Ciamberì.

Cavaliere Don Ludovico Baille, Segretario della R. Società Agraria ed Economica di Cagliari.

DONI

FATTI

ALLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE

ADUNANZA delli	*dal dì 5 marzo 1818 al dì 10 gennajo 1820.*	DONATORI i signori
5 marzo 1818.	Calendario istorico ossia Diario della storia del Piemonte per l'anno 1818, dell' Avvocato *Modesto Paroletti.* Torino 1818, in-16.	Paroletti.
	Statistica odontalgica del Piemonte, ed in ispecie di Torino, per l'anno 1817, del Cavaliere *Vittorio Cornelio* Chirurgo-dentista onorario di S. M., ed ordinario di S. A. R. il Principe di Carignano ecc. Torino 1818, in-8.°	Cornelio.
	Précis topographique et géologique sur l'île de la Martinique, par le Chef d'escadron *Alexandre Moreau de Jonnès*, correspondant de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut ecc.	Moreau de Jonnès.
	Observations pour servir à l'histoire de la fièvre jaune des Antilles, suivies de tables de la mortalité des troupes Européennes dans les Indes Occidentales, par M. *Alexandre Moreau de Jonnès.*	
26 marzo.	Les trois âges ou les jeux olympiques, l'amphithéâtre et la chevalerie. Paris. Mai 1816.	Roux.
	Osservazioni sopra i monti che circonscrivono il distretto di Belluno, di *Tommaso Antonio Catullo* membro di varie Accademie. Verona 1818.	Catullo.

26 marzo 1818. Analisi ed osservazioni sulle acque termali di Craveggia. Memoria di *Rocco Ragazzoni* Dottore in medicina e chirurgia, Professore di filosofia nel Real Collegio di Pallanza. Novara 1816. — RAGAZZONI.

Memoria intorno ad alcuni fenomeni geologici, del Cavaliere *Giambattista Venturi* Professore emerito dell' Università di Pavia, membro del C. R. Istituto di scienze ed arti in Milano ecc. Pavia 1817. — VENTURI.

Memoria intorno alla vita del Marchese *Gherardo Rangone* letta al Cesareo R.° Istituto di scienze in Milano il giorno 11 dicembre 1806. Del medesimo. Modena 1818.

7 maggio. Memorie della Società Italiana delle scienze residente in Modena. Tom. XVIII, fascicolo 1.° delle memorie di matematica. — SOCIETÀ ITALIANA DI MODENA.

Fridericus Barbaroux a Bibiana philosophiae et medicinae Doctor, amplissimi Taurinensis Medicorum Collegii candidatus. Dissertationes. Aug. Taurin. 1818. — BARBAROUX.

Notizie dei Professori del disegno da Cimabue in quà: opere di *Filippo Baldinucci* Fiorentino accademico della Crusca nuovamente date alle stampe con varie dissertazioni, note ed aggiunte da *Giuseppe Piacenza* Torinese, membro della Reale Accademia delle scienze, primo Architetto di S. M. Vittorio Emanuele Re di Sardegna ecc. vol. 5.° Torino 1817 in-4.° — PIACENZA.

Osservazioni sul clima, sul territorio, e sulle acque della Liguria marittima di un coltivatore di Diano, vol. 2.°, parte 3.ª Genova 1818. — BIANCHI.

Nuovo stabilimento di bagni d' acque minerali e medicate in Oleggio, coll' aggiunta di un cenno teorico- — PAGANINI.

pratico sui medesimi del Medico-Chirurgo *Pietro Paganini.* Lugano 1818.

14 maggio 1818 — Manuale tipografico del Cavaliere *Giambattista Bodoni,* 2 vol. in-4.° Parma presso la Vedova. 1818. — La Vedova Bodoni.

La Cantica ossia dramma profetico riguardante i fatti che appartengono alla Redenzione, tradotta letteralmente in latino, e fedelmente in italiano, coll' aggiunta della spiegazione completa del residuo di lingua punica conservato nel Penolo di Plauto, ed un progetto di pasigrafia, e di noemografia, di *Francesco Ricardi* di Oneglia. Genova 1818. — Ricardi.

4 giugno. — Il Pittore originale poemetto didascalico del Pittore, e Poeta Innocenzio Ansaldi di Pescia, pubblicato per la prima volta dal Canonico *Domenico Mureni.* Firenze 1816. — Mureni

11 detto. — Histoire naturelle des crustacés des environs de Nice. Paris 1818, 1 vol in 8.° con tre tavole in rame. Del signor *Risso.* — Risso.

17 gennajo 1819 — Vera idea della tragedia di Vittorio Alfieri, ossia la dissertazione critica sulla tragedia di Vittorio Alfieri, dell' Avvocato Giovanni Carmignani Professore di diritto criminale nell' Università di Pisa, coronata dall' Accademia di Lucca, li 18 maggio 1806, confutata dall'Avvocato *Gaetano Marré* Professore di diritto commerciale nella R. Università di Genova. Genova 1817, 2 vol. in-8.° — Marré.

Elogio del Professore in medicina Amedeo Gioanetti, scritto dal Conte *Giuseppe Ignazio Ghiliossi* di Lemie, Procuratore generale del Commercio ecc. Torino 1818. — Ghiliossi.

Nuovi saggi della Cesareo-Regia Accademia di scienze, lettere ed arti di Padova, vol. 1.° Padova 1817, in-4.° — Accademia. di Padova.

17 gennajo 1819 Transactions of the American philosophical Society held at Philadelphia, for promoting useful Knovvledge, vol. I. Nevv series. Philadelphia 1818, in-4.° — Società filosofica di Filadelfia.

Jordani Ruffi Calabrensis Hippiatria nunc primum edente *Hieronymo Molin* Foroiulensi M D, et in gymnasio Patavino medicinae veterinariae Professore Patavii 1818, 1 vol in-8.° — Molin.

Imperiale Regia Accademia delle Belle Arti in Milano. Programma pei grandi concorsi nell' anno 1819. — Accademia di Milano.

Vita di Cristoforo Colombo scritta e corredata di nuove osservazioni, di note storiche-critiche, e di un' appendice di documenti rari e inediti, del Cavaliere *Luigi Bossi*, membro del C. R. Istituto delle scienze ecc. Milano 1818, 1 vol. in-8.° — Bossi.

Traité complet de mécanique appliquée aux arts, contenant l'exposition méthodique des théories et des expériences les plus utiles pour diriger le choix, l'invention, la construction et l'emploi de toutes les espèces de machines; par M. J. A. *Borgnis*, ingénieur et membre de plusieurs Académies. *Composition des machines.* Paris 1818, in-4.° — Borgnis.

Analisi dell' opera intitolata: Ratio Instituti Clinici Romani a primo ejus exordio ad kal. septembris anni 1816 exposita a I. de Mattheis. Fatta dal Dottor *Francesco Fantini* Professore onorario dell'Università di Pisa. — Fantini.

Prodromo di ricerche sperimentali sul gas illuminante applicato a vari oggetti di privata e di pubblica economia, del Cavaliere *Giovanni Aldini* membro del R.° I. Istituto di Milano ecc. Milano 1818. — Aldini.

17 gennajo 1819 Voyages physiques dans les montagnes de la Martinique, à la recherche des volcans éteints de cette île. in-8.° — Moreau de Jonnès.

Due lettere del Cavaliere *Giambattista Venturi* date da Milano al suo collega ed amico il sig. Pietro Configliachi. 1818, in-4.° — Venturi.

Sulla vita del Cavaliere Giambattista Bodoni, sul catalogo di sue edizioni, e manuale tipografico, del medesimo. Del Cavaliere *Giambattista Venturi*. Milano 1818, in-8.°

Carta di Reggio di Lombardia fatta sotto la direzione del Cavaliere Professore *Venturi*.

Monographia Ichneumonum pedestrium, praemisso proemio de transitu et mutabilitate specierum et varietatum. Auctore J. L. C. *Gravenhorst* philos. Doctore hist. nat. prof. publ. ord. in Universitate Vratislaviensi. Lipsiae G. J. Göschen. 1815. — Gravenhorst.

Asterum herbaceorum Monographiae edendae ratio. 1818, C. G. *Nees ab Esenbek* — Nees ab Esenbek.

Caroli Francisci Josephi Bellingeri a S. Agatha Derthonensi Phil. et Med. Doctoris, amplissimi Medicorum Collegii candidati. Dissertationes. Aug. Taurinorum 1818. — Bellingeri.

Dissertazione sul libro di Giob., di *Francesco Ricardi* di Oneglia, in-8.° — Ricardi.

Histoire militaire du Piémont par le Comte *Alexandre de Saluces*, Colonel commandant la Légion Royale légère, commandant général du Cordon. Ouvrage couronné par l'Académie Royale des sciences, 5 vol. in-8.° — Saluzzo.

Quando e come abbiasi a permettere il pascolo ne' boschi — Gautieri.

17 gennajo 1819 sì resinosi che da fronda, sì d' alto fusto, che cedui ; Memoria di *Giuseppe Gautieri* Ispettore generale dei boschi nel regno Lombardo-Veneto, diretta al signor Antonio Psalidi. Milano 1816, 1 vol. in-8.°

Nozioni elementari sui boschi ad uso degl' impiegati de' boschi : di *Giuseppe Gautieri* Ispettore generale de' boschi, approvata da S. E. il Senatore Ministro delle finanze. Milano 1812, 1 vol. in-8.° GAUTIERI.

Sulla necessità di stabilire una direzione generale per lo scavo delle miniere, e de' fossili, e per le manifatture loro relative nella Repubblica Italiana; Memoria del signor *Giuseppe Gautieri*, Segretario della Società mineralogica di Jena in Sassonia per l'Italia, e membro di varie Accademie, e Società letterarie. Milano 1814, vol. 1 in-8.°

Untersuchung uber die Entstehung Bildung und den Bau des Chalcèdons und der mit ihm verwandten Steinarten insbensondere aber des Chalcédons von Tresztya in Siebenbürgen von *Joseph Gautieri*. Jena. boy J. G. Voigt 1800, 1 vol. in-8.°

Dei vantaggi e dei danni derivanti dalle capre in confronto alle pecore ; trattato di *Giuseppe Gautieri*. Milano 1816, 1 vol. in-8.°

Confutazione dell' opinione di alcuni mineraloghi sulla volcaneità de' monticelli collocati tra Grantola e Cunardo nel dipartimento del Laris di *Giuseppe Gautieri* membro del corpo legislativo ecc. Milano 1817, 1 vol. in-8.°

Dello influsso de' boschi sullo stato fisico de' paesi, e sulla prosperità delle nazioni. Memoria di *G. Gautieri*. Milano 1817, 1 vol. in-8.°

17 gennajo 1819 Prospetto di tutti li concimi Europei, corredato dalle relative dilucidazioni, deduzioni e ricerche. Di *Giuseppe Gautieri*. Milano 1819, 1 vol. in-8.° — GAUTIERI.

Della Romanticomachia, libri quattro. Torino 1818, 1 vol. in-8.° — FALLETTI. DI BAROLO.

Discorso letto nella grande Aula dell' Imperiale Regio Palazzo delle scienze e belle arti, in occasione della solenne distribuzione dei premi. Milano 1818, 1 vol. in-8.° — L' ACCADEMIA DI MILANO.

Mémoires publiés par l'Académie de Marseille. Tom. X et XI. Marseille 1812 e 1813, 2 vol. in-8.° — L' ACCADEMIA DI MARSIGLIA.

Annales des mines ou recueil de mémoires sur l'exploitation des mines ecc. Tom. 1.er, année 1816. Paris, et tom. 2, année 1817, et première livraison de 1818. — IL CONSIGLIO DELLE MINIERE.

Programme des prix proposés par l'Académie Royale des sciences, belles-lettres et arts de Lyon pour 1819. — L' ACCADEMIA DI LIONE.

Prospetto sull' uso di pastiglie di nuova invenzione per le lampade specialmente delle chiese. Del signor *D. Gorzio*. — GORZIO.

Esprit de la méthode d'éducation de Pestalozzi, suivie et pratiquée dans l'Institut d'éducation d' Yverdun en Suisse, par M. *Marc-Antoine Jullien*, Chevalier de la légion d'honneur, membre de la Société philotecnique de Paris ecc. Milan 1812, 2 vol. in-8.° — JULLIEN.

Lettera di Sua Santità Pio VII a Madama vedova *Bodoni*, in data del dì 1.° di luglio 1818, e fatta stampare dalla medesima su carta velina grande in foglio col carattere Papale Saluzzo del manuale tipografico. — LA VEDOVA BODONI.

Accademia degli immobili, Poesie. Alessandria 1818, 1 vol. in-4.° — ACCADEMIA DEGL' IMMOBILI.

17 gennajo 1819 Mémoires pour servir à l'histoire naturelle des abeilles solitaires, qui composent le genre *Halicte*. Par *C. A. Walckenaer*, membre de l'Institut Royal de France, ecc. Paris 1817, 1 vol. in-8.° WALCKENAER.

Observations sur la fièvre adynamique par le Docteur, *I. L. R. Kerckoffs*, officier de santé en chef de l'hôpital militaire et de la garnison d'Anvers, des Académies de Turin, de Rouen ecc. Anvers 1818, 1 vol. in-8.° KERCKOFFS.

Prospetto de' risultamenti ottenuti nella Clinica medica dell' I. R. Università di Padova nel corso dell'anno scolastico 1816, 1817, del signor Consigliere e Professore *V. L. Brera*, compilato dal Dottore Pietro Dall' Oste medico-assistente nella scuola Clinica ecc. Padova 1818, 1 vol. in 8.° BRERA.

Prospetto delle letture della sessione di Padova del Cesareo-Regio Istituto di scienze, lettere ed arti nel corso dell'anno accademico 1816-1817. Padova 1817, in-4.° L' ACCADEMIA DI PADOVA.

Traité complet de mécanique appliquée aux arts, contenant l'exposition méthodique des théories et des expériences les plus utiles pour diriger le choix, l'invention, la construction et l'emploi de toutes les espèces de machines, par *M. I. A. Borgnis*, Ingénieur et membre de plusieurs Académies. *Des machines employées dans les constructions diverses.* Paris 1818, 1 vol. in-4.° BORGNIS.

Del compressore elastico delle ernie. Notizia seconda di *Vittorio Cornelio*. Torino 1818. CORNELIO.

Memorie dell' Istituto nazionale italiano, Classe di fisica e matematica Tom. II, parte I.ª e II.ª Bologna 1808, 1810, e Classe di scienze morali, politiche, di letteratura, belle arti ecc. Bologna 1813, 3 vol. in-4.° ISTITUTO ITALIANO

17 gennajo 1819. Atti della distribuzione de' premi d'industria fattasi nel dì 4 ottobre 1818, onomastico di S. M. I. R. A., con analogo discorso di S. E. il Conte di Strassoldo. Milano 1818, in-8.° — Istituto italiano

Programme adressé par un ordre du cabinet à l'Académie de Berlin pour ouvrir par sa publication un concours relatif au magnétisme animal, in-8.° — Accademia di Berlino.

Programme des prix proposés au concours par la 2.me Classe de l'Institut Royal des sciences, de littérature et des beaux-arts dans les Pays-Bas dans sa séance publique de 1818, in-4.° — L' Istituto dei Paesi-Bassi.

Quaestio quam Academiae Borussicae classis physica certamini litterario in annum 1820 proponit mense julio an. 1818, in-8.° — Accademia di Prussia.

Programma di concorso dell' Imperiale Reale Accademia delle belle arti di Firenze, in-4.° — L'Accademia di Firenze.

Prospero Balbo Comiti, et Equiti Commend. magno torque equitum SS. Mauritii, et Lazzari insignito etc. Auctore *Josepho Anselmio*. Aug. Taurin. 1818. — Anselmi.

Orazione latina e un' ideata correzione al sistema di pubblica istruzione ecc. Di Giuseppe Anselmi, Professore nell' Accademia militare. Torino 1818, 1 vol. in-8.°

Le jardin de St.-Sébastien, soit catalogue des plantes qu'on y cultive, avec des notes sur quelques espèces nouvelles ou peu connues. Par le Marquis *De Spin*, ancien Lieutenant-Colonel d'infanterie, aide-de-champ du Roi Victor-Amé, Commandeur etc., membre de la Société d'agriculture de Turin. Turin 1818, in-8.° — Di Spigno.

Opuscoli scientifichi. Tomo 1.° Bologna 1817, 1 vol. in-4.°, ed i cinque primi fascicoli del 1818. — I Professori di Bologna Editori.

17 gennajo 1719. Sei opere stampate in lingua Biscayna cioè: BALDO.

1.° Meditacioneac gei premiatsuenen gainean, Cembait abisuekin Othoitcekin eta bicitceco Erregela bateckin. Arima Jaincotiarren oneraco Bayonaco diocesaco Elizagizon batec eginac = I Partea = Bayonan, Cluseau anayen baithan, Jaun Aphezpicuaren = Imprimat çaileac 1809, 1 vol. in-8.°

2.° Testamen Çaharreco eta Berrico historioa. M. de Royamontec eguin içan duenetic berriro escararat itçulia: Exemplu eta erreflexione sainducquin, bi Liburutan eçarria. Lehenbicico liburua. Testamen Çaharra - Bayonan, Fauvet - Duharten Imprimerian eguina 1775. Permissionearequin, 1 vol. in-8.°

3.° Eucologia - ttipia edo eliçaco liburua bayonaco, diocesacotz, Ceiñetan baitdire, Breviario eta Missel berrien arabera cantatcen - diren guciac. Yauna Aphezpicuaren manuz imprimatua. Bayonan, Cluzcau baithan, Jauna Aphezpicuaren. Imprimatçailea, 1817, 1 vol. in-8.°

4.° Exercicio spirituala, Bere Salbamendua Eguiteco desira duten Guiristiñoentçat laguntça handitacoa. Edicione Berria. Ordinarioco Meça latinaz emendatua. Bayonaco gure Jaun Aphezpicuaren Permissionearequin. Bayonan. M. Cluzeau baithan, Jaun Aphezpicuaren. Imprimatçaileae, 1 vol. in-12.

5.° Guiristonoqui Bicitceco eta hiltceco Moldea, Ceinetan causitcen bai dire egunaren Guiristinoqui iragateco Moldea, Meça sainduco, Hagoniaco, Cofessioco, eta Communioneco, Othotçac, Igandeco Bezperac, Ilhabetearen egun gucietaco Meditacioneac; Arima penatuen

Contsolamenduac eta Conscienciaren examina. Bayonan Michel Cluzeau baithan Jaun Aphezpicuaren. Imprimatçaileae, 1 vol. in-12.°

7 febbrajo 1819. Mémoires de la Classe des sciences mathématiques et physiques de l'Institut de France, années 1813, 1814, 1815. Paris 1818, 1 vol. in-4.° L'Istituto di Francia.

Mémoires de l'Académie des sciences de l'Institut de France, année 1816. Tom. 1.er Paris 1818, 1 vol. in-4.°

Histoire et mémoires de l'Institut de France, Classe d'histoire et de littérature ancienne, tom. 3.e et 4.e Paris 1818, 2 vol. in-4.°

Notice et extraits des manuscrits de la bibliothèque du Roi, et autres bibliothèques publiés par l'Institut Royal de France; faisant suite aux notices et extraits lus au Comité établi dans l'Académie des inscriptions et belles-lettres, tom. X. Paris 1818, 1 vol. in-4.°

Recherches sur la durée de la gestation et de l'incubation dans les femelles de plusieurs quadrupèdes et oiseaux domestiques; par M. *Tessier*, membre de l'Académie Royale des sciences etc. Tessier.

O Geodezyi przez Michała Pelke Polinskiego doktora Filosofii, savoir: de la Géodésie par *Michel Pelka-Polinski* Docteur en philosophie. W. Wilnie Drukiem Jòseea Zavvadzkiego Typografa Imper. Wilen. unisvver. 1816, in-4.° Polinski.

Początki Trigonometryi płaskiéy przez Michała Pelke Polinskiego Flozofii Doktora, Nauczyciela Matematyki. Savoir: Élémens de Trigonométrie plane, par Michel Pelka-Polinski Docteur en philosophie, Professeur de mathématiques. W. Wilnie. W. Drukarni, Diecezalney u XX. Missyonarzòvv. 1816, in-8.°

11 febbrajo 1819. Abrégé de la vraie méthode de lire et comprendre l'Hébreu qui a été perdu pendant la dernière captivité des Juifs à Babylône, et maintenant recouvré par *François Ricardi*, d'Oneille. Genova 18 vol. in — RICARDI.

28 detto. Commedie di *Alberto Nota*. Edizione seconda corretta ed accresciuta dall' autore. Torino 1818, 4 vol. in-8.° — NOTA.

Dei mali che epidemicamente regnarono nelle Città di Novara e suo contado durante l'anno 1817. Commentario patologico clinico, di *Giuseppe Ramati*, medico primario dell' Ospedale maggiore ecc. Milano 18 . in-8.° — RAMATI.

Viaggio al lago di Garda, e al Monte Baldo ec., aggiuntovi un cenno sulle curiosità del Bolca, e degli altri monti Veronesi. - Di *Ciro Pollini*, Dottore in medicina e chirurgia, ecc. Verona 1816, 1 vol. in-8.° — POLLINI.

4 marzo. Eusebii Pamphili Chronicorum Canonum libri duo. Opus ex Haicano codice a Doctore Johanne Zohrabo Collegii Armeniaci Venetiarum alumno diligenter expressum et castigatum Angelus Majus et Johannes Zohrabus nunc primum conjunctis curis latinitate donatum, notisque illustratum, additis graecis reliquiis ediderunt. Mediolani Regiis typis 1818, 1 vol. in-4.° grande. — S. A. S. IL PRINCIPE DI CARIGNANO.

14 detto. Vita di Jacopo Durandi Cavaliere e Consigliere dell' ordine militare de' SS. Maurizio e Lazzaro, Presidente nella Regia Camera de' Conti, scritta da *P. De-Gregory*. Torino 1817, in-8.° — DEGREGORY.

Imperiale Regio Istituto Politecnico di Vienna. Milano 1818, in-8.° — PRINCIPE DI STARHENBERG.

Dichiarazione relativa all' articolo inserito a carte 265 del num. IX del Giornale Enciclopedico di Napoli. Settembre 1818. — VENTURI.

Dei combustibili fossili del Piemonte. Dissertazione di *Rocco Ragazzoni*, Dottore di medicina e chirurgia, ecc., premiata dall' Accademia Reale delle scienze di Torino. Novara 1819, in-8.° — Rocco Ragazzoni

L'attraction détruite par le mouvement primordial, ou théorie nouvelle du cours des corps célestes et du mouvement, par M. le Comte *de Zuylen de Nyevelt*, lieutenant-général ecc. Bruxelles 1818, in-8.° — Zuylen de Nyevelt.

4 aprile 1819 — Compte rendu des travaux de l'Académie Royale des sciences, belles-lettres et arts de la ville de Lyon pendant le 2.e semestre de l'année 1818, par *N. F. Cochard* président. Lyon 1819, in-8.° — Accademia di Lione.

Effemeridi medico-metereologiche manuscritte dai 16 agosto 1741 ai 31 di maggio 1746. — S. E. Conte Balbo.

Essai sur les monumens publics à élever aux hommes qui ont rendu des services à la patrie ecc., par M. le Comte *de Villeneuve-Bargemont*, président de l'Académie Royale de Marseille ecc., in-8.° — De Villeneuve Bargemont.

Discours d'ouverture prononcé par M. le Comte de Villeneuve préfet des Bouches du Rhône ; président de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Marseille, à sa séance publique du 5 avril 1818.

Notice sur la Sainte-Baume, lue à la séance publique de l'Académie Royale de Marseille le 31 août 1817, par M. le Comte de Villeneuve. Marseille 1818, in-8.°

Notice historique sur la ville de Nerac, ses environs ecc., par Christophe Villeneuve-Bargemont, 1817, in-8.°

Voyage dans la vallée de Barcellonette, département des Basses-Alpes, par C. de Villeneuve-Bargemont, Agent, 1815, in-8.°

4 aprile 1819 Del sovescio e nnovo sistema di coltura fertilizzante senza dispendio di concio - di *G. A. Giobert*. Torino 1819, 1 vol. in-8.° GIOBERT.

Solution du problème economico-politique concernant la conservation ou la suppression de la culture du riz en Lombardie et Basse-Italie, avec l'indication des moyens propres à former des rizières sans porter atteinte à la salubrité publique. Turin 1818, 1 vol. in-8.° DEGREGORI.

Del morbo mercuriale ossia ricerche sulla storia e natura della malattia prodotta nell' umana costituzione dall' uso del mercurio, con osservazioni ecc., di Andrea Mathias, presidente nell' ospedale di Westminster, e membro del Reale Collegio de' Chirurghi in Londra. Versione italiana del Dottore *Tommaso Gensana*, socio corrispondente della Reale Accademia delle scienze di Torino ecc. Milano 1818, 1 vol. in-8.° GENSANA.

Le Sphinx ou la Nomothétique Sehélienne, n.° 1, par Hoëné Wronski. Paris 1818, 1 vol. in-4.° WRONSKI.

25 aprile Opuscoli scientifici di Bologna, fascicolo XII, 1818, fascicolo XIII, 1819, in-4.° GLI EDITORI.

Notizie sulla vita e sugli studii di Antonio Cagnoli, compilate dal socio sig. *Francesco Carlini*, inserite nel tomo XVIII degli atti della Società italiana delle scienze, residente in Modena. Modena 1819, in-4.° CARLINI.

27 maggio Esquisse d'un essai sur la philosophie des sciences, contenant un nouveau projet d'une division générale des connaissances humaines, par M. *Marc-Antoine Jullien* de Paris, Chevalier de la légion d'honneur ecc. 1819, in-8.° JULLIEN.

Rapport fait au Conseil de l'administration de la

Société, pour l'enseignement élémentaire, par M. Marc-Antoine Jullien de Paris, au nom d'une Commission spéciale pour les livres élémentaires. Paris 1819, in 8.°

31 maggio

Transactions of the Royal Society of Edinbourg. Edinbourg-Printed sor J. Dickson Bookseller to the Royal Society. Solò in London by T. Cadell, in the strand. 1788-1818, vol. 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 in-4.° — Società' Reale d'Edinborgo.

Riflessioni intorno ad alcune dottrine fondamentali della moderna Chimica, lette all' I. R. Accademia Pistojese dal Dottore Pietro Michelacci, in-8.° — Petrini.

Traité sur les champignons comestibles, contenant l'indication des espèces nuisibles, précédé d'une introduction à l'histoire des champignons, par *C. H. Person*, correspondant de la Société Royale de Gottingue ecc. Paris 1818, 1 vol. in-8.° — Person.

Memorie della Società italiana delle scienze, residente in Modena, tom. XVIII, fascicolo primo delle memorie di fisica, 1 vol. in-4.° — La Società' Italiana.

Le Sphinx n.° 2 par Hoëné *Wronski*. Paris 1819, 1 vol. in-8.° — Wronski.

Introduzione alla meccanica della materia, del Cavaliere *Leopoldo Nobili* di Reggio. Milano 1819, 1 vol. in-8.° — Nobili.

Quod felix fortunatumque sit Reginae Mariae Theresiae; Edyllium *Faustini Gagliuffi*. Genuae 1819 in-8.° — Gagliuffi.

Sperienze sopra il sistema nervoso, del sig. Dottore Filippo Wilson, tradotte dall'Inglese dal Dottor *Carlo Ormea*, coll' aggiunta di note ecc. Pavia 1818. — Ormea.

Memoria mineralogico-chimica sopra l'acqua minerale di Civillina, scoperta dal signor *Giovanni Catullo*, a — Catullo.

cui si aggiungono le storie delle malattie sanate con la medesima. Verona 1819.

20 giugno. Trésor des origines et dictionnaire grammatical raisonné de la langue Française, par *Charles Pougens*, de l'Institut de France ecc. Specimen. Paris 1819 1 vol. in-4.° — Pougens.

Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei ordinate ed illustrate con annotazioni del Cavaliere *Giambattista Venturi*, professore emerito dell'Università di Pavia, membro del Cesareo Regio Istituto di scienze ecc. sino alla fine del 1616. Modena 1818, 1 vol. in-4.° — Venturi.

Prospetto Clinico delle principali malattie state curate nello stabilimento de' bagni minerali, del Dottor *P. Paganini*. Milano 1819, in-8.°. — Paganini.

Osservazioni sullo *Julus fœtidissimus*, del Dottore *Paolo Savi*, ajuto del professore di botanica nell'Università di Pisa. Bologna 1819, in-4.° — Savi.

Adresse patriotique aux officiers de santé militaire de l'Helvétie, par le Citoyen *Des-Granges*, Docteur en médecine etc. Lausanne 1799. — Des Granges.

Instruction sur les moyens d'administrer du secours aux personnes noyées pour les rappeler à la vie, secours également applicables au traitement de toute aphixie etc. Lausanne 1795.

Programma dell'I. R. Istituto di scienze, lettere ed arti di Milano intorno alle terre figuline, per l'anno 1820. — L'Istituto di Milano.

27 giugno. Opuscoli scientifici di Bologna, fascicolo XIV, 1819 in-4.° — Gli Editori.

21 novembre. De' contagi e della cura de' loro effetti. Lezioni medico-pratiche del Cavaliere *Luigi Brera*, M. D. Consigliere di governo ecc. Padova 1819, 2 vol. in-8.° — BRERA.

Programmi pei grandi concorsi dell' Imperiale Reale Accademia delle belle arti in Milano per l' anno 1820. — ACCADEMIA DI MILANO.

Saggio teorico-pratico sul sistema di mutuo insegnamento. Genova 1819.

Antonii Bertolonii Med. Doct. in Archigymnasio Bononiensi botanices professoris etc. Amoenitates Italicae, sistentes opuscula ad rem herbariam et zoologiam Italiae spectantia. Bononiae 1819, in-4.° — BERTOLONI.

Abhandlungen der Koniglichen Akademie der Wissenschasten in Berlin aus den jahren 1814-1815. Nebst der Geschichte der Akademie in diesem Zeitraum. Berlin, in der Realschul Buchandlung 1818, in-4.° — ACCADEMIA DI BERLINO.

Jacobi Bernoulli Profess. Basil. et utriusque societatis Reg. scientiar. Gall. et Pruss. sodal. Mathematici celeberrimi ars conjectandi, opus posthumum. Accedit tractatus de seriebus infinitis, et epistola gallice scripta de ludo pilae reticularis. Basileae 1713, in-4.° — S. E. CONTE BALBO.

Essai d'analyse sur les jeux d'hasard, seconde édition revue et augmentée de plusieurs lettres. Paris 1813, in-4.°

The doctrinae of chances: or a method of calculating the probabilities of events in Play. The third édition fuller clearer end mor correct than the former. By A de Moivre fellovv of the royal Society etc. London 1756, in-4.°

Catalogi duo, primus auctorum omnium, alter rerum antiquarum ex quibus triginta tria volumina antiquitatum graecarum Romanarumque congesta sunt. Venetiis 1755, in-8.°

21 novembre

Élémens de sphère à l'usage de la jeunesse, avec des notes biographiques sur les Astronomes et autres savans, tant anciens que modernes qui ont enrichi l'astronomie et les sciences par de précieuses découvertes. Par *P. A.*, correspondant de l'Académie Royale des sciences, littérature et beaux arts de Turin. Avec des figures. Lausanne 1817, in-8.° — APPIA.

Discorso in lode di Luigi La-Grange recitato dal professore Giambattista Magistrini nella Pontificia Università di Bologna pel solenne aprimento dell'anno scolastico 1818-19. Bologna 1819, in-4.° — VIOTTI.

Narrazione dell'origine, propagazione, andamento, cura, esito del tifo contagioso che ha regnato nella Città di Padova ne' primi otto mesi dell'anno 1817. Padova 1818, in-8.° — ZECCHINELLI.

Alcune riflessioni sanitario-politiche sullo stato attuale della Pellagra nelle due provincie di Belluno e di Padova confrontato collo stato in cui era in addietro. Del Dottore *Gio. Maria Zecchinelli*, R.° Ispettore sanitario ecc. Padova 1818, in-8.°

Commentationum de oenomania seu ebriositate continua intermittente Pars prima, auctore *Antonio Maria Salvatori*, medicinae et chirurgiae Doctore, Ordinis Persici solis secundae classis, Equite ecc. Petropoli 1819, in-8.° — SALVATORI.

Delle influenze morali. Opere del sig. *Pietro Schedoni*. Seconda edizione riveduta dall'autore, ed ampliata di molti articoli, fra quali uno sopra il divorzio, ed uno sopra Roma. Modena 1815, 2 vol. in-8.° — SCHEDONI.

Trattato teorico-pratico di stenografia italiana secondo il sistema universale del Taylor compilato dal Geometra — MILANESIO

21 novembre Antonio Milanesio, segretario e misuratore per S. M. nell'Azienda generale d'artiglieria, ecc. Torino 1819, in-4.°

Opuscoli scientifici di Bologna, fascicolo XV. 1819, in-4.° GLI EDITORI.

Traité complet de mécanique appliquée aux arts, contenant l'exposition méthodique des théories et des expériences les plus utiles pour diriger le choix, l'invention, la construction et l'emploi de toutes les espèces de machines, par M. *I. A. Borgnis*, ingénieur et membre de plusieurs Académies. *Dès machines hydrauliques et des machines d'agriculture.* Paris 1819, 2 vol. in-4.° BORGNIS.

Sopra la relazione che esiste tra i calori specifici e i poteri refringenti delle sostanze gazose. Memoria del signor Cavaliere *Avogadro*, professore di fisica a Vercelli, inserita nel tomo XVIII degli atti della Società italiana, residente in Modena. Modena 1818, in-4.° AVOGADRO.

Di un nuovo fenomeno osservato nell' urto dell'acqua. Memoria del signor Cavaliere *Giuseppe Morosi*, membro dell' Imperiale Regio Istituto di scienze, lettere ed arti in Milano ecc. Milano 1819, in-4.° MOROSI.

Recherches expérimentales sur l'application extérieure de la vapeur pour échauffer l'eau dans la filature de la soie, par le Chevalier *Aldini*, membre de l'Institut Impérial de Milan, professeur émérite à Bologne ecc. Traduit de l'Italien sur la seconde édition, et augmentée. Paris 1819, in-8.° ALDINI.

Général Vievvs on the Application of galvanisme to medical purposes; principally in cases of suspended animation. By John Aldini, honorary member of the royal humane Society ecc. London 1819, in-8.°

21 novembre

Due esemplari di un disegno inventato e fatto dal signor *Monticoni*, rappresentante una scena della tragedia del signor Stanislao Marchisio, che ha per titolo *Il Mileto*; stampato dalla Stamperia Litografica di Torino. — Monticoni.

Notice sur le Nhandirobe (Fevillea L.), et sur les propriétés du fruit de l'une des espèces de ce genre, par M. *Drapiez*, professeur de chimie et d'histoire naturelle, membre de plusieurs Académies. Bruxelles, in-8.° — Drapiez.

Notice sur le Succin, et particulièrement sur celui découvert à Trahenières, province du Hainaut, par M. Drapiez, professeur de chimie et d'histoire naturelle etc. Bruxelles, in-8.°

Prodromo di ricerche sperimentali sul gas illuminante applicato a varii oggetti di privata e di pubblica economia. Del Cavaliere *Giovanni Aldini*, membro dell'Imperiale Regio Istituto di Milano ecc. 1818, in-8.° — Aldini.

Ricerche sperimentali sull' esterna applicazione del vapore all' acqua delle filande da seta, del Cavaliere Giovanni Aldini, membro dell' Imperiale Regio Istituto di Milano ecc. Milano 1818, in-8.°

Sur les Jachères. Par M. *Drapiez*, professeur de chimie et d'histoire naturelle, membre de plusieurs Académies. Bruxelles, 1819, in-8.° — Drapiez.

Mémoire sur l' arrosement dans les Cevennes. Par M. *d'Hombres-Firmas*, Chevalier de la légion d'honneur, membre de plusieurs Sociétés savantes etc. Paris 1819, in-8.° — d'Hombres-Firmas.

Mémoire de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France. Année 1817, tom. II, 1819, in-4.° — Istituto di Francia.

21 novembre

Iscrizioni poste ai ritratti dei benefattori dell' ospedale maggiore degl' infermi della Città di Fossano, fedelmente raccolte, coll'aggiunta delle lettere corrose, dal Sacerdote *Giovanni Vincenzo Cometti.* Cuneo 1818, in-4.° — Cometti.

Memoria sopra una gravidanza estrauterina di *Lorenzo Rizzo*, Dottore in filosofia e medicina, professore sostituito nella Regia Università di Catania, 1819 in-8.° — Rizzo.

Mémoires sur la nature et le traitement de plusieurs maladies. Par *Antoine Portal*, premier médecin du Roi, professeur de médecine au Collège Royal de France, etc. Tom. quatrième, contenant des observations et des remarques sur plusieurs maladies du coeur, sur les inflammations des membranes, le vomissement, les antidotes ou contre-poisons, et sur quelques autres points d'anatomie médicale. Paris 1819, in-8.° — Portal.

Ad funus Regis Karoli Emanuelis A. D. X. kal. novembres MDCCCXIX in templo Corporis Christi. Auctore M. X. P. Decur. — La Città' di Torino.

Analisi delle considerazioni medico-pratiche sul vajuolo spurio o ravaglione, del signor Dottor *Giuseppe Montesanto.* Padova 1819, in-8.° — Montesanto.

Osservazioni meteorologiche fatte alla Regia Specola di Torino dal 1787 al 1818, 2 vol. in-4.° — Vassalli-Eandi.

Elementi di fisica e chimica dietro le più recenti scoperte di Giorgio Adolfo Suckovv, Dottore in medicina e filosofia, Consigliere Aulico ecc. Tradotti dal Tedesco da *G. Primo*, Sotto-Ispettore alle polveri e nitri nel Regno Lombardo-Veneto. Milano 1816, 4 vol. in-8.° — Primo.

21 novembre — Il prof. *Vassalli-Eandi* Direttore della Specola presentò ogni mese le tavole delle osservazioni meteorologiche fatte alla Regia Specola di Torino nel mese precedente. — VASSALLI-EANDI

Scuola della puerizia fatta acconcia ai due sessi. Di *Giuseppe Anselmi*, Prete: prof. alla Regia Accademia militare. Parte prima, Scuola dell'infanzia. Torino 1819, 3 vol. in-12. — ANSELMI.

28 novembre — I proverbi di Salomone tradotti dal testo originale dal Cavaliere *G. Bernardo De-Rossi*, Preside della facoltà Teol., e professore di lingue orientali. Parma 1815, 1 vol. in-24. — DE-ROSSI.

Introduzione allo studio della lingua Ebrea, dell'importanza di questo studio, e della maniera di ben instituirlo. Del Cavaliere G. Bernardo De-Rossi, Preside della facoltà Teol., e professore di lingue orientali. Parma 1815, 1 vol. in-8.°

Sinopsi della Ermeneutica Sacra o dell'arte di ben interpretare la Sacra Scrittura. Del professore G. Bernardo De-Rossi, Preside della facoltà teologica e Riformatore nel Magistrato Supremo dell'Università. Parma 1819, 1 vol. in-8.°

Introduzione alla Sacra Scrittura, che comprende le prenozioni più importanti relative ai testi originali e alle loro versioni. Del prof. G. Bernardo De-Rossi, Preside della facoltà teologica. Parma 1817, 1 vol. in-8.°

12 dicembre — De la constitution intime des gaz et de leur capacité pour le calorique. Par M. *Joseph Mollet*, membre et secrétaire de l'Académie de Lyon. Lyon 1817, 1 vol. in-8.° — MOLLET.

Anatomes Physiologica auctore *A. Rolando* in Regio Taur. Athenaeo anatomes professore, magistr. Protomed. a consil., medico aulico, et vaccinico consessu provinciae Taurinensis, Italicae, Senensis, et Taurin. Acad. Socio. Augustae Taurinorum 1819, 1 vol. in-8.° — Rolando.

19 dicembre — Osservazioni e ricerche mineralogico-chimiche sopra alcune valli dell' Ossola, del chimico *Gaetano Rosina*; coll' aggiunta di un metodo economico per estrarre l'oro da una miniera di quei dintorni riputata finora incoltivabile. Milano 1819, 1 vol. in-8.° — Rosina.

Culture de l'Abeille. Par M. le général Comte *De Loche*, in-12. — De-Loche.

Comptes rendus des travaux de l'Académie Royale des sciences, belles-lettres et arts de Lyon pendant les deux semestres de l'année 1819. Par M. Clerc, professeur de mathématique et de physique au Collège Royal, président du premier semestre; et par M. Guerre, Avocat en la Cour Royale, président du second semestre. Lyon 1819, 1 vol. in-8.° — Accademia di Lione.

Quaestio quam Academiae Regiae Borussicae classis historica et philologica certamini litterario in A. MDCCCXIX proponit repetita in conventu memoriae Leibnitianae dicato sollemni anniversario d. Jul. III a MDCCCXIX. — Accademia di Berlino.

Nel funebre attestato di rispetto verso l' augusta memoria del Re Carlo Emanuele IV dalla Molto Reverenda Arciconfraternita dello Spirito Santo. Del Sacerdote *Lampiani.* — Lampiani.

Narrazione della battaglia di S. Quintino, vinta dal Duca di Savoia Emanuele Filiberto l' anno 1557. Del signor *Giuseppe Grassi.* Torino 1819. — G. Grassi.

9 gennajo 1820	Calendario georgico della Reale Società Agraria di Torino per l'anno 1820, compilato da un membro della medesima.	La Reale Società' agraria.
	Memoria sopra l' allacciatura delle arterie del Dottore *Andrea Vacca-Berlinghieri*, professore di clinica chirurgica nell' Imperiale e Reale Università di Pisa, Cavaliere dell' ordine del merito sotto il titolo di S.. Giuseppe, e membro di molti illustri Accademie Europee. Pisa 1819, 1 vol. in-8.°	Vacca-Berlinghieri.
	Prospetto de' risultamenti ottenuti nella clinica medica dell' Imperiale Regia Università di Padova pel corso dell' anno scolastico 1817-1818 dal signor Cavaliere e Professore *V. L. Brera*; compilato dal Dottore Pietro Dall' Oste, medico-assistente nella scuola clinica ecc., con un' appendice al ricettario aggiunto al prospetto clinico dell'anno scolastico 1816-1817. Padova 1819, 1 vol. in-8.°	Brera.
	Tavola delle osservazioni meteorologiche fatte alla Reale Specola in dicembre 1819.	Vassalli-Eandi.
	Compendio delle osservazioni meteorologiche fatte nell' anno 1819.	
28 febbrajo 1819	Due mostre di Corindone smeriglio del Comune di Traverselle nella valle di Brozzolo ritrovato dai fratelli Perotti negli anni 1818 e 1819.	Vagnone.
25 aprile	Una spezie di coltre fatta con tele o bozzoli di ragni.	Policarpo Cacherano d' Osasco.
31 maggio	Parecchie mostre di pietre, colle quali sono stati costrutti alcuni monumenti di architettura Romana tuttora esistenti in Aosta.	Conte De-Loche.
20 giugno	Nido di formiche trovato nell' interno di una piramide di legno di quercia. Dono del signor *Giuseppe Rodolfo*.	Rodolfo.

21 novembre

Quarzo micaceo-aventurino preso nel 1819 in sulla cima del Monte Rosa dal signor *Zumstein*, detto De-la-Pierre. ZUMSTEIN.

Quattro farfallette (tinee) prese dal predetto in sulla sommità del Monte Rosa.

Premières observations météorologiques faites au sommet du Mont Rose le 12 août 1819. Par Joseph de Franc. *Zumstein* dit De-la-Pierre.

Medaglia dell' abate *Canterzani*. PROFESSORI DI BOLOGNA.

Parecchie lamine di materia combustibile, ossia stoppini economici per uso di far lume, e togliere il fumo alla fiamma, ancorchè s' adoperi olio di cattiva qualità. GORZIO.

Una lucerna di latta, invenzione del signor *Giambattista Bacolla*, e appropriata all' uso dei predetti stoppini. BACOLLA.

MEMORIE

DELLA CLASSE

DI

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE.

MÉMOIRE

SUR

L'ÉPOQUE DU RETOUR AU PÉRIHÉLIE DE LA COMÈTE DE L'ANNÉE 1759.

PAR M.r LE BARON DAMOISEAU,

CHEF DE BATAILLON, SOUS-DIRECTEUR D'ARTILLERIE (*)

Lu dans la séance du 7 janvier 1818.

La Comète observée en 1531, 1607, 1682 et 1759, ayant éprouvé dans son mouvement, par l'action planétaire, des inégalités principalement sensibles dans les intervalles de son retour au périhélie, on ne pouvait espérer d'en prédire le prochain retour, sans déterminer préalablement les altérations provenantes des actions de Jupiter, Saturne et Uranus.

Dans cette recherche, qui fait l'objet de ce Mémoire, on suppose l'orbite de la Comète comme une ellipse sans cesse variable : l'altération de chaque élément est alors exprimée par l'intégrale d'une fonction différentielle qu'on

(*) Ce Mémoire a remporté le prix proposé par l'Académie en 1812.

obtient d'une manière très-approchées par de simples quadratures.

Le calcul des perturbations de 1682 à 1759 devenait indispensable pour connaître le mouvement moyen diurne au périhélie de 1759; il en est résulté pour l'altération de l'anomalie moyenne, pendant cette période,

16188″ par l'action de ♃
518 ♄
324 ♅

ce qui a donné 45″,78050 pour le mouvement moyen diurne au périhélie de 1682; sa variation dans le même intervalle a été de

0″,315794 par l'action de ♃
0,031985 ♄
0,013138 ♅

par conséquent ce mouvement était de 46″,14142 à l'instant du passage au périhélie de 1759.

En partant de ce dernier résultat, on a déterminé les perturbations depuis 1759 jusqu'au prochain périhélie, et l'on a trouvé pour l'altération de l'anomalie moyenne,

1542″ par l'action de ♃
1963 ♄
209 ♅

d'où l'on a conclu que l'intervalle entre le passage au périhélie en 1759, et le prochain passage par ce point sera de 28007 jours; ce qui, à compter du 12 mars 1759 origine de cette période, répond au 16 novembre 1835 pour le tems où la Comète passera au périhelie.

DÉVELOPPEMENT DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES,

qui déterminent les variations des élémens de l'orbite de la Comète.

Soient x, y, z, les coordonnées de la Comète rapportées au centre du Soleil; x', y', z' celles de la planète perturbatrice; r et r' les rayons vecteurs; μ la somme des masses du Soleil et de la Comète, m' celle de la planète; on aura, en désignant par dt l'élément du tems supposé constant,

$$(1)\ldots\ldots\ldots\begin{cases} 0 = \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{\mu x}{r^3} + p; \\ 0 = \dfrac{d^2y}{dt^2} + \dfrac{\mu y}{r^3} + q; \\ 0 = \dfrac{d^2z}{dt^2} + \dfrac{\mu z}{r^3} + k; \end{cases}$$

où l'on suppose

$$p = m'\left\{\frac{x'}{r'^3} - \frac{x'-x}{\Delta^3}\right\};$$

$$q = m'\left\{\frac{y'}{r'^3} - \frac{y'-y}{\Delta^3}\right\};$$

$$k = m'\left\{\frac{z'}{r'^3} - \frac{z'-z}{\Delta^3}\right\};$$

et $$\Delta = \left\{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2\right\}^{\frac{1}{2}};$$

La 1.re équation $\times y$ — la 2.e $\times x$; la 1.re éq. $\times z$ — la 3.e $\times x$; la 2.e $\times z$ — la 3.e $\times y$, donnent

$$o = \frac{yd^2x - xd^2y}{dt^2} + yp - xq ;$$

$$o = \frac{\zeta d^2x - xd^2\zeta}{dt^2} + \zeta p - xk ;$$

$$o = \frac{\zeta d^2y - yd^2\zeta}{dt^2} + \zeta q - yk ;$$

intégrant et faisant

$$\frac{dc}{dt} = yp - xq ; \quad \frac{dc'}{dt} = \zeta p - xk ; \quad \frac{dc''}{dt} = \zeta q - yk ;$$

on aura

$$(2)\ o = \frac{ydx - xdy}{dt} + c ; \quad o = \frac{\zeta dx - xd\zeta}{dt} + c' ; \quad o = \frac{\zeta dy - yd\zeta}{dt} + c'' ;$$

Si on différentie $\frac{x}{r}$, $\frac{y}{r}$, $\frac{\zeta}{r}$, on aura

$$d.\frac{x}{r} = \frac{y}{r^3}(ydx - xdy) + \frac{\zeta}{r^3}(\zeta dx - xd\zeta) ;$$

$$d.\frac{y}{r} = \frac{x}{r^3}(xdy - ydx) + \frac{\zeta}{r^3}(\zeta dy - yd\zeta) ;$$

$$d.\frac{\zeta}{r} = \frac{x}{r^3}(xd\zeta - \zeta dx) + \frac{y}{r^3}(yd\zeta - \zeta dy) .$$

ces valeurs deviennent, au moyen des équations (1) et (2),

$$\mu d.\frac{x}{r} = \frac{cd'y + c'd^2\zeta}{dt} + (cq + ck)\,dt ;$$

$$\mu d.\frac{y}{r} = -\frac{cd^2x - c''d^2\zeta}{dt} - (cp - c''k)\,dt ;$$

$$\mu d.\frac{\zeta}{r} = -\frac{c'd^2x + c''d^2y}{dt} - c'p + c''q)\,dt ;$$

intégrant et supposant

$$df = \frac{dcdy + dc'd\zeta}{dt} - (cq + c'k)\,dt ;$$

$$df' = \frac{dcdx - dc''d\zeta}{dt} - (cp - c''k)dt ;$$

$$df'' = \frac{dc'dx + dc''dy}{dt} - (c'p + c''q)\,dt ;$$

on aura

$$(3)\quad \frac{\mu x}{r}=\frac{cdy+c'dz}{dt}-f;\quad \frac{\mu y}{r}=-\frac{cdx-c''dz}{dt}+f';$$

$$\frac{\mu z}{r}=-\frac{c'dx+c''dy}{dt}+f'';$$

enfin la somme des trois équations (1) multipliées successivement par dx, dy, dz, donne en l'intégrant et prenant $dh=2(pdx+qdy+kdz)$,

$$(4)\qquad \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}=\frac{2\mu}{r}-h;$$

En regardant l'orbite de la Comète comme une ellipse variable à chaque instant, il ne s'agit que de déterminer les variations des arbitraires des intégrales précédentes, pour avoir celles des élémens elliptiques qui en sont fonctions.

Prenons pour plan fixe celui de l'orbite primitive de la Comète : z, c' c'' seront de l'ordre des forces perturbatrices ; si on néglige le quarré de ces forces, et qu'on nomme φ l'inclinaison de l'orbite troublée sur le plan fixe, et θ la longitude du noeud ascendant, on aura pour déterminer la situation de l'orbite,

$$c=\sqrt{a(1-e^2)};\quad \text{tang}\,\theta=\frac{c''}{c'};\quad \text{tang}\,\varphi=\frac{c''}{c.\sin\theta}$$

$$dc'=-xkdt;\qquad dc''=-ykdt;$$

ou en substituant pour dt sa valeur $rdu\sqrt{a}$;

$$dc'=-rxkdu\sqrt{a};\qquad dc''=-rykdu\sqrt{a};$$

on représente ici la masse du Soleil par l'unité, et on

néglige celle de la Comète, ce qui donne $\mu = 1$; a est le demi-grand axe de l'ellipse ; e le rapport de l'excentricité à a.

Dans la même hypothèse, les équations (3) qui donnent les variations de l'excentricité et du périhélie de la Comète, deviennent

$$\frac{x}{r} = \frac{cdy}{dt} - f; \qquad \frac{y}{r} = -\frac{cdx}{dt} + f';$$

$$df = \frac{dcdy}{dt} - cqdt; \qquad df' = \frac{dcdx}{dt} - cpdt;$$

au périhélie on a $dr = 0$; $\frac{crd\varpi}{dt} = 1 + e$; ϖ étant la longitude du périhélie, on aura ainsi

$$e \cos \varpi = f; \quad e \sin \varpi = -f.$$

Différentiant ces équations en prenant la ligne des absides pour l'axe des x, on parviendra, après avoir substitué, dans df et df' les valeurs de $\frac{dc}{dt}$ et cdt tirées des équations (2), aux expressions suivantes des variations différentielles de l'excentricité et du périhélie de la Comète,

$$de = df; \qquad ed\varpi = -df'; \qquad df = pydy - q(2xdy - ydx);$$
$$df' = -qxdx + p(2ydx - xdy).$$

L'équation (4) donne l'altération, du demi-grand axe, de la vîtesse moyenne correspondante et du mouvement moyen de la Comète ; car dans l'ellipse variable on a $h = \frac{\mu}{a} = \frac{1}{a}$, partant

$$d.\frac{1}{a} = 2(pdx + qdy); \qquad da = -2a^2.(pdx + qdy);$$

d'où l'on tire, en supposant la vîtesse moyenne $\frac{1}{\frac{s}{a^{\frac{3}{2}}}} = n$;

$dn = 3an(pdx + qdy)$; $n = N + \int dn$; N étant une constante, et par conséquent

$$\int ndt = Nt + \int dt \int dn = Nt + t\int dn - \int tdn .$$

Pour avoir la variation de l'anomalie moyenne ζ, il faut observer qu'elle est le résultat de celle du mouvement moyen et des fonctions de celles de ϖ et de e : on obtient ces dernières, en ne faisant varier, dans $u - e \sin u$, u qu'à raison des variation de e et de ϖ, u étant l'anomalie excentrique ; on aura ainsi, en nommant ρ cette variation,

$$d\zeta = ndt + d\varrho ; \qquad d\varrho = du(1 - e\cos u) - de \sin u .$$

Or l'équation du mouvement elliptique

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(v - \varpi) = \sqrt{\tfrac{1+e}{1-e}} \,.\, \text{tang}\,\tfrac{1}{2}u ,$$

dans laquelle $v - \varpi$ est l'anomalie vraie, étant différentiée en ne faisant varier que e et ϖ, il en résulte

$$du = -\frac{d\varpi(1 - e\cos u)^2}{\sqrt{1-e^2}} - \frac{de \sin u}{1-e^2}$$

d'où l'on tire

$$d\varrho = -\frac{r^2 d\varpi}{a^2\sqrt{1-e^2}} - \frac{r + a(1-e^2)}{a(1-e^2)} \,.\, de \sin u .$$

En intégrant par des quadratures les différentielles dc', dc'', de, $d\varpi$, dn, tdn, $d\rho$, on aura pour un instant quelconque la situation de l'orbite de la Comète, et tous

les élémens de son mouvement dans l'ellipse variable : sa position sera ensuite déterminée au moyen des équations du mouvement elliptique :

$$\zeta = \int n dt + \varepsilon = u - e \sin u ; \quad r = a(1 - e \cos u) ; \quad x = a(\cos u - e) ;$$

$$y = a\sqrt{1-e^2}\sin u ; \quad \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}(v - \varpi) = \sqrt{\tfrac{1+e}{1-e}} \cdot \text{tang}\ \tfrac{1}{2}\varpi ; \quad n = \frac{1}{a^{\frac{3}{2}}} .$$

La ligne des absides de la Comète ayant été prise pour l'axe des x, il reste à donner l'expression des coordonnées de la planète perturbatrice dans cette supposition ; si l'on désigne par γ la longitude du noeud ascendant de la planète sur son orbite, comptée de l'axe des absides ; par v' l'angle que fait le rayon r' avec la ligne des noeuds, par λ l'inclinaison de son orbite sur celle de la Comète, on aura

$$x' = r' . \cos v' \cos \gamma - r' \sin v' \sin \gamma . \cos \lambda ;$$

$$y' = - r' \cos v' \sin \gamma - r' \sin v' . \cos \gamma . \cos \lambda ;$$

$$z' = r' . \sin v' . \sin \lambda .$$

On ne peut déterminer numériquement les altérations des élémens de l'orbite que par le moyen des quadratures mécaniques. On suppose une courbe parabolique, dont l'abscisse est l'anomalie excentrique u, et dont l'ordonnée est la variation différentielle βdu d'un des élémens ; on fait varier u, et on détermine les valeurs correspondantes de β qu'on désigne par $\beta^{(0)}\ \beta^{(1)}\ \beta^{(2)} \ldots\ldots \beta^{(n)}$; alors la formule suivante donne la variation de l'élément de l'orbite, correspondante à la variation supposée dans l'arc de

l'anomalie excentrique :

$$\int \rho du = \tfrac{1}{2}\beta^{(0)} + \beta^{(1)} + \beta^{(2)} \ldots\ldots + \beta^{(n-1)} + \tfrac{1}{2}\beta^{(n)}$$

$$- \frac{1}{12}\left\{ \Delta\beta^{(n-1)} - \Delta\beta^{(0)} \right\}$$

$$- \frac{1}{24}\left\{ \Delta^2\beta^{(n-2)} + \Delta^2\beta^{(0)} \right\}$$

$$- \frac{19}{720}\left\{ \Delta^3\beta^{(n-3)} - \Delta^3\beta^{(0)} \right\}$$

$$- \frac{3}{160}\left\{ \Delta^4\beta^{(n-4)} + \Delta^4\beta^{(0)} \right\}$$

$$- \text{ etc.}$$

Dans l'application de cette formule aux perturbations de la Comète de 1759, on a fait varier u, de degré en degré pour Jupiter, de deux en deux degrés pour Saturne, et de six en six pour Uranus.

Il ne reste plus, pour l'emploi des formules précédentes, qu'à exprimer les valeurs numériques des constantes primitives. Le calcul des observations faites aux périhélies de 1682 et 1759 ne donnent pas immédiatement la valeur de N ou de a, sans avoir déterminé les altérations des élémens pendant cet intervalle : on peut cependant, dans ce calcul, supposer l'orbite comme une ellipse dont le grand axe répond à la durée de la révolution de 1682 à 1759, que nous admettrons de 27937^j ; ce qui donne

$$N = \frac{360^\circ}{27937} = 46'',39009 ; \qquad a = 18,0186.$$

Les autres constantes qui répondent aux périhélies de

1682 et 1759, sont rapportées ci-après. On a employé, dans les six premiers signes d'anomalie excentrique, les élémens relatifs au périhélie de 1682, et dans les six derniers, ceux qui répondaient au périhélie de 1759.

La longitude et le rayon vecteur des planètes perturbatrices ont été tirés des tables de Délambre, en ayant égard seulement à l'équation du centre et à l'équation séculaire.

Coordonnées de la Comète rapportées au plan et au grand axe de son orbite; Tems écoulés depuis le passage au périhélie de 1682.

u	*x*	*y*	*t*
			j
0	+0,58	+0,00	0,0
1	0,58	0,08	2,5
2	0,57	0,16	5,0
3	0,56	0,24	7,6
4	0,54	0,32	10,3
5	0,51	0,40	13,0
6	0,48	0,48	15,9
7	0,45	0,55	18,9
8	0,41	0,63	22,1
9	0,36	0,71	25,4
10	0,31	0,79	28,9
11	0,25	0,87	32,7
12	0,19	0,95	36,7
13	0,12	1,02	41,0
14	+0,05	1,10	45,6
15	—0,03	1,18	50,5
16	0,11	1,25	55,7
17	0,20	1,33	61,3
18	0,30	1,41	67,4
19	0,40	1,48	73,7
20	0,50	1,56	80,6
21	0,61	1,63	87,8
22	0,73	1,70	95,6
23	0,85	1,78	103,8
24	0,97	1,85	112,6
25	1,10	1,92	121,8
26	1,24	1,99	131,7
27	1,38	2,06	142,0
28	1,53	2,13	153,0
29	1,68	2,20	164,7
30	1,83	2,27	176,9

u	*x*	*y*	*t*
			j
31	—1,99	+2,34	189,8
32	2,15	2,41	203,4
33	2,32	2,48	217,7
34	2,50	2,54	232,6
35	2,68	2,61	248,3
36	2,86	2,67	264,8
37	3,04	2,74	282,1
38	3,24	2,80	300,1
39	3,43	2,86	318,9
40	3,63	2,92	338,6
41	3,84	2,98	359,1
42	4,04	3,04	380,4
43	4,26	3,10	402,8
44	4,47	3,16	425,8
45	4,69	3,22	449,8
46	4,92	3,27	474,9
47	5,15	3,33	500,8
48	5,38	3,38	527,6
49	5,61	3,43	555,5
50	5,85	3,48	584,4
51	6,10	3,53	614,2
52	6,34	3,58	645,0
53	6,59	3,63	676,9
54	6,84	3,68	709,8
55	7,10	3,72	743,9
56	7,36	3,77	779,0
57	7,62	3,81	815,0
58	7,89	3,86	852,4
59	8,15	3,90	890,7
60	8,43	3,94	930,2

u	*x*	*y*	*t*
			j
61	— 8,70	+3,98	970,8
62	8,98	4,02	1012,7
63	9,26	4,05	1055,6
64	9,54	4,09	1099,6
65	9,82	4,12	1144,9
66	10,11	4,15	1191,4
67	10,39	4,19	1239,0
68	10,69	4,22	1287,9
69	10,98	4,25	1338,0
70	11,27	4,27	1389,3
71	11,57	4,30	1441,9
72	11,87	4,32	1495,5
73	12,17	4,35	1550,6
74	12,47	4,37	1606,9
75	12,77	4,39	1664,4
76	13,08	4,41	1723,2
77	13,38	4,43	1783,3
78	13,69	4,45	1844,7
79	14,00	4,46	1907,3
80	14,31	4,48	1971,3
81	14,62	4,49	2036,5
82	14,93	4,50	2102,9
83	15,24	4,51	2170,8
84	15,55	4,52	2239,9
85	15,86	4,53	2310,3
86	16,18	4,54	2382,0
87	16,49	4,54	2455,0
88	16,81	4,54	2529,2
89	17,12	4,55	2605,0
90	17,43	4,55	2681,9

Élémens employés dans les six premiers signes d'anomalie excentrique.

n	46″,39009	Ω	51° 16′
a	18,0186	ϖ	302 53
* *e*	0,967629	*i*	17 56

* Cette valeur de *e* suppose la distance périhélie de 0,58328.

u	x	y	t
			j
91	−17,75	+4,55	2760,2
92	18,06	4,54	2839,7
93	18,38	4,54	2920,6
94	18,69	4,54	3002,9
95	19,01	4,53	3086,3
96	19,32	4,52	3171,1
97	19,63	4,51	3257,2
98	19,94	4,50	3344,7
99	20,25	4,49	3433,4
100	20,56	4,48	3523,3
101	20,87	4,46	3614,5
102	21,18	4,45	3707,2
103	21,49	4,43	3801,1
104	21,79	4,41	3896,1
105	22,10	4,39	3992,6
106	22,40	4,37	4090,3
107	22,70	4,35	4189,1
108	23,00	4,32	4289,2
109	23,30	4,30	4390,8
110	23,60	4,27	4493,3
111	23,89	4,25	4597,3
112	24,18	4,22	4702,5
113	24,47	4,19	4808,8
114	24,76	4,15	4916,3
115	25,05	4,12	5025,1
116	25,33	4,09	5135,0
117	25,61	4,05	5246,3
118	25,89	4,02	5358,4
119	26,17	3,98	5471,9
120	26,44	3,94	5586,4

u	x	y	t
			j
121	−26,71	+3,90	5702,2
122	26,98	3,86	5819,0
123	27,25	3,81	5937,0
124	27,51	3,77	6056,0
125	27,77	3,72	6176,1
126	28,03	3,68	6297,3
127	28,28	3,63	6419,5
128	28,53	3,58	6542,9
129	28,77	3,53	6667,1
130	29,02	3,48	6792,6
131	29,26	3,43	6918,9
132	29,49	3,38	7046,3
133	29,72	3,33	7174,6
134	29,95	3,27	7303,9
135	30,18	3,22	7434,1
136	30,40	3,16	7565,3
137	30,61	3,10	7697,4
138	30,82	3,04	7830,3
139	31,03	2,98	7964,2
140	31,24	2,92	8098,9
141	31,44	2,86	8234,4
142	31,63	2,80	8370,8
143	31,83	2,74	8508,0
144	32,01	2,67	8645,9
145	32,19	2,61	8784,7
146	32,37	2,54	8924,1
147	32,55	2,48	9064,3
148	32,72	2,41	9205,3
149	32,88	2,34	9346,9
150	33,04	2,27	9489,2

u	x	y	t
			j
151	−33,19	+2,20	9632,2
152	33,34	2,13	9775,7
153	33,49	2,06	9919,9
154	33,63	1,99	10064,8
155	33,77	1,92	10210,1
156	33,90	1,85	10356,0
157	34,02	1,78	10502,6
158	34,14	1,70	10649,5
159	34,26	1,63	10796,9
160	34,37	1,56	10944,9
161	34,47	1,48	11093,3
162	34,57	1,41	11242,2
163	34,67	1,33	11391,3
164	34,76	1,25	11540,9
165	34,84	1,18	11690,8
166	34,92	1,10	11841,3
167	34,99	1,02	11991,9
168	35,06	0,95	12142,8
169	35,12	0,87	12293,9
170	35,18	0,79	12445,4
171	35,23	0,71	12597,1
172	35,28	0,63	12748,9
173	35,32	0,55	12901,0
174	35,36	0,48	13053,2
175	35,39	0,40	13205,5
176	35,41	0,32	13358,0
177	35,43	0,24	13510,5
178	35,44	0,16	13663,1
179	35,45	0,08	13815,8
180	35,45	0,00	13968,5

u	x	y	t
			j
181	—35,45	—0,08	14121,2
182	35,44	0,16	14273,8
183	35,43	0,24	14426,5
184	35,41	0,32	14579,0
185	35,38	0,40	14731,5
186	35,35	0,48	14883,8
187	35,32	0,55	15036,0
188	35,28	0,63	15088,0
189	35,23	0,71	15339,9
190	35,18	0,79	15491,5
191	35,12	0,87	15643,0
192	35,06	0,95	15794,2
193	34,99	1,02	15945,1
194	34,92	1,10	16095,7
195	34,84	1,18	16246,0
196	34,75	1,25	16395,9
197	34,66	1,33	16545,5
198	34,57	1,41	16694,8
199	34,47	1,48	16843,6
200	34,37	1,56	16992,0
201	34,25	1,63	17139,9
202	34,14	1,70	17287,4
203	34,02	1,78	17434,4
204	33,89	1,85	17580,7
205	33,76	1,92	17726,8
206	33,63	2,00	17872,1
207	33,49	2,07	18016,9
208	33,34	2,14	18161,
209	33,19	2,21	18304,
210	33,04	2,28	18447,

u	x	y	t
			j
211	—32,88	—2,34	18589,9
212	32,71	2,41	18731,6
213	32,54	2,48	18872,5
214	32,37	2,55	19012,7
215	32,19	2,61	19152,2
216	32,01	2,68	19290,9
217	31,82	2,74	19428,8
218	31,63	2,80	19566,0
219	31,44	2,86	19702,4
220	31,24	2,93	19837,9
221	31,03	2,99	19972,6
222	30,82	3,05	20106,5
223	30,61	3,10	20239,4
224	30,39	3,16	20371,5
225	30,17	3,22	20502,7
226	29,95	3,27	20632,8
227	29,72	3,33	20762,2
228	29,49	3,38	20890,4
229	29,25	3,44	21017,8
230	29,02	3,49	21144,2
231	28,77	3,54	21269,5
232	28,53	3,59	21393,9
233	28,28	3,647	21517,2
234	28,02	3,68	21639,6
235	27,77	3,73	21760,7
236	27,51	3,77	21880,9
237	27,25	3,82	21999,9
238	26,98	3,86	22117,9
239	26,71	3,90	22234,8
240	26,44	3,94	22350,4

u	x	y	t
			j
241	—26,17	—3,98	22465,
242	25,89	4,02	22578,
243	25,61	4,06	22690,
244	25,33	4,09	22801,8
245	25,05	4,13	22911,8
246	24,76	4,16	23020,4
247	24,47	4,19	23128,0
248	24,18	4,22	23234,4
249	23,89	4,25	23339,4
250	23,60	4,28	23443,4
251	23,30	4,30	23546,0
252	23,00	4,33	23647,5
253	22,70	4,35	23747,6
254	22,40	4,38	23846,5
255	22,10	4,40	23944,2
256	21,79	4,42	24040,6
257	21,49	4,44	24135,7
258	21,18	4,45	24229,5
259	20,87	4,47	24322,2
260	20,56	4,48	24413,4
261	20,25	4,50	24503,4
262	19,94	4,51	24592,1
263	19,63	4,52	24679,5
264	19,32	4,53	24765,6
265	19,00	4,54	24850,4
266	18,69	4,54	24933,9
267	18,38	4,55	25016,1
268	18,06	4,55	25097,0
269	17,75	4,55	25176,5
270	17,43	4,55	25254,8

Elémens employés dans les six derniers signes d'anomalie excentrique.

n	46″,39009	Ω	53° 38′
a	18,0186	ϖ	303 8
* e	0,967554	i	17 40

* Cette valeur de e suppose la distance périhélie de 0,58464.

u	x	y	t
			j
271	−17,12	−4,55	25331,8
272	16,80	4,55	25408,4
273	16,49	4,55	25481,8
274	16,18	4,54	25554,8
275	15,86	4,54	25626,5
276	15,55	4,53	25696,9
277	15,24	4,52	25766,0
278	14,93	4,51	25833,8
279	14,61	4,50	25900,3
280	14,30	4,48	25965,5
281	14,00	4,47	26029,5
282	13,69	4,45	26092,0
283	13,38	4,44	26153,4
284	13,07	4,42	26213,5
285	12,77	4,40	26272,3
286	12,47	4,38	26329,8
287	12,17	4,35	26386,1
288	11,87	4,33	26441,2
289	11,57	4,30	26494,9
290	11,27	4,28	26547,5
291	10,98	4,25	26598,7
292	10,68	4,22	26648,9
293	10,39	4,19	26697,7
294	10,10	4,16	26745,3
295	9,82	4,13	26791,9
296	9,53	4,09	26837,1
297	9,25	4,06	26881,2
298	8,97	4,02	26924,1
299	8,70	3,98	26965,9
300	8,42	3,94	27006,5

u	x	y	t
			j
301	−8,15	−3,90	27046,1
302	7,88	3,86	27084,4
303	7,62	3,82	27121,6
304	7,36	3,77	27157,8
305	7,10	3,73	27192,8
306	6,84	3,68	27226,9
307	6,59	3,64	27259,9
308	6,34	3,59	27291,8
309	6,09	3,54	27322,6
310	5,85	3,49	27352,5
311	5,61	3,44	27381,3
312	5,38	3,39	27409,1
313	5,14	3,33	27436,1
314	4,92	3,27	27461,9
315	4,69	3,22	27487,0
316	4,47	3,16	27511,0
317	4,26	3,10	27534,1
318	4,04	3,05	27556,4
319	3,83	2,99	27577,7
320	3,63	2,93	27598,2
321	3,43	2,86	27617,9
322	3,23	2,80	27636,7
323	3,04	2,74	27654,7
324	2,86	2,68	27672,0
325	2,67	2,61	27688,5
326	2,50	2,55	27704,2
327	2,32	2,48	27719,2
328	2,15	2,41	27733,5
329	1,99	2,34	27747,0
330	1,83	2,28	27759,9

u	x	y	t
			j
331	−1,67	−2,21	27772,2
332	1,52	2,14	27783,8
333	1,38	2,07	27794,8
334	1,24	2,00	27805,2
335	1,10	1,92	27815,1
336	0,97	1,85	27824,3
337	0,85	1,78	27833,1
338	0,73	1,70	27841,3
339	0,61	1,63	27849,0
340	0,50	1,56	27856,3
341	0,40	1,48	27863,1
342	0,30	1,41	27869,6
343	0,20	1,33	27875,6
344	0,11	1,25	27881,2
345	−0,03	1,18	27886,5
346	+0,05	−1,10	27891,4
347	0,12	1,02	27896,0
348	0,19	0,95	27900,3
349	0,25	0,87	27904,3
350	0,31	0,79	27908,0
351	0,36	0,71	27911,6
352	0,41	0,63	27914,9
353	0,45	0,55	27918,1
354	0,49	0,48	27921,1
355	0,52	0,40	27924,0
356	0,54	0,32	27926,7
357	0,56	0,24	27929,4
358	0,57	0,16	27931,9
359	0,58	0,08	27934,5
360	0,58	0,00	27937,0

Coordonnées des Planètes perturbatrices rapportées au plan et au grand axe de l'orbite de Comète; leurs distances à cet astre. Forces perturbatrices. Variations différentielles qui déterminent les altérations des élémens de son orbite et de l'anomalie moyenne.

Ψ

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\ell$
0	— 5,04	+ 0,18	+ 1,63	5,86	— 0,00000516	+ 0,00000299	— 0,00000003	+ 0,000000024	+ 0,000000000	— 0,00000025	+ 0,00000
1	5,04	0,20	1,63	5,85	05450	00698	010	0085	000	0026	
2	5,04	0,22	1,63	5,84	05356	01097	017	0146	000	0027	
3	5,04	0,24	1,63	5,83	05225	01498	024	0205	000	0029	
4	5,04	0,26	1,64	5,81	05056	01907	030	0262	001	0031	
5	5,04	0,28	1,64	5,79	04831	02321	037	0316	001	0033	
6	5,03	0,30	1,64	5,76	04568	02746	042	0367	001	0036	
7	5,03	0,32	1,64	5,73	04268	03181	048	0414	002	0039	
8	5,03	0,34	1,64	5,69	03916	03631	053	0457	002	0041	
9	5,03	0,37	1,65	5,65	03518	04097	057	0494	003	0042	
10	5,03	0,39	1,65	5,60	03064	04584	061	0525	003	0041	
11	5,03	0,42	1,65	5,55	02553	05091	064	0550	004	0039	
12	5,02	0,45	1,66	5,49	01974	05624	066	0566	005	0034	
13	5,02	0,48	1,66	5,43	01331	06185	067	0572	005	0026	
14	5,02	0,52	1,66	5,36	— 00613	06777	067	0569	006	0013	
15	5,02	0,55	1,67	5,29	+ 00182	07403	066	0552	006	0005	
16	5,01	0,59	1,67	5,22	01066	08068	063	0523	006	0030	
17	5,01	0,63	1,67	5,13	02051	08776	059	0478	007	0063	
18	5,00	0,67	1,68	5,05	03139	09533	054	0415	006	0106	
19	5,00	0,72	1,68	4,95	04361	10343	046	0330	005	0161	
20	4,99	0,77	1,68	4,86	05712	11214	037	0222	004	0230	
21	4,98	0,82	1,69	4,75	07223	12151	025	+ 0086	+ 002	0316	+
22	4,97	0,88	1,69	4,64	08902	13167	— 011	— 0080	— 002	0423	—
23	4,96	0,94	1,70	4,53	10778	14266	+ 005	0282	006	0553	
24	4,95	1,00	1,70	4,41	12898	15462	026	0529	013	0712	
25	4,94	1,07	1,71	4,28	15262	16760	049	0822	022	0904	
26	4,93	1,14	1,71	4,15	17907	18201	076	1171	035	1137	
27	4,91	1,21	1,71	4,02	20908	19780	108	1586	051	1418	
28	4,89	1,29	1,72	3,87	24311	21533	146	2081	072	1758	
29	4,87	1,38	1,72	3,72	28166	23477	188	2665	099	2166	
30	4,85	1,46	1,73	3,57	32516	25606	236	3348	133	2654	

$$m' = \frac{1}{1066,07}$$

$\mathcal{T}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varrho$
31	— 4,82	+ 1,55	+ 1,73	3,41	+ 0,000037455	+ 0,000028100	+ 0,00000292	— 0,000004155	— 0,000000177	+ 0,00003240	— 0,00000939
32	4,80	1,65	1,73	3,25	043008	30877	0353	05089	0233	03939	01233
33	4,76	1,75	1,73	3,08	049264	34004	0421	06175	0302	04771	01603
34	4,73	1,85	1,74	2,91	056197	37564	0495	07411	0389	05752	02058
35	4,69	1,96	1,74	2,74	063729	41637	0570	08789	0491	06898	02607
36	4,65	2,07	1,74	2,56	071892	46029	0640	10241	0610	08176	03239
37	4,60	2,19	1,74	2,39	078605	50822	0693	11656	0739	09554	03925
38	4,54	2,31	1,73	2,23	083728	55784	0701	12722	0859	10878	04552
39	4,48	2,43	1,73	2,07	084242	60145	0628	12963	0930	11847	04917
40	4,42	2,56	1,73	1,93	076101	62763	0416	11568	0881	11921	04622
41	4,35	2,69	1,72	1,82	054189	61909	+ 0003	— 07472	— 0603	10326	— 03087
42	4,27	2,82	1,71	1,74	+ 015243	55944	— 0639	+ 00093	+ 0008	+ 06350	+ 00261
43	4,19	2,96	1,70	1,71	— 037643	44096	1431	10633	0963	— 00051	05467
44	4,10	3,10	1,69	1,73	092094	29097	2182	21780	2086	07514	11593
45	4,00	3,24	1,68	1,81	132740	15205	2682	30371	3072	13899	16972
46	3,89	3,39	1,66	1,96	151911	05553	2849	34672	3703	17746	20409
47	3,77	3,53	1,64	2,15	151978	01435	2766	35033	3946	18847	21749
48	3,65	3,68	1,62	2,39	140618	01154	2549	32924	3907	18050	21564
49	3,51	3,82	1,59	2,67	124586	03124	2298	29733	3715	16239	20547
50	3,36	3,97	1,56	2,98	107995	06031	2065	26325	3460	14050	19193
51	3,21	4,11	1,53	3,32	092788	10140	1896	23183	3202	11693	17842
52	3,04	4,25	1,50	3,68	079599	12250	1722	20325	2948	09745	16494
53	2,86	4,39	1,46	4,07	068372	15036	1611	17890	2723	07831	15315
54	2,67	4,53	1,41	4,48	058917	17513	1532	15807	2523	06099	14276
55	2,47	4,66	1,37	4,92	050906	19698	1480	14011	2344	04521	13349
56	2,26	4,78	1,31	5,36	044114	21621	1451	12461	2183	03083	12528
57	2,03	4,89	1,26	5,83	038271	23300	1439	11101	2035	01954	11779
58	1,79	5,00	1,19	6,31	033140	24773	1442	09880	1891 —	00507	11069
59	1,54	5,10	1,13	6,81	028600	26058	1456	08775	1758 +	00671	10389
60	1,28	5,18	1,05	7,32	024510	27165	1480	07753	1622	01796	09709

π

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varsigma$
61	— 1,01	+ 5,26	+ 0,98	7,85	— 0,000020777	+ 0,000028131	— 0,000001512	+ 0,000006798	+ 0,000001484	+ 0,000002881	+ 0,0000902
62	0,73	5,31	0,89	8,40	17316	28947	1550	05887	1341	03936	0829
63	0,44	5,36	0,80	8,95	14089	29604	1592	05015	1191	04948	0753
64	— 0,13	5,38	0,71	9,52	11022	30138	1639	04164	1030	05943	0671
65	+ 0,18	5,38	0,61	10,10	08067	30532	1687	03323	0856	06916	0581
66	0,50	5,37	0,51	10,68	05215	30786	1735	02492	0668	07864	0483
67	0,82	5,33	0,40	11,28	— 02448	30889	1783	01667	0464	08781	0376
68	1,15	5,26	0,29	11,89	+ 00253	30842	1829	00843	0243	09664	0258
69	1,48	5,17	0,17	12,50	02917	30626	1870	+ 00015	+ 0005	10507	+ 0128
70	1,82	5,06	+ 0,05	13,11	05544	30241	1904	— 00817	— 0255	11304	— 0014
71	2,15	4,91	— 0,07	13,73	08123	29688	1930	01649	0535	12047	0169
72	2,48	4,73	0,20	14,35	10656	28937	1946	02477	0833	12718	0337
73	2,80	4,52	0,33	14,97	13151	27991	1947	03306	1153	13311	0519
74	3,11	4,28	0,46	15,58	15599	26818	1932	04129	1492	13806	0705
75	3,41	4,01	0,59	16,19	17972	25439	1897	04935	1847	14194	0925
76	3,69	3,70	0,71	16,79	20261	23816	1839	05725	2219	14450	1147
77	3,95	3,36	0,84	17,38	22456	21940	1753	06489	2603	14558	1379
78	4,19	2,99	0,96	17,96	24539	19802	1635	07221	2996	14499	1625
79	4,39	2,58	1,08	18,52	26442	17419	1483	07899	3388	14254	1871
80	4,57	2,15	1,19	19,05	28168	14764	1292	08521	3778	13800	2128
81	4,71	1,68	1,29	19,57	29670	11828	1055	09069	4154	13110	2378
82	4,80	1,20	1,38	20,05	30907	08658	0775	09529	4507	12184	2616
83	4,85	0,69	1,46	20,51	31846	05225	0443	09890	4829	10990	2848
84	4,85	+ 0,16	1,53	20,92	32417	+ 01585	— 0062	10126	5101	09523	3058
85	4,80	— 0,38	1,58	21,30	32596	— 02242	+ 0371	10227	5314	07780	3239
86	4,69	0,92	1,61	21,63	32333	06219	0855	10178	5453	05757	3383
87	4,52	1,46	1,62	21,92	31583	10281	1385	09962	5500	03467	3479
88	4,30	1,99	1,62	22,15	30317	14352	1954	09568	5443	+ 00939	3527
89	4,01	2,51	1,59	22,33	28882	18507	2576	09107	5336	— 01753	3531
90	3,66	3,00	1,54	22,45	26124	22250	3182	08216	4956	04727	3378

$\mathfrak{T}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varrho$
91	+ 3,25	— 3,49	— 1,46	22,53	+ 0,000023203	— 0,000026146	+ 0,00003852	— 0,00000726o	— 0,00000450	— 0,00007901	— 0,0003188
92	2,78	3,90	1,36	22,53	19732	29415	04471	06121	03909	10965	29010
93	2,26	4,25	1,24	22,47	15815	32186	05052	04833	03175	13945	25226
94	1,70	4,54	1,10	22,35	11460	34415	05581	03404	02299	16801	20482
95	1,10	4,76	0,94	22,17	06788	35998	06034	01878	01301	19418	14857
96	+ 0,47	4,89	0,76	21,93	+ 01873	36869	06390	— 00280	— 00200	21717	08392
97	— 0,17	4,95	0,56	21,64	— 03132	36987	06629	+ 01336	+ 00979	23607	— 01259
98	0,83	4,91	0,35	21,31	08134	36324	06735	02934	02207	25020	+ 06424
99	1,47	4,78	— 0,12	20,94	12980	34897	06696	04465	03448	25903	14444
100	2,10	4,56	+ 0,10	20,55	17550	32748	06507	05886	04664	26222	22579
101	2,70	4,25	0,33	20,16	21746	29930	06164	07166	05825	25967	30640
102	3,25	3,85	0,56	19,76	25477	26520	05670	08275	06900	25142	38417
103	3,75	3,36	0,77	19,39	28637	22644	05036	09179	07847	23785	45687
104	4,18	2,81	0,98	19,06	31177	18396	04281	09867	08646	21934	52162
105	4,53	2,19	1,17	18,80	33070	13884	03411	10331	09277	19646	57804
106	4,79	1,52	1,33	18,61	34281	09220	02450	10565	09719	16984	62403
107	4,97	0,81	1,47	18,53	34813	— 04517	01418	10575	09963	14024	65845
108	5,04	— 0,08	1,59	18,57	34668	+ 00135	+ 00335	10366	10000	10832	68031
109	5,01	+ 0,67	1,67	18,72	33868	04685	— 00787	09950	09826	07454	68883
110	4,87	1,41	1,72	19,02	32464	09027	01920	09349	09448	03984	68398
111	4,64	2,13	1,74	19,45	30482	13135	03054	08575	08866	— 00456	66532
112	4,30	2,81	1,71	20,00	27986	16949	04170	07656	08097	+ 03059	63331
113	3,87	3,45	1,66	20,68	25028	20418	05249	06612	07151	06501	58813
114	3,36	4,01	1,56	21,46	21663	23499	06271	05465	06043	09816	53018
115	2,76	4,50	1,43	22,34	17936	26164	07222	04234	04785	12960	45991
116	2,10	4,89	1,27	23,29	13900	28358	08078	02942	03398	15870	37787
117	1,38	5,18	1,08	24,29	09597	30042	08816	01606	01895	18498	28452
118	— 0,62	5,35	0,86	25,23	05108	31167	09413	+ 00257	+ 00310	20778	18125
119	+ 0,15	5,40	0,62	26,37	— 00433	31687	09842	— 01100	— 01354	22671	+ 06780
120	0,94	5,32	0,36	27,42	+ 04331	31555	10075	02452	03056	24110	— 05376

Ψ

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	edw	$d\varsigma$
121	+ 1,70	+ 5,10	+ 0,09	28,44	+ 0,000009123	+ 0,000030714	— 0,00010081	— 0,000003715	— 0,000004764	+ 0,0002503	— 0,000182
122	2,43	4,75	— 0,18	29,43	13851	29119	09829	4919	06438	25370	03149
123	3,11	4,27	0,46	30,36	18423	26718	09286	6014	08030	25075	04490
124	3,70	3,67	0,75	31,22	22699	23477	08421	6960	09480	24073	05822
125	4,19	2,96	0,96	31,98	26533	19388	07212	7718	10720	22316	07088
126	4,56	2,15	1,18	32,64	29738	14472	05649	8241	11672	19775	08217
127	4,79	1,26	1,36	33,18	32143	08775	03729	8492	12261	16438	09155
128	4,86	+ 0,33	1,50	33,58	33527	+ 02433	— 01482	8427	12401	12349	09833
129	4,77	— 0,62	1,59	33,84	33710	— 04373	+ 01040	8021	12027	07593	09988
130	4,51	1,55	1,62	33,94	32538	11385	03748	7258	11088	+ 02320	10099
131	4,08	2,44	1,60	33,88	29918	18250	06512	6151	09572	— 03241	09555
132	3,48	3,24	1,51	33,67	25839	24623	09202	4731	07619	08842	08547
133	2,75	3,92	1,36	33,30	20437	30066	11607	3074	04960	14140	07012
134	1,91	4,44	1,16	32,80	13928	34229	13587	— 1264	— 02076	18831	05077
135	+ 0,97	4,79	0,90	32,18	+ 06655	36818	14983	+ 0586	+ 00980	22628	02799
136	— 0,00	4,94	0,61	31,46	— 00951	37655	15685	2358	04012	25300	— 00300
137	0,99	4,88	— 0,29	30,68	08467	36705	15639	3947	06833	26730	+ 02255
138	1,94	4,62	+ 0,04	29,88	15434	34085	14854	5258	09260	26892	04722
139	2,82	4,17	0,38	29,11	21541	30005	13388	6241	11179	25868	06977
140	3,58	3,54	0,70	28,41	26498	24789	11352	6864	12503	23818	08899
141	4,21	2,76	0,99	27,82	30161	18770	08875	7134	13212	20944	10402
142	4,67	1,87	1,25	27,39	32468	12296	06108	7055	13282	17474	11455
143	4,95	— 0,90	1,46	27,16	33441	— 05663	03158	6688	12798	13621	12047
144	5,04	+ 0,11	1,61	27,14	33160	+ 00843	+ 00180	6076	11815	09592	12177
145	4,94	1,13	1,71	27,35	31740	07036	— 02738	5268	10408	05544	11877
146	4,65	2,11	1,74	27,78	29317	12752	05464	4317	08665	— 01756	11287
147	4,18	3,01	1,70	28,42	26028	17862	08068	3269	06664	+ 02110	10107
148	3,56	3,81	1,60	29,23	22000	22283	10352	2166	04484	05538	08717
149	2,81	4,47	1,44	30,18	17372	25933	12305	+ 1050	+ 02207	08607	07946
150	1,94	4,97	1,21	31,24	12250	28750	13894	— 0050	— 00107	11278	05146

$\mathcal{T}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varrho$
151	— 1,01	+ 5,28	+ 0,97	32,35	— 0,000006747	+ 0,00003o665	— 0,00015059	— 0,000001100	— 0,000002383	+ 0,00013511	+ 0,000303[illegible]42
152	— 0,02	5,40	0,68	33,48	— 00980	31615	15757	2071	04553	15273	+ 007700
153	+ 0,96	5,31	0,35	34,60	+ 04928	31524	15933	2933	06544	16530	— 016012
154	1,91	5,02	+ 0,01	35,67	10850	30322	15537	3659	08283	17257	040299
155	2,79	4,52	— 0,33	36,65	16594	27943	14517	4215	09679	17418	064350
156	3,56	3,83	0,65	37,51	21955	24335	12832	4573	10651	16986	087278
157	4,18	2,98	0,96	38,23	26679	19491	10461	4702	11107	15945	107982
158	4,61	2,00	1,22	38,77	30474	13457	07414	4580	10970	14292	125152
159	4,83	+ 0,91	1,42	39,12	33018	+ 06366	— 03748	4193	10182	12052	137309
160	4,83	— 0,21	1,56	39,27	33994	— 01517	+ 00409	3543	08721	09290	143006
161	4,58	1,34	1,62	39,19	33129	09786	04844	2658	06632	06121	140891
162	4,10	2,39	1,60	38,90	30290	17946	09290	1589	04018	+ 02702	130226
163	3,41	3,32	1,49	38,39	25475	25371	13404	— 0416	— 01066	— 00761	110834
164	2,53	4,08	1,31	37,69	18908	31457	16844	+ 0761	+ 01975	04053	083509
165	1,51	4,62	1,05	36,82	11030	35662	19292	1836	04827	06955	050056
166	+ 0,40	4,90	0,74	35,84	+ 02398	37643	20540	2717	07236	09316	— 012831
167	— 0,72	4,92	0,38	34,78	— 06267	37267	20489	3325	08968	11012	+ 025009
168	1,81	4,67	— 0,00	33,72	14338	34673	19194	3629	09911	12028	060663
169	2,81	4,17	+ 0,38	32,70	19846	30182	16810	3543	09796	11999	085401
170	3,67	3,45	0,74	31,81	26792	24256	13610	3359	09402	12258	116627
171	4,33	2,56	1,06	31,09	30605	17416	09848	2871	08134	11684	134156
172	4,78	1,53	1,33	30,61	32870	10168	05830	2238	06417	10866	144861
173	5,01	— 0,44	1,54	30,36	33222	— 02791	+ 01704	1493	04332	09763	147043
174	5,00	+ 0,68	1,67	30,40	32265	+ 04237	— 02250	+ 0727	+ 02134	08613	143286
175	4,77	1,77	1,73	30,70	30041	10734	05924	— 0026	— 00077	07429	133771
176	4,32	2,78	1,72	31,23	26739	16535	09216	0722	02169	06249	119315
177	3,68	3,67	1,62	31,97	22561	21505	12043	1334	04053	05099	100816
178	2,89	4,41	1,46	32,86	17680	25562	14355	1834	05636	03982	079063
179	1,97	4,96	1,24	33,86	12230	28649	16113	2206	06855	02884	054685
180	0,96	5,29	0,96	34,91	06374	30685	17269	2435	07650	01793	028433

Ψ

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varsigma$
181	+0,06	+5,38	+0,70	35,93	−0,000000363	+0,00003 1483	−0,00017735	−0,000002503	−0,000007949	−0,00000715	+0,0000147
182	1,10	5,27	0,36	36,95	+ 05890	31319	17627	2422	07775	+ 00441	− 02655
183	2,10	4,93	+0,01	37,88	12114	29910	16806	2174	07054	01671	05438
184	3,00	4,38	−0,34	38,70	18067	27211	15248	1761	05774	02983	08092
185	3,76	3,62	0,68	39,36	23522	23158	12924	1188	03936	04393	10508
186	4,35	2,70	0,99	39,84	28168	17805	09871	− 0481	− 01610	05888	12548
187	4,73	1,65	1,24	40,13	31682	11230	06141	+ 0328	+ 01109	07439	14067
188	4,87	+0,52	1,44	40,19	33723	+ 03637	− 01861	1190	04038	08986	14914
189	4,77	−0,64	1,56	40,03	33984	− 04626	+ 02765	2035	07021	10437	14959
190	4,41	1,76	1,60	39,64	32239	13071	07452	2784	09700	11664	14108
191	3,82	2,78	1,56	39,02	28423	21117	11873	3352	11793	12533	12345
192	3,03	3,66	1,43	38,21	22665	28107	15658	3667	13026	12899	09738
193	2,07	4,35	1,22	37,22	15340	33461	18494	3676	13183	12661	06470
194	+0,99	4,76	0,94	36,11	+ 06976	36710	20132	3361	12167	11747	− 02784
195	−0,13	4,92	0,62	34,91	− 01792	37652	20481	2744	10026	10163	+ 01034
196	1,25	4,83	−0,26	33,70	10234	36291	19564	1885	06951	07994	04661
197	2,30	4,47	+0,11	32,52	17812	32884	17546	+ 0861	+ 03204	05353	07867
198	3,22	3,89	0,48	31,45	24082	27833	14668	− 0237	− 00890	+ 02401	10465
199	3,99	3,11	0,82	30,54	28775	21637	11215	1320	05000	− 00689	12350
200	4,56	2,19	1,12	29,83	31821	14767	07456	2320	08866	03773	13507
201	4,91	1,17	1,36	29,37	33256	07669	+ 03636	3179	12155	06713	13963
202	5,05	−0,11	1,55	29,17	33209	− 00765	− 00017	3856	14993	09379	13788
203	4,97	+0,98	1,67	29,23	31849	+ 05953	03507	4349	17053	11806	13067
204	4,68	2,00	1,72	29,52	29384	11997	06580	4629	18303	13823	11901
205	4,20	2,95	1,69	30,01	25983	17373	09253	4704	18754	15443	10365
206	3,55	3,77	1,60	30,66	21834	21950	11459	4578	18401	16622	08553
207	2,78	4,45	1,45	31,43	17091	25693	13192	4259	17258	17345	06533
208	1,90	4,95	1,25	32,26	11883	28546	14434	3757	15346	17582	04368
209	−0,95	5,26	1,00	33,12	06342	30457	15174	3084	12696	17303	+ 02115
210	+0,03	5,38	0,71	33,95	− 00597	31394	15408	2254	09352	16487	− 00167

π

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varrho$
211	+1,01	+5,29	+0,40	34,74	+0,00000523	+0,00003130	−0,00015129	−0,00000128	−0,00000537	−0,00015103	−0,00024320
212	1,94	5,01	+0,07	35,44	11017	30165	14333	− 0197	− 00830	13131	046177
213	2,79	4,53	−0,26	36,03	16580	27915	13020	+ 0980	+ 04160	10557	066608
214	3,54	3,89	0,57	36,48	21742	24549	11204	2206	09433	07392	084934
215	4,14	3,10	0,87	36,79	26288	20086	08917	3435	14796	− 03679	100678
216	4,57	2,19	1,12	36,92	29990	14592	06211	4606	19983	+ 00504	112166
217	4,82	1,19	1,33	36,88	32602	08175	− 03159	5651	24693	05042	119500
218	4,87	+0,08	1,48	36,64	33886	+ 00485	+ 00376	6531	28740	10093	121609
219	4,71	−0,88	1,58	36,24	33654	− 06446	03464	7059	31280	14360	118299
220	4,36	1,87	1,60	35,65	31795	13977	06708	7278	32471	18633	109147
221	3,83	2,78	1,56	34,90	28297	21098	09660	7103	31906	22262	094516
222	3,13	3,56	1,45	33,99	23284	27362	12134	6516	29466	24971	075104
223	2,31	4,19	1,27	32,96	17019	32381	13985	5532	25181	26554	052097
224	1,39	4,63	1,05	31,84	09867	35805	15093	4202	19252	26852	026539
225	+0,42	4,87	0,78	30,65	+ 02266	37512	15446	2612	12044	25880	− 001210
226	−0,55	4,92	0,49	29,44	− 05312	37436	15055	+ 0865	+ 04014	23699	+ 023440
227	1,51	4,76	−0,17	28,25	12478	35687	14004	− 0936	− 04371	20475	045788
228	2,39	4,43	+0,15	27,12	18865	32506	12425	2681	12597	16462	064754
229	3,18	3,92	0,46	26,08	24240	28179	10459	4284	20251	11915	079763
230	3,85	3,28	0,75	25,18	28454	23030	08254	5679	27006	07101	090558
231	4,38	2,53	1,02	24,44	31463	17376	05946	6820	32624	+ 02251	097248
232	4,76	1,71	1,24	23,88	33287	11479	03640	7687	36987	− 02449	100080
233	4,98	−0,83	1,43	23,51	33995	− 05587	+ 01430	8271	40026	06838	099485
234	5,05	+0,06	1,57	23,33	33691	+ 00135	− 00628	8578	41748	10821	095937
235	4,97	0,95	1,67	23,33	32503	05537	02486	8625	42211	14320	089004
236	4,75	1,80	1,71	23,49	30552	10544	04128	8433	41499	17310	080129
237	4,41	2,59	1,71	23,78	27969	15068	05533	8029	39726	19760	070826
238	3,95	3,31	1,67	24,18	24854	19088	06707	7432	36969	21678	062453
239	3,39	3,94	1,58	24,66	21312	22567	07649	6669	33350	23065	051377
240	2,76	4,46	1,45	25,17	17443	25471	08360	5763	28969	23922	039922

π

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3\,an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varepsilon$
241	−2,06	+4,87	+1,29	25,71	−0,00001 3308	+0,00002 7798	−0,00000 8854	−0,00000 4731	−0,00002 3903	−0,00002 4265	+0,00002
242	1,33	5,16	1,10	26,25	08980	29530	9136	03595	18255	24103	166
243	−0,57	5,33	0,89	26,76	04533	30668	9220	02376	12126	23461	+ 053
244	+0,20	5,38	0,66	27,24	− 00020	31192	9113	− 01093	− 05605	22341	− 055
245	0,95	5,30	0,42	27,66	+ 04489	31091	8825	+ 00236	+ 01216	20764	159
246	1,67	5,11	+0,17	28,01	08940	30377	8372	01586	08211	18759	255
247	2,35	4,81	−0,08	28,29	13257	29024	7760	02937	15277	16340	344
248	2,97	4,40	0,33	28,49	17369	27042	7004	04260	22261	13543	422
249	3,52	3,91	0,57	28,60	21193	24450	6121	05526	29007	10418	489
250	3,98	3,33	0,79	28,62	24656	21258	5127	06709	35374	07008	544
251	4,36	2,69	0,99	28,55	27653	17512	4045	07770	41147	− 03387	586
252	4,63	2,01	1,16	28,38	30107	13267	2897	08679	46158	+ 00371	613
253	4,81	1,28	1,32	28,11	31935	08590	1708	09404	50226	04182	626
254	4,87	+0,54	1,44	27,75	33081	+ 03568	− 0505	09922	53213	07960	623
255	4,84	−2,20	1,52	27,30	33436	− 01662	+ 0675	10190	54874	11568	605
256	4,70	0,93	1,58	26,77	33010	06993	1809	10207	55187	14932	573
257	4,47	1,64	1,60	26,15	31765	12278	2864	09953	54027	17990	530
258	4,14	2,29	1,59	25,46	29720	17377	3815	09429	51382	20504	470
259	3,74	2,90	1,55	24,71	26308	22127	4631	08456	46255	22349	393
260	3,27	3,43	1,47	23,90	23440	26417	5312	07624	41861	23998	329
261	2,74	3,89	1,37	23,04	19380	30094	5827	06394	34990	24833	251
262	2,16	4,27	1,24	22,14	14850	33112	6183	04991	27604	25061	170
263	1,56	4,57	1,09	21,21	09974	35385	6380	03456	19183	24685	089
264	0,93	4,77	0,93	20,27	+ 04905	36883	6425	01840	10249	23752	− 012
265	+0,30	4,89	0,75	19,32	− 00227	37619	6335	+ 00189	+ 01056	22331	+ 060
266	−0,33	4,93	0,56	18,37	05328	37605	6124	− 01463	− 08204	20477	128
267	0,95	4,88	0,36	17,44	10259	36927	5817	03068	17262	18304	187
268	1,54	4,76	−0,16	16,53	14956	35627	5433	04602	25976	15874	239
269	2,09	4,56	+0,04	15,66	19334	33823	4995	06032	34155	13293	283
270	2,61	4,31	0,23	14,83	23354	31586	4522	07345	41719	10631	318

$\mathcal{T}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	edu	$d\varrho$
271	—3,08	—4,00	+0,42	14,05	—0,000026978	—0,000029028	+0,00004034	—0,00000852	—0,00004855	+0,00007967	+0,00034646
272	3,51	3,64	0,60	13,34	30220	26205	3541	09571	54694	05333	36739
273	3,88	3,24	0,77	12,70	32954	23310	3071	10446	59866	02888	38060
274	4,20	2,82	0,92	12,13	35271	20335	2621	11178	64244	+ 00585	38731
275	4,47	2,36	1,07	11,65	37136	17357	2201	11754	67744	— 01519	38860
276	4,68	1,89	1,20	11,24	38538	14424	1815	12173	70353	03402	38461
277	4,85	1,41	1,31	10,92	39480	11573	1463	12435	72061	05060	37589
278	4,96	0,93	1,41	10,68	39973	08807	1145	12546	72894	06471	36326
279	5,03	—0,46	1,50	10,51	40036	06135	0858	12512	72884	07670	34704
280	5,05	+0,03	1,57	10,41	39718	03551	0599	12350	72122	08673	32829
281	5,03	0,50	1,62	10,38	39051	— 01029	0363	12071	70666	09502	30747
282	4,97	0,95	1,67	10,39	38102	+ 01402	+ 0152	11698	68647	10168	28544
283	4,87	1,39	1,69	10,45	36915	03771	— 0039	11245	66144	10699	26276
284	4,75	1,82	1,71	10,54	35541	06056	0210	10729	63254	11104	23995
285	4,59	2,21	1,72	10,66	34029	08224	0359	10168	60080	11388	21755
286	4,41	2,59	1,71	10,79	32411	10304	0490	09572	56683	11574	19581
287	4,25	2,86	1,70	10,84	31129	11723	0557	09090	53942	11561	17798
288	3,98	3,27	1,67	11,08	28964	14096	0696	08317	49460	11661	15507
289	3,74	3,57	1,63	11,23	27179	15809	0775	07673	45723	11582	13636
290	3,48	3,86	1,59	11,37	25375	17381	0838	07027	41957	11428	11891
291	3,21	4,10	1,54	11,51	23564	18822	0887	06382	38179	11210	10267
292	2,94	4,33	1,49	11,63	21744	20125	0924	05741	34409	10931	08763
293	2,66	4,53	1,43	11,74	19938	21297	0950	05111	30689	10602	07383
294	2,37	4,71	1,36	11,85	18150	22341	0966	04492	27020	10231	06123
295	2,08	4,86	1,30	11,93	16379	23263	0975	03887	23421	09823	04975
296	1,80	4,99	1,22	12,00	14629	24060	0976	03297	19900	09383	03936
297	1,51	5,10	1,15	12,05	12914	24737	0971	02727	16487	08919	03005
298	1,22	5,19	1,07	12,09	11235	25305	0962	02176	13177	08438	02173
299	0,94	5,27	1,00	12,11	09591	25766	0948	01645	09977	07944	01434
300	0,67	5,32	0,92	12,12	07976	26128	0932	01134	06888	07441	00775

γ

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3\,an}$	$\frac{tdn}{3\alpha}$	$ed\varpi$	$d\varepsilon$
301	—0,39	+5,35	+0,84	12,11	—0,00006409	+0,00002397	—0,00000913	—0,00000648	—0,00003942	—0,00006936	+0,00000
302	—0,13	5,38	0,76	12,08	04889	26580	892	— 0185	— 01127	6434	— 0
303	+0,13	5,38	0,68	12,04	03417	26667	870	+ 0253	+ 01543	5935	0
304	0,37	5,37	0,60	11,99	02001	26684	847	0664	04056	5447	1
305	0,61	5,35	0,53	11,93	— 00629	26620	824	1051	06428	4968	1
306	0,85	5,32	0,45	11,85	+ 00694	26487	801	1414	08659	4503	1
307	1,07	5,28	0,37	11,76	01957	26285	777	1748	10717	4055	1
308	1,28	5,23	0,30	11,66	03166	26027	755	2057	12626	3625	1
309	1,49	5,17	0,23	11,55	04318	25716	733	2340	14380	3216	2
310	1,68	5,11	0,16	11,43	05405	25361	711	2597	15976	2827	2
311	1,87	5,04	0,10	11,31	06440	24938	690	2829	17421	2460	2
312	2,05	4,96	+0,03	11,17	07418	24478	669	3036	18715	2115	2
313	2,21	4,88	—0,03	11,03	08339	23981	650	3218	19857	1793	2
314	2,37	4,80	0,09	10,88	09187	23450	630	3372	20826	1497	2
315	2,52	4,71	0,15	10,72	10000	22883	612	3510	21699	1220	2
316	2,66	4,62	0,21	10,56	10739	22284	594	3620	22399	0968	2
317	2,80	4,53	0,26	10,40	11459	21669	578	3717	23018	0735	1
318	2,92	4,44	0,31	10,23	12056	21012	560	3778	23414	0530	1
319	3,04	4,35	0,36	10,06	12620	20346	544	3824	23718	0345	1
320	3,15	4,26	0,41	9,89	13133	19653	528	3851	23903	0179	1
321	3,26	4,17	0,45	9,71	13593	18950	512	3860	23976	— 0033	1
322	3,35	4,08	0,49	9,54	13991	18224	496	3850	23930	+ 0094	1
323	3,44	3,99	0,53	9,36	14340	17492	481	3824	23784	0203	1
324	3,53	3,90	0,57	9,19	14637	16777	465	3784	23550	0293	1
325	3,61	3,81	0,61	9,01	14869	15995	449	3723	23184	0370	1
326	3,68	3,73	0,64	8,83	15051	15222	433	3650	22742	0432	1
327	3,75	3,65	0,67	8,65	15186	14448	417	3564	22219	0480	0
328	3,81	3,57	0,70	8,48	15268	13670	401	3465	21612	0516	0
329	3,87	3,49	0,73	8,30	15286	12886	384	3354	20931	0539	0
330	3,93	3,42	0,76	8,13	15267	12090	368	3233	20185	0553	0

T

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\xi$
331	+ 3,98	+ 3,34	— 0,78	7,96	+ 0,00001 5194	+ 0,00001 1291	— 0,00000 350	+ 0,00000 3102	+ 0,00001 9375	+ 0,00000 557	— 0,00000 633
332	4,02	3,28	0,81	7,79	15068	10498	333	2962	18509	553	561
333	4,07	3,21	0,83	7,63	14898	09893	315	2813	17585	543	494
334	4,11	3,15	0,85	7,47	14671	08881	296	2656	16609	526	432
335	4,14	3,09	0,87	7,31	14490	08074	278	2495	15608	504	375
336	4,18	3,03	0,89	7,15	14080	07270	259	2328	14568	477	323
337	4,21	2,97	0,90	7,00	13710	06455	239	2157	13508	447	276
338	4,24	2,92	0,92	6,85	13289	05650	220	1982	12411	414	233
339	4,27	2,87	0,94	6,71	12827	04843	200	1805	11306	380	195
340	4,29	2,83	0,95	6,56	12315	04048	181	1627	10193	345	161
341	4,31	2,78	0,96	6,43	11755	03256	161	1448	09074	308	131
342	4,33	2,74	0,97	6,29	11141	02458	141	1269	07954	272	105
343	4,35	2,70	0,99	6,16	10489	01680	121	1092	06846	237	082
344	4,37	2,66	1,00	6,04	09794	00919	102	0919	05763	204	062
345	4,39	2,63	1,01	5,92	09025	+ 00150	083	0747	04685	171	046
346	4,40	2,60	1,01	5,80	08260	— 00547	065	0586	03676	141	033
347	4,42	2,57	1,02	5,69	07434	01250	047	0429	02692	114	022
348	4,43	2,54	1,03	5,58	06550	01937	030	0278	01744	088	013
349	4,44	2,51	1,04	5,48	05644	02573	015	0138	00866	066	006
350	4,45	2,49	1,04	5,39	04712	03160	— 000	+ 0010	+ 00063	047	— 000
351	4,46	2,46	1,05	5,29	03725	03715	+ 013	— 0109	— 00684	030	+ 003
352	4,47	2,44	1,06	5,20	02723	04216	025	0213	01337	016	006
353	4,48	2,42	1,06	5,12	01698	04649	035	0302	01898	+ 005	007
354	4,49	2,40	1,07	5,04	+ 00658	05022	044	0375	02355	— 003	007
355	4,50	2,38	1,07	4,97	— 00394	05318	050	0432	02713	010	007
356	4,51	2,36	1,08	4,90	01463	05547	055	0472	02965	015	006
357	4,51	2,34	1,08	4,84	02514	05667	057	0491	03084	018	005
358	4,52	2,33	1,09	4,79	03540	05704	057	0492	03091	021	003
359	4,53	2,31	1,09	4,74	04529	05619	055	0471	02959	023	002
360	4,53	2,29	1,10	4,69	05485	05451	051	0433	02721	025	000

♄

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varepsilon$
0	−8,55	+ 1,27	+ 2,90	9,67	−0,00000330	+ 0,00000076	−0,00000001	+ 0,00000012	−0,00000000	−0,00000003	+ 0,0000000
2	8,55	1,29	2,91	9,64	0305	0123	003	0027	0000	0003	000
4	8,55	1,32	2,91	9,59	0271	0171	004	0039	0000	0003	000
6	8,54	1,35	2,91	9,52	0225	0216	006	0049	0000	0004	000
8	8,54	1,39	2,92	9,44	0165	0263	006	0055	0000	0004	000
10	8,53	1,43	2,92	9,33	0095	0309	007	0058	0000	0003	000
12	8,52	1,47	2,92	9,20	− 0007	0356	007	0056	0000	− 0001	000
14	8,51	1,52	2,93	9,06	+ 0095	0404	006	0048	0000	+ 0003	000
16	8,50	1,58	2,93	8,89	0217	0456	004	0031	0000	0010	000
18	8,49	1,64	2,94	8,71	0359	0507	− 002	+ 0007	0000	0021	+ 000
20	8,48	1,72	2,95	8,50	0526	0561	+ 002	− 0029	0001	0037	− 000
22	8,46	1,80	2,95	8,28	0724	0618	007	0080	0002	0061	000
24	8,44	1,90	2,96	8,04	0952	0675	013	0146	0004	0093	001
26	8,42	2,00	2,97	7,77	1219	0733	020	0232	0007	0137	003
28	8,40	2,12	2,98	7,49	1537	0791	030	0343	0012	0157	006
30	8,37	2,25	2,99	7,18	1908	0844	042	0484	0019	0273	010
32	8,33	2,40	3,00	6,86	2352	0890	056	0664	0031	0373	016
34	8,28	2,56	3,01	6,52	2868	0921	074	0888	0046	0500	025
36	8,23	2,74	3,02	6,16	3487	0923	096	1171	0070	0659	037
38	8,17	2,93	3,03	5,79	4214	0877	123	1522	0103	0853	055
40	8,10	3,14	3,04	5,41	5054	0748	157	1953	0149	1081	080
42	8,02	3,37	3,04	5,02	6007	0491	199	2470	0211	1336	115
44	7,93	3,61	3,05	4,63	6997	+ 0010	252	3056	0293	1576	160
46	7,82	3,87	3,05	4,26	7863	− 0803	315	3617	0386	1722	215
48	7,69	4,14	3,05	3,91	8236	2120	388	4075	0484	1598	269
50	7,55	4,43	3,05	3,62	7464	4071	462	4011	0527	+ 0912	298
52	7,39	4,73	3,05	3,42	+ 4803	6468	515	3013	0437	− 0625	256
54	7,21	5,05	3,03	3,35	− 0808	8554	481	− 0387	− 0062	3230	− 056
56	7,00	5,38	3,02	3,44	4945	9332	450	+ 1750	+ 0306	5202	+ 142
58	6,76	5,72	2,99	3,70	8606	8435	337	3881	0744	6518	26
60	6,50	6,07	2,96	4,13	9984	6508	213	4921	1030	6603	552

$$m' = \frac{1}{3534,08}$$

b

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3a\alpha}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\xi$
62	—6,21	+6,43	+2,92	4,69	—0,00000699	—0,00004417	+0,00000104	+0,00005057	+0,00001152	—0,00005878	+0,00006292
64	5,88	6,79	2,87	5,37	8647	2628	+ 012	4705	1164	4835	06453
66	5,52	7,15	2,81	6,15	7416	1242	— 064	4181	1120	3778	06309
68	5,12	7,50	2,73	7,01	6258	— 0208	132	3638	1054	2808	06026
70	4,69	7,85	2,65	7,95	5252	+ 0559	195	3134	0979	1959	05695
72	4,22	8,18	2,55	8,94	4399	1129	254	2686	0903	1218	05352
74	3,70	8,50	2,43	9,99	3676	1559	312	2290	0827	— 0567	05004
76	3,15	8,80	2,30	11,09	3058	1885	370	1938	0753	+ 0011	04655
78	2,56	9,06	2,15	12,24	2520	2134	428	1620	0672	0532	04282
80	1,88	9,30	1,98	13,47	2021	2330	487	1316	0584	1023	03885
82	1,21	9,49	1,80	14,70	1594	2469	545	1048	0496	1454	03417
84	—0,51	9,62	1,60	15,96	1203	2565	602	0795	0400	1846	02944
86	+0,21	9,71	1,38	17,24	0841	2627	658	0557	0298	2203	02419
88	0,97	9,73	1,14	18,55	0501	2656	710	0330	0188	2524	01831
90	1,74	9,68	0,89	19,87	— 0180	2656	760	+ 0113	+ 0068	2810	01181
92	2,53	9,56	0,62	21,20	+ 0124	2629	804	— 0093	— 0059	3057	+ 00468
94	3,33	9,37	0,34	22,54	0413	2575	842	0288	0195	3264	— 00319
96	4,12	9,08	+0,05	23,88	0687	2496	871	0471	0336	3427	01161
98	4,90	8,71	—0,25	25,20	0948	2393	891	0643	0484	3546	02088
100	5,66	8,25	0,56	26,50	1193	2264	899	0801	0635	3613	03057
102	6,38	7,69	0,87	27,77	1423	2111	894	0945	0788	3629	04083
104	7,06	7,04	1,19	29,00	1637	1934	872	1073	0940	3591	05154
106	7,69	6,30	1,50	30,19	1832	1735	834	1184	1089	3498	06246
108	8,24	5,47	1,80	31,31	2007	1514	776	1275	1230	3348	07258
110	8,71	4,55	2,08	32,38	2163	1268	695	1347	1361	3138	08151
112	9,08	3,55	2,35	33,36	2292	1001	591	1396	1477	2868	08923
114	9,34	2,48	2,59	34,24	2395	0713	462	1422	1572	2541	09548
116	9,48	1,36	2,80	35,03	2470	0405	307	1424	1645	2157	10000
118	9,48	+0,19	2,98	35,71	2511	+ 0075	— 081	1401	1688	1491	10259
120	9,34	—1,01	3,11	36,26	2515	— 0260	+ 090	1349	1695	1224	10298

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{td\epsilon}{3\epsilon}$	$ed\varpi$	$d\zeta$
122	+ 9,04	— 2,21	— 3,20	36,68	+ 0,000002476	— 0,000000621	+ 0,00000329	— 0,00001289	— 0,00000166I	+ 0,0000068₇	— 0,000133
124	8,59	3,40	3,23	36,95	2392	0987	0596	1169	1579	+ 0095	133
126	7,97	4,55	3,20	37,06	2256	1358	0887	1021	1446	— 0502	133
128	7,18	5,64	3,12	37,01	2064	1726	1197	0854	1257	1132	127
130	6,21	6,65	2,96	36,77	1806	2089	1523	0657	1004	1780	117
132	5,12	7,51	2,75	36,38	1491	2421	1846	0440	0709	2399	101
134	3,88	8,21	2,47	35,81	1108	2716	2156	— 0201	— 0330	2986	080
136	2,56	8,72	2,12	35,09	0675	2960	2439	+ 0043	+ 0073	3511	054
138	+ 1,14	9,02	1,72	34,21	+ 0182	3137	2677	0293	0516	3957	— 022
140	— 0,32	9,09	1,27	33,19	— 0358	3230	2848	0538	0980	4300	+ 015
142	1,80	8,90	0,77	32,06	0928	3224	2933	0763	1436	4518	056
144	3,24	8,46	— 0,25	30,85	1511	3108	2914	0958	1863	4598	101
146	4,60	7,75	+ 0,29	29,62	2071	2876	2777	1107	2222	4527	142
148	5,83	6,80	0,82	28,43	2599	2531	2517	1207	2499	4322	192
150	6,88	5,62	1,33	27,35	3049	2084	2137	1246	2659	3986	231
152	7,72	4,24	1,80	26,47	3401	1555	1653	1222	2687	3549	266
154	8,30	2,70	2,22	25,86	3628	0970	1087	1138	2576	3039	290
156	8,61	— 1,06	2,56	25,58	3718	— 0358	+ 0468	1003	2336	2490	303
158	8,63	+ 0,62	2,82	25,69	3667	+ 0251	— 0236	0827	1981	1935	311
160	8,35	2,34	2,97	26,20	3478	0848	0817	0621	1529	1389	295
162	7,79	3,94	3,04	27,08	3173	1377	1408	0409	1034	0904	271
164	6,97	5,43	3,01	28,26	2777	1840	1938	0201	0522	0485	241
166	5,92	6,74	2,87	29,68	2317	2222	2388	+ 0011	+ 0029	— 0143	203
168	4,68	7,85	2,65	31,24	1818	2516	2744	— 0153	— 0418	+ 0119	161
170	3,28	8,72	2,35	32,95	1299	2718	2997	0263	0792	0308	116
172	1,79	9,33	1,97	34,65	0782	2838	3150	0376	1078	0432	071
174	— 0,24	9,66	1,53	36,33	— 0279	2865	3205	0434	1274	0508	+ 026
176	+ 1,33	9,71	1,05	37,93	+ 0202	2818	3165	0455	1367	0552	— 018
178	2,90	9,48	0,54	39,46	0664	2700	3039	0443	1361	0584	058
180	4,35	8,98	+ 0,01	40,80	1073	2502	2837	0400	1257	0604	095

$\mathfrak{p}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\xi$
182	+5,68	+8,24	−0,52	41,97	+0,00000 1441	+0,00000 2287	−0,00002 572	−0,00000 331	−0,00000 1063	+0,00000 634	−0,00012 890
184	6,84	7,26	1,03	42,93	1759	2001	2240	0240	0767	0681	15732
186	7,84	6,11	1,52	43,71	2037	1680	1867	0132	0442	0760	18172
188	8,61	4,79	1,96	44,26	2258	1319	1449	− 0010	− 0034	0871	20052
190	9,15	3,36	2,35	44,59	2427	0929	1001	+ 0120	+ 0418	1021	21420
192	9,45	1,83	2,68	44,68	2538	0509	0524	0253	0899	1212	22218
194	9,50	+0,26	2,93	44,53	2589	+ 0070	− 0033	0383	1386	1443	22443
196	9,29	−1,32	3,11	44,16	2575	− 0385	+ 0467	0505	1862	1711	22056
198	8,83	2,84	3,20	43,55	2493	0845	0959	0613	2302	2007	21054
200	8,14	4,28	3,20	42,71	2340	1303	1435	0698	2667	2321	19436
202	7,22	5,60	3,11	41,66	2109	1747	1881	0755	2935	2636	17160
204	6,10	6,75	2,94	40,40	1803	2163	2278	0775	3064	2933	14309
206	4,82	7,70	2,68	38,96	1423	2537	2617	0754	3031	3192	10895
208	3,37	8,43	2,35	37,32	0955	2857	2882	0683	2790	3380	06887
210	1,87	8,89	1,95	35,58	+ 0440	3092	3047	0563	2336	3476	− 02639
212	+0,33	9,09	1,50	33,74	− 0124	3236	3110	0395	1664	3454	+ 01816
214	−1,20	9,01	1,01	31,84	0719	3276	3063	+ 0179	+ 0765	3294	06306
216	2,69	8,99	−0,49	29,99	1322	3325	3020	− 0067	− 0291	3129	10668
218	4,08	8,06	+0,03	28,05	1917	3024	2657	0363	1597	2529	14662
220	5,33	7,24	0,55	26,27	2468	2739	2319	0664	2962	1937	18134
222	6,41	6,21	1,04	24,64	2963	2361	1915	0968	4377	1224	20986
224	7,30	5,01	1,51	23,22	3372	1916	1474	1254	5745	+ 0441	23046
226	7,97	3,70	1,92	22,07	3681	1429	1023	1507	6993	− 0371	24270
228	8,41	2,30	2,27	21,23	3875	0922	0585	1713	8048	1170	24636
230	8,63	−0,87	2,56	20,71	3948	− 0415	+ 0175	1860	8845	1917	24166
232	8,64	+0,57	2,78	20,51	3903	+ 0078	− 0194	1942	9357	2588	22970
234	8,44	1,97	2,94	20,60	3754	0544	0516	1961	9544	3166	21191
236	8,03	3,33	3,02	20,95	3511	0988	0795	1919	9443	3658	18957
238	7,48	4,56	3,04	21,46	3212	1379	1015	1829	9098	4038	16534
240	6,78	5,68	3,00	22,10	2869	1721	1183	1700	8545	4314	14020

$\overline{p}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varepsilon$
242	— 5,97	+ 6,68	+ 2,90	22,80	— 0,000002501	+ 0,000002011	— 0,000013101	— 0,000001539	— 0,000007815	— 0,0000449 1	+ 0,0001254
244	5,07	7,53	2,75	23,52	2122	2246	1373	1357	6959	4573	917
246	4,10	8,24	2,56	24,23	1743	2430	1405	1158	5996	4570	699
248	3,09	8,80	2,33	24,90	1370	2563	1403	0951	4970	4486	499
250	2,06	9,23	2,08	25,51	1009	2650	1373	0740	3902	4336	321
252	1,02	9,51	1,80	26,04	0665	2694	1320	0530	2819	4126	167
254	— 0,00	9,67	1,50	26,48	0343	2703	1252	0326	1748	3876	+ 035
256	+ 0,99	9,72	1,20	26,84	— 0038	2678	1171	— 0126	— 0681	3585	— 075
258	1,95	9,65	0,89	27,11	+ 0243	2628	1084	+ 0062	+ 0338	3274	169
260	2,87	9,48	0,58	27,28	0504	2551	0992	0242	1329	2941	243
262	3,72	9,23	+ 0,27	27,36	0741	2456	0899	0408	2257	2602	300
264	4,53	8,90	— 0,03	27,37	0960	2345	0807	0561	3125	2259	344
266	5,27	8,50	0,32	27,28	1154	2210	0718	0699	3920	1921	374
268	5,95	8,05	0,60	27,12	1330	2082	0634	0824	4651	1590	394
270	6,56	7,55	0,87	26,88	1486	1937	0555	0935	5311	1273	403
272	7,11	7,01	1,12	26,58	1623	1783	0481	1030	5886	0970	405
274	7,61	6,42	1,35	26,23	1748	1618	0412	1115	6408	0655	408
276	8,03	5,84	1,57	25,81	1848	1456	0351	1180	6820	0417	388
278	8,38	5,25	1,78	25,33	1929	1294	0297	1230	7147	— 0183	371
280	8,68	4,66	1,96	24,82	1997	1131	0249	1268	7405	+ 0028	352
282	8,93	4,07	2,13	24,26	2047	0971	0208	1291	7576	0211	330
284	9,13	3,48	2,28	23,68	2084	0808	0172	1303	7682	0374	306
286	9,28	2,90	2,42	23,06	2107	0648	0141	1302	7710	0512	281
288	9,39	2,35	2,54	22,43	2117	0495	0115	1290	7671	0622	256
290	9,47	1,80	2,65	21,77	2114	0343	0094	1269	7577	0711	231
292	9,51	1,27	2,75	21,11	2098	0197	0076	1236	7408	0777	206
294	9,52	0,77	2,83	20,44	2071	+ 0057	0062	1194	7182	0821	183
296	9,51	+ 0,29	2,90	19,76	2033	— 0078	0050	1144	6905	0847	160
298	9,48	— 0,17	2,96	19,09	1985	0205	0041	1088	6583	0855	138
300	9,43	0,60	3,02	18,41	1925	0326	0034	1022	6208	0847	119

P

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3adt}$	$\frac{tdn}{3a}$	edw	dq
302	+ 9,38	— 1,00	— 3,06	17,75	+ 0,00001856	— 0,00000437	— 0,00000028	+ 0,00000953	+ 0,00005805	+ 0,00000825	— 0,00001
304	9,29	1,39	3,10	17,10	1776	542	24	878	5363	791	2
306	9,20	1,75	3,12	16,48	1687	636	20	800	4899	746	0
308	9,11	2,08	3,15	15,84	1589	722	17	717	4401	693	5
310	9,01	2,39	3,17	15,23	1484	797	14	634	3900	635	4
312	8,91	2,68	3,18	14,68	1369	860	12	548	3378	571	3
314	8,80	2,94	3,19	14,06	1246	915	09	463	2860	505	2
316	8,70	3,18	3,20	13,56	1119	954	06	380	2351	438	1
318	8,60	3,41	3,20	13,05	0983	981	03	298	1847	372	1
320	8,51	3,61	3,20	12,57	0844	995	— 00	220	1365	308	0
322	8,42	3,79	3,20	12,12	0703	993	+ 03	148	0920	248	0
324	8,33	3,98	3,20	11,70	0560	978	06	081	0504	193	0
326	8,24	4,12	3,19	11,31	0417	949	09	+ 022	+ 0137	144	— 0
328	8,17	4,25	3,19	10,96	0278	904	11	— 029	— 0181	101	+ 0
330	8,09	4,38	3,18	10,63	0144	847	13	072	0449	066	0
332	8,02	4,50	3,18	10,33	+ 0016	776	15	104	0650	037	0
334	7,95	4,60	3,18	10,07	— 0100	694	16	127	0794	+ 014	0
336	7,90	4,69	3,17	9,84	0200	604	17	139	0870	— 001	0
338	7,85	4,77	3,17	9,64	0284	505	17	141	0883	011	0
340	7,80	4,83	3,17	9,47	0355	402	16	136	0852	017	0
342	7,76	4,89	3,16	9,33	0402	301	14	123	0771	018	0
344	7,73	4,94	3,16	9,22	0434	201	12	106	0665	018	0
346	7,69	4,99	3,16	9,14	0447	106	10	084	0529	015	0
348	7,67	5,03	3,16	9,08	0444	— 020	07	061	0383	012	0
350	7,64	5,06	3,15	9,05	0425	+ 058	04	037	0232	009	0
352	7,62	5,09	3,15	9,03	0389	121	+ 02	— 015	— 0094	006	0
354	7,60	5,12	3,15	9,06	0342	174	— 01	+ 005	+ 0031	004	0
356	7,58	5,15	3,15	9,10	0285	212	02	022	0138	003	0
358	7,57	5,17	3,15	9,16	0220	236	04	033	0207	002	0
360	7,55	5,19	3,14	9,24	0149	247	05	039	0245	001	0

$\mathfrak{H}$

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3\,an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\xi$
0	+2,02	−19,55	−2,82	19,80	+ 0,000000004	+ 0,000000001	+ 0,00000000	− 0,000000000	+ 0,000000000	− 0,00000000	− 0,0000000
6	1,96	19,55	2,80	20,28	004	− 005	000	003	000	000	000
12	1,88	19,56	2,78	20,76	002	011	001	006	000	000	000
18	1,77	19,57	2,74	21,26	+ 001	016	001	008	000	000	000
24	1,60	19,59	2,69	21,77	− 002	022	001	008	000	002	000
30	1,36	19,61	2,62	22,28	006	028	001	006	000	007	000
36	1,04	19,63	2,52	22,80	010	033	001	− 002	000	016	− 000
42	0,61	19,65	2,38	23,31	015	038	002	+ 005	000	029	+ 000
48	+0,06	19,66	2,21	23,80	021	042	003	017	002	049	000
54	−0,60	19,65	2,00	24,26	027	047	006	029	005	075	002
60	1,42	19,60	1,73	24,66	034	051	009	044	009	109	004
66	2,28	19,50	1,56	24,96	041	053	014	061	016	143	008
72	3,37	19,32	1,20	25,15	050	055	020	082	028	186	014
78	4,62	19,02	0,77	25,17	060	055	028	106	044	229	023
84	6,00	18,58	−0,29	25,00	072	052	034	132	066	268	036
90	7,49	17,95	+0,26	24,59	086	047	040	162	098	302	056
96	9,17	17,04	0,83	23,89	103	039	043	196	140	329	084
102	10,81	15,88	1,48	22,92	121	027	039	227	189	332	120
108	12,43	14,42	2,17	21,68	144	− 011	+ 025	261	252	321	169
114	13,98	12,60	2,87	20,19	172	+ 011	− 005	295	326	285	235
120	15,38	10,43	3,57	18,54	205	037	052	327	411	236	319
126	16,46	8,04	4,24	16,99	248	061	104	361	511	213	429
132	17,28	5,20	4,83	15,66	298	074	142	393	622	258	567
138	17,67	−2,09	5,31	15,06	338	060	118	405	712	396	696
144	17,54	+1,20	5,65	15,57	339	030	048	363	705	514	747
150	16,83	4,57	5,82	17,34	298	016	019	274	584	485	696
156	15,50	7,86	5,79	20,19	243	028	067	174	405	351	597
162	13,57	10,95	5,54	23,72	195	055	163	089	225	224	499
168	11,07	13,65	5,07	27,61	151	083	265	+ 021	+ 057	142	398
174	8,11	15,84	4,40	31,58	112	107	354	− 028	− 082	113	295
180	4,80	17,40	3,54	35,42	075	123	412	058	182	126	200

$m' = \frac{1}{19504}$

II

u	x'	y'	z'	Δ	p	q	de	$\frac{dn}{3an}$	$\frac{tdn}{3a}$	$ed\varpi$	$d\varrho$
186	—1,36	+18,27	+2,52	38,91	—0,000000041	+0,000000132	—0,00000444	—0,000000070	—0,000000234	—0,00000161	+0,00001070
192	+2,18	18,43	1,42	42,01	— 009	133	439	066	234	198	+ 0193
198	5,60	17,90	+0,29	44,57	+ 020	128	410	046	172	223	— 0575
204	8,76	16,73	—0,83	46,54	044	118	361	— 017	— 067	230	1156
210	11,56	15,04	1,91	47,88	065	103	296	+ 019	+ 079	205	1600
216	13,96	12,89	2,88	48,65	082	085	227	058	251	152	1883
222	15,85	10,47	3,75	48,77	092	067	162	092	415	090	1952
228	17,27	7,87	4,50	48,33	099	048	103	124	581	— 011	1917
234	18,22	5,20	5,11	47,39	102	030	054	148	719	+ 066	1779
240	18,75	2,57	5,58	46,03	101	+ 013	— 015	162	812	138	1564
246	18,91	+0,06	5,92	44,34	099	— 002	+ 011	171	881	197	1345
252	18,77	—2,32	6,16	42,34	094	016	029	171	905	244	1095
258	18,39	4,50	6,29	40,13	088	029	040	166	900	276	0864
264	17,83	6,45	6,35	37,79	079	039	042	151	837	283	0637
270	17,14	8,18	6,34	35,40	069	048	041	130	735	277	0446
276	16,36	9,72	6,32	32,93	058	055	037	106	613	254	0287
282	15,59	10,98	6,23	30,63	047	058	030	081	476	217	0173
288	14,84	12,05	6,13	28,46	035	059	023	054	322	173	0087
294	14,13	12,94	6,01	26,46	022	058	017	027	163	128	— 0029
300	13,47	13,67	5,89	24,68	010	054	012	+ 003	+ 018	085	+ 0003
306	12,96	14,22	5,74	23,19	+ 000	047	008	— 013	— 079	050	0016
312	12,46	14,70	5,64	21,89	— 009	038	006	025	152	022	0018
318	12,05	15,06	5,56	20,86	015	025	004	028	172	+ 003	0013
324	11,71	15,35	5,48	20,09	018	017	003	027	166	— 003	0009
330	11,46	15,55	5,43	19,56	019	008	002	021	130	005	0005
336	11,32	15,66	5,40	19,26	016	— 009	001	012	074	004	0002
342	11,19	15,77	5,37	19,15	013	+ 005	000	006	037	003	0000
348	11,09	15,84	5,35	19,21	009	007	000	— 001	— 006	001	0000
354	11,03	15,89	5,33	19,42	— 004	007	000	+ 002	+ 012	000	0000
360	10,99	15,92	5,32	19,75	+ 001	005	000	002	012	000	0000

Résultats de l'intégration par des quadratures, des différentielles précédentes, présentant les altérations de l'excentricité et du périhélie de l'orbite, de la vitesse et de l'anomalie moyennes de la Comète depuis 1682 *jusqu'en* 1759.

	PLANÈTES.	$\int de$	$\int d\varpi$	$\int dn$	$t\int dn$	$\int t dn$	$\int dt \int dn$	$\int d\xi$	$\int d\zeta$
Effets particls ...	♀	−0,00020223	−263″,80	+0″,315794	+ 8822″,34	−5286″,98	+14109″,32	+2078″,59	+16187″,91
	♄	−0,00003413	− 92,71	+0,031985	+ 893,57	+ 737,52	+ 156,05	+ 361,66	+ 517,71
	☿	−0,00003686	− 9,83	+0,013138	+ 367,03	+ 137,64	+ 229,39	+ 94,92	+ 324,31
Altération totale ..	.....	−0,00027322	−366,34	+0,360917	+10082,94	−4411,82	+14494,76	+2535,17	+17029,93

Les perturbations de la Comète n'ont été calculées, de 1682 à 1759, que dans la vue de déterminer la valeur de N à l'instant du passage au périhélie de 1682, pour en conclure celle qui répond au périhélie de 1759, au moyen de l'altération $\int dn$ calculée pour cet intervalle. L'équation

$$\zeta = Nt + \int d\zeta$$

donne immédiatement cette valeur, en observant qu'au périhélie, ou lorsque $\zeta = 360°$, on a $t = T = 27937^{\text{jours}}$, et $\int d\zeta = 17029'',93$; partant

$$N = 45'',78050$$

Si on nomme N′ cette valeur à l'instant du passage au périhélie de 1759, on aura

$$N' = N + \int dn = 46'',14142 ;$$

Des valeurs de N et N′ il est facile de déduire celles des demi-grands axes a et a', qui répondaient aux pé-

rihélies de 1682 et 1759, on trouve

$$a = 18{,}1782\,; \qquad a' = 18{,}0833\,,$$

ce sont les demi-grands axes qu'on aurait dû employer dans le calcul des observations qui ont servi à déterminer les élémens de la Comète à ces deux époques ; mais en attendant qu'on reprenne le calcul de ces observations sous ce point de vue, nous avons cru devoir partir, pour déterminer les perturbations de 1759 au prochain retour, des élémens suivans qui tiennent le milieu entre les résultats de plusieurs Auteurs.

Passage au périhélie	$12^{j},6$ mars 1759
Noeud ascendant	53° 48′
Périhélie	303 14
Inclinaison	17 40
Distance périhélie	0,584

Lorsqu'il n'est question que du calcul des altérations qu'éprouvent les élémens dans une révolution, l'expérience nous a indiqué qu'une plus grande précision dans les élémens primitifs n'influerait pas sensiblement sur le résultat : il n'en est pas ainsi, si l'on se propose de fixer leurs valeurs pour l'instant du retour au périhélie qu'on veut prédire ; il serait probablement plus exact de calculer et discuter de nouveau les observations.

On a ensuite calculé les perturbations de 30 en 30 degrés d'anomalie excentrique, en employant à chaque signe l'ellipse déterminée par les approximations précédentes, et dont les élémens se trouvent rapportés dans les tableaux suivans.

Coordonnées de la Comète et des Planètes perturbatrices, rapportées au plan et au grand axe de l'orbite de la Comète; Tems écoulés depuis le passage au périhélie de 1759; Distances des Planètes à la Comète.

I.er Signe d'anomalie excentrique.

	☌			♀				♄			
u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ	x'	y'	z'	Δ
°			j								
0	+0,58	+0,00	0,0	+4,53	+2,30	—1,09	4,70	+ 7,55	—5,19	—3,15	9,24
1	0,58	0,08	2,5	4,54	2,28	1,10	4,66	7,53	5,21	3,15	9,34
2	0,57	0,16	5,0	4,54	2,26	1,10	4,63	7,52	5,23	3,15	9,45
3	0,56	0,24	7,7	4,55	2,24	1,11	4,60	7,50	5,25	3,14	9,59
4	0,54	0,32	10,4	4,56	2,23	1,11	4,59	7,48	5,28	3,14	9,74
5	0,52	0,40	13,1	4,57	2,21	1,12	4,58	7,46	5,31	3,14	9,91
6	0,49	0,48	15,9	4,57	2,19	1,12	4,57	7,43	5,35	3,14	10,09
7	0,45	0,56	18,9	4,58	2,17	1,13	4,57	7,40	5,38	3,13	10,29
8	0,41	0,63	22,2	4,59	2,14	1,13	4,58	7,37	5,43	3,13	10,51
9	0,36	0,71	25,5	4,60	2,12	1,14	4,60	7,33	5,48	3,12	10,74
10	0,31	0,79	29,0	4,60	2,09	1,14	4,63	7,28	5,54	3,12	10,99
11	0,25	0,87	32,8	4,61	2,07	1,15	4,67	7,23	5,60	3,11	11,25
12	0,19	0,95	36,9	4,62	2,04	1,16	4,71	7,17	5,67	3,11	11,52
13	0,12	1,02	41,2	4,63	2,01	1,16	4,76	7,10	5,75	3,10	11,80
14	+0,05	1,10	45,7	4,64	1,98	1,17	4,82	7,02	5,84	3,09	12,10
15	—0,03	1,18	50,7	4,65	1,94	1,18	4,89	6,93	5,94	3,08	12,41
16	0,12	1,26	55,9	4,66	1,91	1,19	4,97				
17	0,21	1,33	61,6	4,68	1,87	1,20	5,06				
18	0,30	1,41	67,6	4,69	1,82	1,21	5,15				
19	0,40	1,48	74,0	4,70	1,78	1,22	5,25				
20	0,51	1,56	80,8	4,71	1,73	1,23	5,36				
21	0,62	1,63	88,1	4,73	1,68	1,24	5,48				
22	0,73	1,71	96,0	4,74	1,62	1,25	5,61				
23	0,85	1,78	104,2	4,75	1,56	1,26	5,75				
24	0,98	1,85	113,0	4,77	1,49	1,27	5,90				
25	1,11	1,93	122,3	4,78	1,43	1,29	6,05				
26	1,25	2,00	132,1	4,79	1,35	1,30	6,21				
27	1,39	2,07	142,6	4,81	1,28	1,32	6,38				
28	1,53	2,14	153,7	4,82	1,20	1,33	6,56				
29	1,68	2,21	165,3	4,83	1,11	1,35	6,74				
30	1,84	2,28	177,6	4,84	1,02	1,36	6,93				

	♅			
u	x'	y'	z'	Δ
0	+11,02	—15,90	—5,33	19,75
6	10,97	15,93	5,32	20,19
12	10,90	15,98	5,31	20,72
18	10,81	16,05	5,29	21,36
24	10,68	16,15	5,26	22,08
30	10,48	16,29	5,21	22,88

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varsigma$
92	−0,00000166	−0,00000822	+0,00000282	−0,00000563	+0,00001419	−0,00000353	+0″,005024	+14″,32	−8″,35	+25″,35
94	3473	1549	373	0525	2006	0482	5516	16,62	8,25	28,10
96	3765	1247	458	0459	2624	0608	5966	18,99	8,01	21,32
98	4030	0923	536	0379	3268	0730	6356	21,34	7,64	24,54
100	4253	0592	606	0282	3920	0845	6658	23,55	7,14	27,17
102	4418	−0262	668	0172	4576	0951	6848	25,48	6,52	30,62
104	4508	+0060	725	+0049	5251	1052	6904	27,00	5,78	33,19
106	4506	0371	778	−0085	5947	1148	6803	27,94	4,92	35,20
108	4401	0675	827	0234	6655	1238	6531	28,13	3,89	36,28
110	4199	0980	871	0401	7367	1320	6102	27,53	2,71	36,56
112	3911	1286	903	0587	8016	1383	5539	26,15	−1,38	35,89
114	3559	1590	919	0791	8543	1418	4881	24,10	+0,03	34,54
116	3159	1883	916	1007	8898	1421	4160	21,45	1,50	32,30
118	2730	2153	891	1226	9040	1387	3409	18,34	2,94	29,35
120	2284	2390	844	1440	8919	1314	2653	14,88	4,28	25,98

♅

96	−0,00000031	−0,00000089	−0,00000012	+0,00000093	−0,00000206	+0,00000048	+0″,000157	+0″,50	−0″,81	+0″,38
102	045	90	9	113	185	38	231	0,86	0,93	0,76
108	061	87	6	130	145	27	307	1,32	1,01	1,26
114	079	83	−2	145	−056	+09	382	1,89	1,08	2,03
120	100	74	+2	150	+063	−09	454	2,55	1,09	2,97

Élémens employés dans le IV.e signe d'anom. exc.

n	46″,16552	Ω	54° 0′
a	18,0770	ϖ	303 32
e	0,968287	i	17 42

V.e Signe d'anom. exc.

♅

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
121	−26,83	+3,90	5741,2	−0,92	−4,88	−0,38	27,36
122	27,10	3,86	5858,8	1,77	4,68	−0,09	26,73
123	27,37	3,82	5977,6	2,57	4,33	+0,21	26,10
124	27,63	3,77	6097,4	3,30	3,83	0,50	25,50
125	27,89	3,73	6218,3	3,92	3,20	0,78	24,97
126	28,15	3,68	6340,3	4,42	2,46	1,03	24,54
127	28,41	3,64	6463,4	4,78	1,63	1,25	24,24
128	28,66	3,59	6587,6	4,99	−0,75	1,44	24,10
129	28,90	3,54	6712,8	5,05	+0,17	1,58	24,14
130	29,15	3,49	6838,9	4,95	1,09	1,68	24,38
131	29,39	3,44	6966,1	4,69	1,98	1,72	24,80
132	29,62	3,38	7094,3	4,28	2,81	1,71	25,41
133	29,86	3,33	7223,5	3,74	3,57	1,64	26,17
134	30,09	3,27	7353,6	3,07	4,22	1,52	27,07
135	30,31	3,22	7484,7	2,31	4,74	1,36	28,08
136	30,53	3,16	7616,7	1,46	5,12	1,15	29,16
137	30,75	3,11	7749,7	−0,56	5,33	0,90	30,28
138	30,96	3,05	7883,5	+0,36	5,37	0,62	31,41
139	31,17	2,99	8018,2	1,27	5,23	0,32	32,52
140	31,38	2,93	8153,8	2,15	4,91	+0,01	33,58
141	31,58	2,86	8290,2	2,95	4,42	−0,31	34,57
142	31,78	2,80	8427,6	3,66	3,76	0,62	35,45
143	31,97	2,74	8565,7	4,23	2,95	0,99	36,21
144	32,16	2,68	8704,5	4,63	2,02	1,16	36,81
145	32,34	2,61	8844,2	4,85	+1,00	1,36	37,24
146	32,52	2,55	8984,6	4,86	−0,06	1,51	37,49
147	32,69	2,48	9125,7	4,65	1,13	1,59	37,55
148	32,86	2,41	9267,5	4,23	2,15	1,60	37,40
149	33,03	2,35	9410,1	3,60	3,07	1,53	37,06
150	33,19	2,28	9553,3	2,80	3,85	1,39	36,53

♄

u	x'	y'	z'	Δ
122	−4,03	+8,28	+2,56	23,63
124	2,89	8,89	2,31	25,37
126	1,67	9,34	2,01	27,15
128	−0,40	9,62	1,66	28,93
130	+0,89	9,71	1,27	30,70
132	2,19	9,61	0,86	32,43
134	3,47	9,31	+0,42	34,09
136	4,69	8,82	−0,04	35,67
138	5,83	8,13	0,50	37,15
140	6,87	7,26	0,98	38,50
142	7,77	6,23	1,40	39,71
144	8,50	5,04	1,82	40,77
146	9,05	3,73	2,20	41,65
148	9,40	2,32	2,53	42,34
150	9,53	+0,84	2,80	42,83

♅

126	−10,56	−16,09	+1,29	26,49
132	12,67	14,20	2,17	24,53
138	14,54	11,86	3,04	22,39
144	16,07	9,09	3,85	20,29
150	17,15	5,94	4,57	18,59

π

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
121	−0,0000081911	−0,0000366101	−0,0000028551	+0,0001203911	−0,0001542011	+0,0000221211	+0″,009298	+53″,38	−62″,29	+30″,59
122	14485	34542	− 00664	11691	− 03659	+ 0521	13347	78,20	63,35	67,18
123	20156	31283	+ 01500	10907	+ 08424	− 1175	16747	100,11	62,12	101,73
124	25003	27000	03539	09717	20248	2765	19384	118,19	58,71	133,05
125	28856	21958	05379	08191	31350	4191	21185	131,74	53,46	160,09
126	31632	16377	06963	06391	41324	5406	22139	140,37	46,66	181,56
127	33317	10519	08253	04398	49831	6378	22286	144,04	38,71	196,79
128	33923	− 04565	09236	02283	56755	7105	21685	142,85	29,98	206,28
129	33497	+ 01286	09897	+ 00109	61843	7569	20413	137,03	20,78	209,29
130	32138	06868	10251	− 02052	65115	7791	18579	127,06	11,44	205,99
131	29925	12073	10302	04151	66507	7775	16274	113,37	− 2,20	196,77
132	26961	16811	10068	06145	66040	7542	13599	96,48	+ 6,74	181,91
133	23353	21002	09567	07989	63710	7104	10650	76,93	15,16	162,08
134	19202	24570	08815	09640	59579	6485	07523	55,32	21,29	135,56
135	14578	27479	07828	11071	53687	5701	04284	32,06	29,89	108,83
136	09584	29654	06625	12233	46096	4774	+ 01021	+ 7,78	35,95	76,15
137	− 04317	31044	05223	13092	36858	3721	− 02187	− 16,95	40,95	40,53
138	+ 01149	31578	03639	13599	26024	2560	05273	41,57	44,81	+ 2,17
139	06703	31188	01899	13710	13760	1318	08155	65,39	47,37	−37,92
140	12225	29823	+ 00030	13380	+ 00220	− 0020	10752	87,67	48,57	79,51
141	17573	27417	− 01930	12564	− 14347	+ 1302	12976	107,57	48,24	120,85
142	22550	23914	03930	11214	29580	2609	14718	124,04	46,29	161,03
143	26947	19313	05902	09309	44947	3852	15883	136,05	42,64	197,59
144	30501	13641	07763	06841	59801	4976	16363	142,43	37,25	228,81
145	32947	+ 06996	09418	03836	73374	5924	16074	142,16	30,15	252,21
146	33990	− 00397	10740	− 00382	84555	6619	14955	134,37	21,54	265,06
147	33394	08186	11619	+ 03364	91478	7014	13009	118,72	11,76	265,48
148	31010	16003	11948	07229	96066	7052	10289	95,35	+ 1,21	251,20
149	26789	23315	11644	10950	94556	6713	06931	65,21	− 9,51	221,35
150	20878	29561	10677	14230	87506	6002	03160	30,19	19,66	177,03

♀

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varrho$
122	—0,00000180	+0,00000259	+0,00000077	—0,00001659	+0,00008552	—0,00001218	+0″,001869	+10″,95	+5″,54	+21″,86
124	1346	2730	692	1835	07918	1081	1157	7,05	6,59	17,33
126	0894	2817	594	1981	07050	0922	+0485	+3,07	7,42	12,64
128	0453	2850	485	2091	05961	0746	—0134	—0,88	8,05	7,59
130	—0029	2829	367	2161	04662	0558	0688	4,71	8,46	+2,44
132	+0376	2757	244	2188	03201	0366	1176	8,34	8,67	—2,93
134	0757	2636	+117	2170	+01582	—0172	1589	11,68	8,70	8,41
136	1112	2470	—11	2107	—00153	+0016	1928	14,68	8,54	13,73
138	1438	2259	138	1994	01974	0194	2189	17,26	8,21	18,94
140	1729	2008	263	1834	03861	0360	2369	19,32	7,74	23,94
142	1984	1720	384	1626	05781	0510	2470	20,82	7,13	28,52
144	2199	1396	498	1368	07672	0638	2492	21,69	6,42	32,75
146	2371	1040	606	1064	09542	0747	2439	21,91	5,62	36,37
148	2494	0658	705	0717	11337	0832	2311	21,42	4,75	39,29
150	2567	+0245	791	0322	12966	0889	2113	20,19	3,84	41,59

♓

126	—0,00000123	—0,00000060	+0,00000005	+0,00000141	+0,00000178	—0,00000023	+0″,000514	+3″,26	—1″,06	+4″,29
132	151	43	8	118	315	36	566	4,02	0,99	5,80
138	184	—21	9	074	386	38	608	—4,75	0,91	7,81
144	222	+03	+5	+015	+231	—19	616	+5,36	0,85	10,22
150	262	20	—1	—034	—049	+3	600	5,73	0,87	12,75

Élémens employés dans le V.e signe d'anom. exc.

n	46″,09080	Ω	54° 27′
a	18,0965	ϖ	303 32
e	0,967844	i	17 42

VI.e Signe d'anom. exc.

♌ ♍ ♎

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
151	−33,29	+2,23	9683,0	+ 1,96	−4,38	−1,20	35,86
152	33,44	2,16	9827,2	+ 0,92	4,77	0,93	35,07
153	33,59	2,09	9972,1	− 0,17	4,92	0,62	34,15
154	33,73	2,02	10117,6	1,25	4,83	−0,27	33,19
155	33,86	1,94	10263,5	2,27	4,48	+ 0,10	32,24
156	33,99	1,87	10410,2	3,19	3,92	0,46	31,35
157	34,12	1,80	10557,3	3,95	3,16	0,79	30,58
158	34,24	1,72	10705,0	4,53	2,25	1,10	29,99
159	34,36	1,65	10853,0	4,90	1,23	1,35	29,63
160	34,47	1,57	11001,7	5,05	− 0,15	1,54	29,51
161	34,57	1,50	11150,8	4,97	+ 0,94	1,66	29,65
162	34,67	1,42	11300,3	4,68	1,99	1,72	30,05
163	34,77	1,35	11450,1	4,19	2,96	1,70	30,67
164	34,86	1,27	11600,4	3,52	3,81	1,60	31,48
165	34,94	1,19	11751,0	2,70	4,50	1,44	32,44
166	35,02	1,11	11902,0	1,77	5,20	1,22	33,50
167	35,09	1,03	12053,3	− 0,76	5,30	0,95	34,61
168	35,16	0,96	12204,9	+ 0,29	5,38	0,64	35,73
169	35,22	0,88	12356,8	1,32	5,22	+ 0,30	36,80
170	35,28	0,80	12508,8	2,29	4,84	− 0,05	37,79
171	35,33	0,72	12661,2	3,17	4,25	0,40	38,67
172	35,38	0,64	12813,8	3,90	3,45	0,74	39,39
173	35,42	0,56	12966,6	4,45	2,50	1,04	39,93
174	35,46	0,48	13119,4	4,78	1,42	1,29	40,27
175	35,49	0,40	13272,4	4,87	+ 0,27	1,47	40,39
176	35,51	0,32	13425,6	4,71	− 0,89	1,58	40,27
177	35,53	0,24	13578,9	4,30	2,00	1,60	39,95
178	35,55	0,16	13732,1	3,65	3,01	1,54	39,35
179	35,55	0,08	13885,3	2,79	3,85	1,39	38,57
180	35,56	0,00	14038,9	1,78	4,47	1,15	37,62

♄

u	x'	y'	z'	Δ
152	+ 9,44	− 0,59	− 3,01	43,07
154	9,10	2,10	3,14	43,14
156	8,53	3,56	3,20	42,99
158	7,72	4,94	3,17	42,61
160	6,69	6,19	3,05	41,99
162	5,46	7,27	2,84	41,16
164	4,05	8,13	2,54	40,10
166	2,51	8,73	2,16	38,86
168	+ 0,87	9,04	1,71	37,44
170	− 0,79	9,05	1,19	35,89
172	2,44	8,74	0,64	34,26
174	3,99	8,11	− 0,05	32,62
176	5,41	7,18	+ 0,53	31,03
178	6,62	5,98	1,09	29,59
180	7,58	4,54	1,62	28,39

♅

156	− 17,67	− 2,61	+ 5,15	17,69
162	17,59	+ 0,99	5,56	17,97
168	16,83	4,61	5,77	19,56
174	15,40	8,08	5,75	22,20
180	13,33	11,24	5,50	25,50

π

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varsigma$
151	+ 0,00001443	— 0,00003825	— 0,00000925	+ 0,00001674	— 0,00007629	+ 0,00000511	+ 0,000049	+ 4,08	— 27,43	— 126,73
152	+ 06368	36769	07176	18510	059676	3854	04165	40,93	34,75	— 61,78
153	— 02059	37572	04698	19208	039408	2450	07467	74,46	39,87	+ 7,92
154	10251	36215	— 02004	18787	— 019945	+ 1013	10093	102,12	42,57	77,02
155	17657	32989	+ 00708	17362	+ 000033	— 0346	11904	122,18	43,00	141,04
156	23864	27983	03265	14953	028032	1543	12805	133,30	41,16	196,14
157	28583	21889	05523	11904	047773	2403	12872	135,90	37,71	239,70
158	31694	15070	07386	08396	064352	3228	12187	130,46	32,99	269,97
159	33221	07957	08805	04657	077215	3705	10897	118,27	27,48	286,45
160	33234	— 00880	09763	+ 00867	086163	3933	09145	100,61	21,54	289,84
161	31908	+ 05875	10267	— 02811	091123	3947	07070	78,83	15,50	280,82
162	29396	12072	10347	06226	092179	3788	04869	55,00	9,62	261,00
163	25895	17575	10030	09333	090039	3483	02608	29,79	— 4,09	232,52
164	21570	22273	09355	12020	084415	3071	+ 00398	+ 4,55	+ 1,01	195,75
165	16586	26091	08357	14240	075750	2581	— 01675	— 19,68	5,60	152,36
166	11086	28952	07070	15946	064361	2045	03529	42,00	9,66	103,55
167	— 05199	30795	05526	17092	050515	1490	05107	61,56	13,16	+ 50,76
168	+ 00953	31534	03747	17619	034389	0935	06357	77,58	16,10	— 4,95
169	07185	31118	+ 01781	17492	+ 016400	— 0509	07223	89,25	18,49	61,90
170	13330	29458	— 00207	16648	— 001001	+ 0068	07659	95,80	20,32	118,52
171	19184	26491	02527	15048	023414	0477	07629	96,59	21,61	173,10
172	24499	22289	04742	12670	044063	0797	07110	91,11	22,34	222,93
173	28956	16572	06875	09520	064022	1013	06093	79,01	22,51	264,99
174	32211	09755	08798	05663	082096	1113	04609	60,47	22,10	296,08
175	33910	+ 01948	10380	— 01217	096991	1096	02724	36,15	21,10	312,65
176	33768	— 06469	11474	+ 03598	107396	0970	— 00564	— 7,57	19,50	312,10
177	31538	14949	11938	08462	111856	0758	+ 01697	+ 23,04	17,34	292,02
178	27195	22889	11677	13025	109454	0494	03848	52,84	14,65	251,92
179	20936	29631	10662	16901	100014	0226	05666	78,68	11,50	190,00
180	13133	34547	08930	19724	083772	0000	06944	97,49	8,00	121,63

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
152	+ 0,000002582	— 0,000000160	— 0,000000860	+ 0,00000083	— 0,00014304	+ 0,00000924	— 0″,001858	— 18″,26	+ 2″,97	— 42″,50
154	2539	0606	918	0550	15524	928	1539	15,57	2,03	42,72
156	2426	1057	956	1038	16416	903	1171	12,19	1,11	41,67
158	2240	1507	970	1540	16903	851	0764	8,20	+ 0,23	39,30
160	1973	1942	959	2039	16927	773	— 0332	— 3,65	— 0,60	35,26
162	1625	2347	919	2509	16375	673	+ 0104	+ 1,45	1,36	29,32
164	1196	2703	847	2945	15286	556	0523	6,07	2,02	22,01
166	0692	2989	742	3300	13509	429	0902	10,74	2,55	13,29
168	+ 0119	3183	602	3554	11050	301	1213	14,81	2,98	— 2,98
170	— 0502	3266	431	3679	07963	180	1431	17,90	3,31	+ 8,52
172	1147	3218	235	3651	04367	079	1533	19,64	3,54	20,59
174	1785	3034	— 021	3459	— 00392	+ 005	1508	19,78	3,69	32,48
176	2381	2711	+ 200	3100	+ 03744	— 034	1349	18,11	3,80	43,68
178	2899	2265	415	2592	07780	035	1070	14,69	3,91	53,54
180	3304	1717	612	1961	11482	000	0690	9,69	4,02	61,12

♅

156	— 0,000000292	+ 0,000000020	— 0,000000007	— 0,00000038	+ 0,00000361	— 0,00000020	+ 0″,000541	+ 5″,63	— 1″,00	+ 14″,03
162	294	12	— 04	020	+ 0214	— 09	417	4,71	1,04	15,11
168	265	13	+ 08	032	— 0440	+ 12	246	3,00	0,94	14,03
174	222	31	21	100	1176	16	+ 073	+ 0,96	0,76	11,57
180	181	59	29	202	1632	0	— 071	— 1,00	0,66	10,03

Élémens employés dans le VLe signe d'anom. exc.

n	46″,16896	Ω	54° 24′
a	18,0761	ϖ	303 38
e	0,967080	i	17 41

VII.e Signe d'anom. exc.

♌ ♍ ♎

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
			j				
181	—35,53	—0,08	14188,3	+0,71	—4,82	—0,88	36,56
182	35,52	0,16	14341,6	—0,44	4,92	0,54	35,41
183	35,51	0,24	14494,6	1,56	4,75	—0,17	34,24
184	35,49	0,32	14647,7	2,60	4,31	+0,21	33,12
185	35,46	0,40	14800,6	3,51	3,64	0,58	32,13
186	35,43	0,48	14953,5	4,22	2,79	0,92	31,31
187	35,40	0,56	15106,3	4,73	1,79	1,22	30,72
188	35,36	0,63	15258,8	5,00	—0,71	1,45	30,39
189	35,31	0,71	15411,2	5,04	+0,41	1,62	30,34
190	35,26	0,79	15563,4	4,84	1,60	1,71	30,55
191	35,20	0,87	15715,3	4,44	2,53	1,72	30,99
192	35,14	0,95	15867,0	3,84	3,45	1,66	31,65
193	35,07	1,03	16018,5	3,07	4,22	1,53	32,46
194	35,00	1,10	16169,5	2,18	4,81	1,34	33,37
195	34,92	1,18	16320,4	1,21	5,20	1,09	34,33
196	34,83	1,26	16470,9	—0,18	5,37	0,79	35,29
197	34,74	1,33	16620,9	+0,85	5,32	0,47	36,21
198	34,65	1,41	16770,7	1,84	5,05	+0,12	37,06
199	34,55	1,48	16920,0	2,75	4,56	—0,23	37,79
200	34,44	1,56	17068,8	3,54	3,88	0,56	38,38
201	34,33	1,63	17217,3	4,18	3,04	0,88	38,80
202	34,22	1,71	17365,3	4,62	2,05	1,15	39,04
203	34,10	1,78	17512,7	4,85	+0,98	1,37	39,07
204	33,97	1,85	17659,7	4,85	—0,13	1,52	38,89
205	33,84	1,93	17806,1	4,61	1,24	1,60	38,49
206	33,71	2,00	17952,0	4,15	2,28	1,60	37,89
207	33,56	2,07	18097,3	3,49	3,20	1,52	37,10
208	33,42	2,14	18241,9	2,65	3,95	1,36	36,14
209	33,27	2,21	18386,0	1,68	4,51	1,14	35,05
210	33,11	2,28	18529,5	+0,64	4,84	0,86	33,86

♑

u	x'	y'	z'	Δ
182	— 8,23	—3,00	+2,06	27,51
184	8,60	1,28	2,45	27,02
186	8,65	+0,47	2,75	26,94
188	8,38	2,21	2,95	27,28
190	7,82	3,86	3,04	28,00
192	6,99	5,38	3,02	29,01
194	5,92	6,71	2,91	30,24
196	4,67	7,82	2,70	31,61
198	3,29	8,69	2,41	33,04
200	1,81	9,29	2,06	34,45
202	— 0,29	9,63	1,64	35,81
204	+ 1,23	9,70	1,18	37,07
206	2,70	9,51	0,70	38,19
208	4,10	9,08	+0,20	39,16
210	5,38	8,43	—0,30	39,97

♓

186	—10,76	+13,89	+5,08	29,00
192	7,73	16,03	4,41	32,54
198	4,43	17,50	3,57	35,82
204	— 1,02	18,29	2,61	38,70
210	+ 2,35	18,40	1,57	41,08

Ψ

	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varsigma$
181	+ 0,00000813	— 0,00003419	— 0,00000805	+ 0,00021012	— 0,00063703	— 0,00000143	+ 0,007471	+ 106,00	+ 4,45	— 44,09
182	— 04086	37485	04118	21184	038541	0173	07355	105,48	+ 0,66	+ 38,46
183	12516	35483	— 01257	20018	— 011754	— 0079	06547	94,90	— 3,12	116,56
184	19901	31441	+ 01559	17690	+ 014562	+ 0130	05157	75,54	6,78	184,66
185	25828	25821	04139	14468	038615	0433	03351	49,60	10,24	239,15
186	30050	19149	06341	10658	059049	0795	+ 01317	+ 19,69	13,40	277,29
187	32538	11915	08087	06546	075157	1180	— 00773	— 11,68	16,25	299,45
188	33352	— 04564	09337	+ 02390	086583	1554	02764	42,18	18,70	305,67
189	32657	+ 02525	10097	— 01594	093411	1887	04530	69,81	20,55	295,08
190	30658	09120	10392	05271	095852	2153	05993	93,27	22,38	278,33
191	27556	15057	10263	08548	094363	2332	07098	111,55	23,57	248,67
192	23551	20207	09751	11355	089310	2410	07806	123,86	24,27	210,46
193	18803	24453	08890	13628	081141	2373	08089	129,57	24,44	166,35
194	13511	27760	07731	15354	070272	2215	07951	128,56	24,02	116,96
195	07799	30060	06300	16499	057017	1927	07383	120,49	23,04	65,49
196	— 01800	31303	04632	17044	041712	1505	06391	105,27	21,29	+ 11,03
197	+ 04350	31425	02767	16963	024788	0951	04987	82,89	18,77	— 43,65
198	10467	30356	+ 00740	16228	+ 006594	+ 0268	03201	53,68	15,38	97,30
199	16365	28078	— 01392	14846	— 012336	— 0530	— 01086	— 18,38	11,09	138,37
200	21846	24541	03565	12802	031399	1422	+ 01302	+ 22,22	— 5,85	165,03
201	26643	19747	05704	10116	049919	2376	03863	66,51	+ 0,27	184,55
202	30488	13778	07711	06852	067044	3347	06470	112,35	6,89	201,02
203	33044	+ 06789	09463	— 03110	081730	4271	08948	156,70	14,61	213,75
204	34041	— 00965	10837	+ 00959	092905	5072	11107	196,15	22,27	218,46
205	33246	09088	11713	05133	099660	5675	12735	226,76	29,67	217,75
206	30541	17094	11983	09152	101167	6000	13633	244,74	36,27	211,28
207	26971	24414	11583	12727	096966	5981	13646	246,95	41,46	199,26
208	19761	30507	10513	15592	087249	5589	12695	231,58	44,72	154,58
209	12293	34886	08820	17526	072555	4821	10788	198,35	45,65	91,06
210	+ 04102	37271	06632	18418	054067	3723	08054	149,24	44,09	23,28

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varepsilon$
182	−0,00000366	−0,00000124	+0,00000077	+0,00001262	+0,00014469	+0,00000065	+0″,00025	+ 3″,60	− 4″,11	+65″,86
184	3685	− 0479	0906	+ 0522	16926	152	− 0215	− 3,15	4,29	67,99
186	3648	+ 0164	0997	− 0212	18569	250	0667	9,97	4,49	67,00
188	3467	0774	1046	0902	19399	348	1068	16,30	4,71	63,30
190	3164	1329	1053	1520	19425	436	1390	21,63	4,94	57,40
192	2768	1806	1022	2040	18721	505	1613	25,59	5,15	49,65
194	2308	2198	0958	2453	17416	549	1732	28,00	5,33	40,91
196	1809	2496	0867	2750	15615	563	1744	28,73	5,45	31,51
198	1297	2700	0753	2934	13420	546	1657	27,79	5,48	21,81
200	0789	2816	0625	3015	11009	498	1481	25,28	5,44	12,69
202	− 0297	2850	0487	3001	08469	423	1229	21,34	5,28	3,93
204	+ 0168	2810	0343	2905	05881	321	0916	16,18	5,01	4,04
206	0600	2706	0198	2742	03343	198	0555	9,96	4,61	11,36
208	0994	2544	+ 0055	2521	+ 00913	+ 058	− 0159	− 2,90	4,09	17,76
210	1348	2334	− 0085	2256	− 01386	− 095	+ 0258	+ 4,78	3,47	22,98

♅

186	−0,00000142	+0,00000086	+0,00000032	−0,00000293	+0,00001788	+0,00000024	−0″,00172	− 2″,57	− 0″,65	+ 7″,90
192	105	108	30	363	1649	44	229	3,63	0,71	5,74
198	070	123	25	402	1337	54	242	4,06	0,78	3,42
204	037	130	19	407	0978	53	213	3,76	0,86	1,66
210	007	131	11	388	0538	37	153	2,83	0,90	0,10

Élémens employés dans le VII.e signe d'anom. exc.

n	46″,23378	Ω	54° 58′
a	18,0592	ϖ	303 52
e	0,967595	i	17 44

VIII.e Signe d'anom. exc.

	☌			♅				♄				
u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ	u	x'	y'	z'	Δ
211	−32,93	−2,35	18656,8	−0,30	−4,92	−0,55	32,73	212	+ 6,44	+ 7,65	−0,81	40,48
212	32,76	2,42	18798,7	1,36	4,80	−0,21	31,50	214	7,42	6,66	1,27	40,91
213	32,59	2,48	18940,0	2,34	4,45	+ 0,14	30,32	216	8,24	5,51	1,69	41,15
214	32,42	2,55	19080,4	3,21	3,90	0,48	29,25	218	8,86	4,26	2,08	41,20
215	32,24	2,61	19220,2	3,93	3,18	0,80	28,32	220	9,28	2,92	2,42	41,05
216	32,06	2,68	19359,3	4,49	2,32	1,08	27,59	222	9,49	1,55	2,70	40,72
217	31,87	2,74	19497,6	4,86	1,38	1,32	27,08	224	9,51	+ 0,16	2,91	40,19
218	31,68	2,81	19635,1	5,03	−0,39	1,51	26,80	226	9,33	− 1,21	3,07	39,50
219	31,48	2,87	19771,7	5,02	+ 0,61	1,63	26,74	228	8,96	2,55	3,16	38,63
220	31,28	2,93	19907,6	4,82	1,59	1,70	26,90	230	8,42	3,81	3,19	37,61
221	31,08	2,99	20042,6	4,45	2,50	1,71	27,24	232	7,71	4,97	3,15	36,44
222	30,87	3,05	20176,8	3,94	3,32	1,66	27,73	234	6,87	6,02	3,05	35,15
223	30,66	3,11	20309,9	3,30	4,03	1,55	28,32	236	5,91	6,93	2,90	33,73
224	30,44	3,19	20442,3	2,55	4,60	1,39	28,98	238	4,85	7,69	2,69	32,21
225	30,22	3,22	20573,8	1,73	5,02	1,20	29,68	240	3,72	8,29	2,43	30,61
226	30,00	3,28	20704,3	−0,86	5,28	0,96	30,38					
227	29,77	3,33	20834,0	+ 0,03	5,38	0,70	31,05					
228	29,53	3,39	20962,5	0,90	5,31	0,42	31,66			♇		
229	29,30	3,44	21090,2	1,75	5,08	+ 0,12	32,20					
230	29,06	3,49	21216,8	2,54	4,70	− 0,17	32,65					
231	28,82	3,54	21342,5	3,24	4,18	0,46	32,98	216	+ 5,44	+ 17,93	+ 0,43	42,79
232	28,57	3,59	21467,1	3,84	3,53	0,73	33,19	222	8,38	16,91	− 0,60	44,04
233	28,32	3,64	21590,7	4,32	2,78	0,97	33,27	228	10,97	15,46	1,57	44,70
234	28,07	3,69	21713,3	4,65	1,94	1,18	33,22	234	13,18	13,69	2,47	44,82
235	27,81	3,73	21834,7	4,84	1,06	1,36	33,03	240	14,99	11,70	3,26	44,44
236	27,55	3,78	21955,1	4,87	+ 0,15	1,49	32,69					
237	27,29	3,82	22074,5	4,74	− 0,76	1,57	32,22					
238	27,02	3,87	22192,6	4,47	1,64	1,60	31,61					
239	26,75	3,91	22309,8	4,05	2,45	1,58	30,88					
240	26,48	3,95	22425,7	3,51	3,18	1,50	30,04					

$\frac{1}{2}$

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
211	—0,00000 3175	—0,0000 37608	—0,00000 4213	+0,0001 8275	—0,0003 3948	—0,0000 2421	+ 0″,005136	+ 95″,82	+ 40″,78	+ 35″,84
212	11149	36077	— 01579	17225	— 12605	— 0929	+ 01437	+ 27,018	34,89	98,10
213	18248	32730	+ 01024	15330	+ 08088	+ 0616	— 02371	— 44,91	27,24	152,29
214	24152	27970	03443	12813	26913	2116	06036	115,17	18,42	195,32
215	28654	22175	05563	09879	43028	3490	09349	179,69	+ 8,92	226,55
216	31702	15785	07316	06752	55953	4677	12160	235,41	— 0,69	245,58
217	33314	09158	08663	03605	65498	5638	14365	280,09	9,98	252,98
218	33579	— 02593	09595	+ 00580	71661	6349	15909	312,37	18,61	249,78
219	32672	+ 03673	10136	— 02219	74805	6817	16796	332,09	26,37	238,43
220	30740	09512	10315	04741	75167	7041	17047	339,37	33,12	219,60
221	27952	14761	10161	06924	73099	7035	16694	334,59	38,69	194,99
222	24468	19367	09713	08757	68964	6815	15791	318,61	43,09	166,37
223	20415	23277	08999	10230	63046	6394	14382	292,10	46,25	134,53
224	15923	26456	08050	11341	55607	5785	12521	255,96	48,17	100,37
225	11080	28864	06897	12089	46962	5010	10253	210,94	48,82	65,11
226	06006	30489	05563	12484	37329	4081	07633	158,04	48,19	+ 29,46
227	— 00781	31311	04074	12534	26934	3017	04709	98,11	46,30	— 5,72
228	+ 04470	31275	02462	12236	16024	1838	— 01551	— 32,51	43,08	40,25
229	09694	30403	+ 00745	11613	— 04775	— 0560	+ 01797	+ 37,90	38,60	72,76
230	14754	28640	— 01040	10663	+ 06559	+ 0788	05249	111,37	32,84	103,08
231	19515	25991	02853	09409	17699	2176	08708	185,85	25,86	130,34
232	23841	22479	04646	07877	28344	3564	12068	259,07	17,81	153,43
233	27583	18113	06372	06091	38196	4911	15212	328,44	— 8,77	171,89
234	30575	12983	07971	04101	46965	6172	18000	390,84	+ 1,02	185,04
235	32667	07205	09378	— 01966	54263	7286	20294	443,12	11,24	191,84
236	33703	+ 00939	10525	+ 00244	59786	8202	21946	481,84	21,56	192,17
237	33560	— 05620	11348	02453	63269	8865	22823	503,80	31,55	185,42
238	32190	12189	11797	04561	64533	9233	22832	506,70	40,75	172,12
239	29588	18520	11836	06489	63466	9270	21918	488,99	48,75	152,23
240	25804	24309	11442	08146	60165	8970	20059	449,84	55,08	127,21

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varrho$
212	+ 0,000001636	+ 0,000002101	− 0,000000223	− 0,00001974	− 0,0000356o	− 0,00000263	+ 0″,000658	+ 12″,37	− 2″,80	− 26″,97
214	1904	1817	348	1654	05440	0428	1080	20,61	1,95	30,72
216	2130	1502	465	1316	07113	0595	1491	28,86	1,03	33,21
218	2309	1160	573	0967	08559	0758	1880	36,91	− 0,01	35,01
220	2441	0798	669	0616	09750	0913	2233	44,45	+ 1,06	35,82
222	2525	0420	753	− 0270	10693	1057	2543	51,31	2,18	35,91
224	2559	+ 0031	825	+ 0067	11398	1186	2797	57,18	3,33	35,26
226	2542	− 0364	883	0388	11850	1296	2987	61,84	4,46	33,69
228	2474	0761	924	0689	12027	1380	3105	65,09	5,57	31,50
230	2352	1153	950	0964	11982	1440	3140	66,62	6,63	28,80
232	2177	1532	959	1207	11701	1471	3084	66,20	7,59	25,50
234	1948	1892	948	1416	11171	1468	2931	63,64	8,42	21,59
236	1668	2224	918	1586	10429	1431	2679	58,82	9,09	17,24
238	1340	2521	869	1713	09507	1360	2327	51,64	9,59	12,86
240	0966	2774	802	1797	08434	1257	1873	42,00	9,86	8,09

♅

216	+ 0,000000017	+ 0,000000127	+ 0,000000003	− 0,0000035o	+ 0,00000138	+ 0,00000012	− 0″,000076	− 1″,47	− 0″,90	− 0″,95
222	40	117	− 05	297	− 213	− 21	+ 023	+ 0,46	0,81	1,98
228	59	104	11	239	430	49	125	2,62	0,68	2,52
234	73	90	17	185	601	79	217	4,71	0,52	2,83
240	83	75	21	135	663	99	295	6,62	0,35	2,80

Élémens employés dans le VIII.e signe d'anom. exc.

n	46″,28519	Ω	54° 7′
a	18,0458	ϖ	304 1
e	0,967563	i	17 37

IX.e Signe d'anom. exc.

☌ ♆

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
			j				
241	—26,18	—4,00	22537,3	+ 2,89	—3,77	—1,39	29,11
242	25,91	4,04	22650,8	2,17	4,27	1,24	28,10
243	25,63	4,08	22763,2	1,38	4,63	1,04	27,03
244	25,35	4,12	22874,5	+ 0,56	4,85	0,81	25,93
245	25,06	4,15	22984,6	—0,27	4,93	0,57	24,81
246	24,78	4,18	23093,4	1,08	4,86	0,31	23,71
247	24,49	4,21	23201,1	1,85	4,66	—0,04	22,64
248	24,20	4,24	23307,6	2,57	4,33	+ 0,22	21,63
249	23,90	4,27	23412,8	3,21	3,90	0,48	20,70
250	23,61	4,30	23516,8	3,76	3,38	0,72	19,88
251	23,31	4,33	23619,6	4,22	2,78	0,94	19,17
252	23,01	4,36	23721,2	4,58	2,13	1,14	18,60
253	22,71	4,38	23821,5	4,84	1,44	1,31	18,16
254	22,41	4,40	23920,4	4,99	0,73	1,45	17,86
255	22,11	4,42	24018,2	5,05	—0,02	1,56	17,69
256	21,80	4,44	24114,7	5,01	+ 0,69	1,64	17,64
257	21,50	4,46	24210,0	4,88	1,37	1,69	17,69
258	21,19	4,48	24303,9	4,67	2,03	1,71	17,84
259	20,88	4,50	24396,7	4,38	2,64	1,70	18,06
260	20,57	4,51	24488,0	4,03	3,20	1,6[illegible]	18,33
261	20,26	4,52	24578,1	3,62	3,70	1,61	18,63
262	19,95	4,53	24666,9	3,17	4,14	1,53	18,96
263	19,64	4,54	24754,5	2,67	4,52	1,42	19,29
264	19,33	4,55	24840,6	2,15	4,83	1,30	19,61
265	19,01	4,56	24925,5	1,61	5,07	1,17	19,93
266	18,70	4,57	25009,2	1,05	5,24	1,02	20,22
267	18,39	4,57	25091,4	—0,49	5,35	0,86	20,48
268	18,07	4,58	25172,5	+ 0,07	5,38	0,69	20,70
269	17,76	4,58	25252,1	0,61	5,36	0,52	20,89
270	17,44	4,58	25330,5	1,14	5,27	0,34	21,04

♄

u	x'	y'	z'	Δ
242	+ 2,59	—8,71	—2,15	28,96
244	1,39	8,98	1,83	27,24
246	+ 0,19	9,09	1,47	25,49
248	— 0,98	9,04	1,10	23,73
250	2,11	8,83	0,72	21,98
252	3,17	8,49	—0,34	20,27
254	4,17	8,02	+ 0,04	18,60
256	5,08	7,43	0,41	17,00
258	5,88	6,76	0,77	15,49
260	6,59	6,01	1,10	14,11
262	7,19	5,20	1,41	12,86
264	7,75	4,35	1,70	11,70
266	8,06	3,47	1,95	10,87
268	8,35	2,59	2,18	10,16
270	8,54	1,70	2,37	9,65

♅

246	+ 16,36	+ 9,68	—3,92	43,59
252	17,42	7,57	4,50	42,40
258	18,16	5,50	4,97	40,90
264	18,62	3,52	5,35	39,17
270	18,86	1,68	5,65	37,27

$\frac{1}{r}$

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
241	+0,00002 1203	−0,00002 9083	−0,00001 0694	+0,00009437	−0,00054992	−0,00008409	+0″,017456	+393″,41	+59″,27	−98″,93
242	15609	33076	09516	10384	49710	7477	13984	316,75	61,49	66,73
243	09418	35879	08009	10918	39478	6285	09883	224,97	61,21	31,44
244	+ 02941	37408	06240	11042	30103	4888	05371	122,86	59,24	− 0,67
245	− 03558	37668	04318	10787	20380	3375	+ 00645	+ 14,83	54,99	+ 30,74
246	09828	36701	02308	10193	10647	1798	− 04092	− 94,50	49,03	59,33
247	15620	34661	− 00312	09328	− 01407	− 0242	08631	200,25	41,75	83,87
248	20793	31720	+ 01604	08262	+ 07065	+ 1240	12830	299,04	33,56	104,27
249	25236	28069	03381	07060	14551	2602	16572	387,99	24,84	120,00
250	28861	23885	04971	05783	20879	3805	19759	464,67	15,93	131,35
251	31649	19385	06350	04493	26019	4832	22345	527,78	+ 7,20	138,37
252	33606	14691	07504	03224	29983	5674	24307	576,59	− 1,18	141,53
253	34780	09979	08434	02019	32850	6333	25656	611,17	9,27	143,29
254	35212	05337	09145	+ 00896	34710	6817	26409	631,71	15,99	137,76
255	34969	− 00855	09649	− 00127	35641	7130	26604	639,01	22,22	131,56
256	34135	+ 03423	09964	01048	35834	7302	26296	634,12	27,68	128,85
257	32780	07454	10104	01859	35363	7339	25534	618,17	32,31	124,48
258	30995	11208	10088	02565	34315	7253	24385	592,64	36,57	116,20
259	28834	14646	09926	03164	32830	7067	22890	558,44	39,19	92,63
260	26387	17765	09636	03669	30948	6784	21119	517,15	41,50	80,78
261	23705	20557	09229	04066	28769	6421	19115	469,81	43,10	68,77
262	20816	23004	08714	04377	26375	5994	16904	416,97	44,05	57,24
263	17778	25113	08105	04605	23786	5505	14534	359,78	44,36	45,53
264	14638	26882	07413	04756	21083	4968	12048	299,27	44,08	34,16
265	11407	28306	06645	04834	18305	4392	09459	235,77	43,27	23,39
266	08122	29378	05808	04847	15489	3784	06803	170,14	41,93	23,05
267	04834	30134	04920	04804	12707	3160	04124	103,48	40,18	+ 3,68
268	− 01530	30537	03980	04706	09940	2517	− 01420	− 35,74	37,98	− 5,28
269	+ 01731	30613	03007	04561	07258	1871	+ 01258	+ 31,77	35,41	23,46
270	04948	30378	02000	04378	04663	1224	03904	98,88	32,52	20,94

π

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$
151	+ 0,00001 4431	— 0,0000 3382 5	— 0,000009255	+ 0,00016742	— 0,00076290	+ 0,0000 5110	+ 0,000421	+ 4,08	— 27,43
152	+ 06368	36769	07176	18510	059676	3854	04165	40,93	34,75
153	— 02059	37572	04698	19208	039408	2450	07467	74,46	39,87
154	10251	36215	— 02004	18787	— 016945	+ 1013	10093	102,12	42,57
155	17657	32989	+ 00708	17362	+ 006033	— 0346	11904	122,18	43,00
156	23864	27983	03265	14953	023032	1543	12805	133,30	41,16
157	28583	21889	05523	11904	047773	2403	12872	135,90	37,71
158	31694	15070	07386	08396	064352	3228	12187	130,46	32,99
159	33221	07957	08805	04657	077215	3705	10897	118,27	27,48
160	33237	— 00880	09763	+ 00867	086163	3933	09145	100,61	21,54
161	31908	+ 05875	10267	— 02811	091123	3947	07070	78,83	15,50
162	29396	12072	10347	06226	090179	3788	04867	55,00	9,62
163	25895	17575	10030	09333	086039	3483	02602	29,79	— 4,09
164	21570	22277	09355	12020	084415	3071	+ 00392	+ 4,55	+ 1,01
165	16586	26091	08357	14240	075750	2581	— 01675	— 19,68	5,60
166	11086	28952	07070	15946	064361	2045	03529	42,00	9,66
167	— 05199	30795	05526	17092	050515	1490	05107	61,56	13,16
168	+ 00953	31534	03747	17619	034389	0935	06357	77,58	16,10
169	07185	31118	+ 01781	17492	+ 016400	— 0409	07223	89,25	18,49
170	13330	29458	— 00327	16648	— 003021	+ 0068	07659	95,80	20,32
171	19184	26491	02527	15048	023414	0477	07629	96,59	21,61
172	24499	22189	04742	12670	044063	0797	07110	91,11	22,34
173	28956	16572	06875	09520	064022	1013	06093	79,01	22,51
174	32211	09755	08798	05663	082096	1113	04609	60,47	22,10
175	33910	+ 01948	10380	— 01217	096991	1096	02724	36,15	21,10
176	33768	— 06469	11474	+ 03598	107396	0970	— 00564	— 7,57	19,50
177	31538	14949	11938	08462	111856	0758	+ 01697	+ 23,04	17,34
178	27195	22889	11677	13025	109454	0494	03848	52,84	14,65
179	20936	29631	10662	16901	100014	0226	05666	78,68	11,50
180	13133	34547	08930	19724	083772	0000	06944	97,49	8,00

X.e Signe d'anom. exc.

♌ ♍ ♄

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
271	—17,24	—4,56	25376,3	+1,43	+5,19	+0,24	21,064
272	16,92	4,55	25452,7	1,93	5,01	+0,06	21,141
273	16,60	4,55	25527,7	2,40	4,78	—0,11	21,171
274	16,29	4,55	25601,4	2,83	4,51	0,28	21,156
275	15,97	4,54	25673,8	3,23	4,19	0,45	21,095
276	15,66	4,53	25744,9	3,58	3,84	0,60	20,990
277	15,34	4,52	25814,7	3,90	3,45	0,75	20,843
278	15,03	4,51	25883,1	4,17	3,04	0,89	20,650
279	14,72	4,50	25950,3	4,40	2,61	1,02	20,418
280	14,40	4,49	26016,1	4,58	2,17	1,13	20,147
281	14,09	4,47	26080,7	4,72	1,71	1,23	19,838
282	13,78	4,46	26143,8	4,81	1,25	1,32	19,494
283	13,47	4,44	26205,8	4,86	0,79	1,40	19,119
284	13,17	4,42	26266,4	4,87	+0,33	1,46	18,713
285	12,86	4,40	26325,8	4,85	—0,13	1,52	18,278
286	12,55	4,38	26384,0	4,78	0,57	1,55	17,819
287	12,25	4,36	26440,8	4,69	1,00	1,58	17,340
288	11,95	4,33	26496,4	4,56	1,41	1,59	16,838
289	11,65	4,31	26550,6	4,40	1,80	1,60	16,321
290	11,35	4,28	26603,7	4,21	2,17	1,59	15,787
291	11,05	4,25	26655,4	4,01	2,52	1,57	15,241
292	10,76	4,22	26706,0	3,78	2,85	1,54	14,689
293	10,47	4,19	26755,3	3,54	3,15	1,51	14,126
294	10,18	4,16	26803,4	3,28	3,42	1,47	13,560
295	9,89	4,13	26850,3	3,01	3,67	1,42	12,987
296	9,60	4,10	26896,0	2,74	3,90	1,36	12,415
297	9,32	4,06	26940,5	2,45	4,10	1,30	11,846
298	9,04	4,02	26983,8	2,17	4,27	1,23	11,276
299	8,76	3,99	27026,0	1,88	4,43	1,16	10,712
300	8,49	3,95	27067,0	1,59	4,56	1,09	10,153

♄

u	x'	y'	z'	Δ
272	— 8,63	—1,03	+2,51	9,35
274	8,67	—0,17	2,65	9,18
276	8,64	+0,66	2,77	9,16
278	8,54	1,45	2,86	9,26
280	8,39	2,20	2,93	9,46
282	8,19	2,91	2,98	9,66
284	7,95	3,57	3,01	10,01
286	7,67	4,19	3,02	10,31
288	7,38	4,75	3,02	10,61
290	7,06	5,28	3,00	10,90
292	6,73	5,75	2,97	11,16
294	6,40	6,19	2,94	11,41
296	6,05	6,58	2,89	11,62
298	5,71	6,94	2,84	11,80
300	5,38	7,26	2,79	11,95

♅

276	+18,96	+ 0,17	—5,84	35,40
282	18,89	— 1,34	6,00	33,37
288	18,75	2,67	6,12	31,35
294	18,56	3,82	6,20	29,40
300	18,34	4,78	6,24	27,56

VII.e Signe d'anom. exc.

☌ ♆

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
181	—35,53	—0,08	14188,3	+0,71	—4,82	—0,88	36,56
182	35,52	0,16	14341,6	—0,44	4,92	0,54	35,41
183	35,51	0,24	14494,6	1,56	4,75	—0,17	34,24
184	35,49	0,32	14647,7	2,60	4,31	+0,21	33,12
185	35,46	0,40	14800,6	3,51	3,64	0,58	32,13
186	35,43	0,48	14953,5	4,22	2,79	0,92	31,31
187	35,40	0,56	15106,3	4,73	1,79	1,22	30,72
188	35,36	0,63	15258,8	5,00	—0,71	1,45	30,39
189	35,31	0,71	15411,2	5,04	+0,41	1,62	30,34
190	35,26	0,79	15563,4	4,84	1,50	1,71	30,55
191	35,20	0,87	15715,3	4,44	2,53	1,72	30,99
192	35,14	0,95	15867,0	3,84	3,45	1,66	31,65
193	35,07	1,03	16018,5	3,07	4,22	1,53	32,46
194	35,00	1,10	16169,5	2,18	4,81	1,34	33,37
195	34,92	1,18	16320,4	1,21	5,20	1,09	34,33
196	34,83	1,26	16470,9	—0,18	5,37	0,79	35,29
197	34,74	1,33	16620,9	+0,85	5,32	0,47	36,21
198	34,65	1,41	16770,7	1,84	5,05	+0,12	37,06
199	34,55	1,48	16920,0	2,75	4,56	—0,23	37,79
200	34,44	1,56	17068,8	3,54	3,88	0,56	38,38
201	34,33	1,63	17217,3	4,18	3,04	0,88	38,80
202	34,22	1,71	17365,3	4,62	2,05	1,15	39,04
203	34,10	1,78	17512,7	4,85	+0,98	1,37	39,07
204	33,97	1,85	17659,7	4,85	—0,13	1,52	38,89
205	33,84	1,93	17806,1	4,61	1,24	1,60	38,49
206	33,71	2,00	17952,0	4,15	2,28	1,60	37,89
207	33,56	2,07	18097,3	3,49	3,20	1,52	37,10
208	33,42	2,14	18241,9	2,65	3,95	1,36	36,14
209	33,27	2,21	18386,0	1,68	4,51	1,14	35,05
210	33,11	2,28	18529,5	+0,64	4,84	0,86	33,86

♄

u	x'	y'	z'	Δ
182	— 8,23	—3,00	+2,06	27,51
184	8,60	1,28	2,45	27,02
186	8,65	+0,47	2,75	26,94
188	8,38	2,21	2,95	27,28
190	7,82	3,86	3,04	28,00
192	6,99	5,38	3,02	29,01
194	5,92	6,71	2,91	30,24
196	4,67	7,82	2,70	31,61
198	3,29	8,69	2,41	33,04
200	1,81	9,29	2,06	34,45
202	— 0,29	9,63	1,64	35,81
204	+ 1,23	9,70	1,18	37,07
206	2,70	9,51	0,70	38,19
208	4,10	9,08	+0,20	39,16
210	5,38	8,43	—0,30	39,97

♅

186	—10,76	+13,89	+5,08	29,00
192	7,73	16,03	4,41	32,54
198	4,43	17,50	3,57	35,82
204	— 1,02	18,29	2,61	38,70
210	+ 2,35	18,40	1,57	41,08

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
272	−0,0000061 69	−0,0000016 13	+0,0000000 93	+0,0000045 0	+0,0000041 0	+0,0000011 0	−0″,009777	−248″,85	−3″,77	+29″,12
274	6080	1667	036	449	147	040	9643	246,87	3,56	26,87
276	5835	1663	023	432	087	025	9251	238,17	3,28	24,05
278	5491	1581	048	397	168	051	8691	224,95	3,06	21,03
280	5104	1422	104	348	330	103	8051	209,45	2,94	18,12
282	4744	1247	154	300	457	148	7445	194,64	2,85	15,50
284	4346	0966	237	238	644	216	6765	177,69	2,90	13,02
286	4005	0715	300	189	744	260	6170	162,79	2,92	10,96
288	3694	0469	354	146	799	290	5617	148,83	2,93	9,20
290	3413	0241	395	111	809	305	5108	135,89	2,91	7,67
292	3155	− 0034	426	083	787	309	4634	123,76	2,85	6,36
294	2919	+ 0155	450	062	748	306	4194	112,41	2,77	5,29
296	2702	0316	463	047	690	294	3788	101,88	2,66	4,37
298	2502	0456	470	034	625	278	3410	92,01	2,53	3,60
300	2316	0575	471	026	556	259	3060	82,82	2,38	2,95

♅

276	+0,000000085	−0,000000004	−0,000000031	+0,00000001	−0,00000353	−0,00000102	+0″,000401	+10″,32	+9″,32	−1″,00
282	79	13	31	4	276	089	364	9,52	0,33	0,74
288	71	20	30	4	203	074	314	8,32	0,30	0,49
294	62	26	28	3	140	057	256	6,86	0,26	0,31
300	52	29	25	2	089	041	197	5,33	0,21	0,18

Élémens employés dans le X.e signe d'anom. exc.

n	45″,94590	Ω	54° 31′
a	18,1346	ϖ	304 22
e	0,967915	i	17 37

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varsigma$
182	−0,00000356	−0,00000112	+0,00000077	+0,00001262	+0,00014469	+0,00000065	+0″,000251	+ 3″,60	− 4″,11	+65″,8
184	3685	− 0479	0906	+ 0522	16926	152	− 0215	− 3,15	4,29	67,9
186	3648	+ 0164	0997	− 0212	18569	250	0667	9,97	4,49	67,0
188	3467	0774	1046	0902	19399	348	1068	16,30	4,71	63,3
190	3164	1329	1053	1520	19425	436	1390	21,63	4,94	57,4
192	2768	1806	1022	2040	18721	505	1613	25,59	5,15	49,6
194	2308	2198	0958	2453	17416	549	1732	28,00	5,33	40,9
196	1809	2496	0867	2750	15615	563	1744	28,73	5,45	31,5
198	1297	2700	0753	2934	13420	546	1657	27,79	5,48	21,8
200	0789	2816	0625	3015	11009	498	1481	25,28	5,44	12,6
202	− 0297	2850	0487	3001	08469	423	1229	21,34	5,28	3,9
204	+ 0168	2810	0343	2905	05881	321	0916	16,18	5,01	4,0
206	0600	2706	0198	2742	03343	198	0555	9,96	4,61	11,3
208	0994	2544	+ 0055	2521	+ 00913	+ 058	− 0159	− 2,90	4,09	17,7
210	1348	2334	− 0085	2256	− 01386	− 095	+ 0258	+ 4,78	3,47	22,9

♅

186	−0,00000142	+0,00000086	+0,00000032	−0,00000293	+0,00001788	+0,00000024	−0″,000172	− 2″,57	− 0″,65	+ 7″,90
192	105	108	30	363	1649	44	229	3,63	0,71	5,74
198	070	123	25	402	1337	54	242	4,06	0,78	3,42
204	037	130	19	407	0978	53	213	3,76	0,86	1,66
210	007	131	11	388	0538	37	153	2,83	0,90	0,10

Élémens employés dans le VII.e signe d'anom. exc.

a	46″,23378	Ω	54° 58′
a	18,0592	ϖ	303 52
e	0,967595	i	17 44

7

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
301	−0,0000007 14	−0,0000353 91	−0,0000067 30	+0,0000137 0	−0,0000368 8	−0,0000175 9	−0″,004107	−111″,36	+16″,35	+5″,21
302	004166	035658	006017	1369	03093	01510	0,006544	177,69	14,48	7,12
303	007813	035684	005282	1366	02549	01273	0,009034	245,65	12,52	8,83
304	011675	035465	004530	1364	02048	01047	0,011579	315,27	10,45	10,44
305	015787	034968	003769	1362	01594	00835	0,014190	386,85	8,29	11,89
306	020244	034170	003001	1363	01185	00636	0,016915	461,72	6,01	13,27
307	025101	033012	002234	1367	00824	00453	0,019766	540,19	3,60	14,56
308	030532	031440	001473	1377	00505	00285	0,022831	624,68	+ 1,02	15,80
309	036664	029331	000735	1393	00235	00136	0,026150	716,31	− 1,78	17,05
310	043699	026531	− 000044	1417	− 00013	− 00008	0,029802	817,24	4,87	18,31
311	051984	022797	+ 000565	1452	+ 00155	+ 00095	0,033928	931,37	8,33	19,64
312	061800	017760	001019	1495	00258	00162	0,038598	1060,62	12,27	21,01
313	073641	010855	001208	1549	00283	00182	0,043965	1209,29	16,89	22,58
314	088236	− 001139	+ 000934	1612	+ 00202	+ 00134	0,050237	1383,09	22,47	24,32
315	106184	+ 012856	− 000173	1672	− 00034	− 00023	0,057435	1582,74	29,28	26,16
316	128074	033115	002734	1714	00498	00351	0,065461	1805,47	37,62	27,97
317	154291	063415	007878	1691	01311	00953	0,073803	2037,23	48,00	29,54
318	183363	108567	017533	1517	02668	02003	0,080766	2231,26	60,47	30,30
319	210075	174564	034473	+ 1030	04781	03710	0,082550	2282,34	74,36	28,82
320	221200	263881	061658	− 0006	07767	06236	0,071998	1992,05	86,71	23,04
321	196816	367485	099675	1780	11358	09451	−0,040952	−1133,89	91,97	+11,13
322	119844	452083	139797	4102	14356	12393	+0,012605	+ 349,24	83,05	− 6,11
323	− 006685	474811	165209	6138	15291	13712	0,072210	2002,03	59,68	22,60
324	+ 096008	427793	165818	7071	13772	12849	0,113328	3143,98	31,83	31,86
325	157364	343261	147087	6866	10908	10610	0,127113	3528,50	− 9,67	32,91
326	176350	256174	120563	5977	07985	08110	0,120026	3333,57	+ 3,40	28,87
327	170757	185376	095675	4936	05598	05952	0,104286	2898,08	9,48	23,25
328	154271	133066	075235	3980	03887	04336	0,086936	2417,13	11,44	18,03
329	134867	095671	059311	3183	02688	03155	0,071109	1978,01	11,33	13,71
330	116335	069543	047099	2551	01871	02318	0,057867	1610,46	10,34	10,40

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varepsilon$
302	−0,000002127	+0,000000682	+0,000000472	+0,00000019	−0,00000485	−0,00000237	−0″,002702	−73″,37	−2″,18	+2″,34
304	1966	762	465	15	420	215	2403	65,43	2,00	1,88
306	1816	827	456	13	360	193	2125	58,01	1,82	1,51
308	1675	880	445	11	305	172	1868	51,11	1,64	1,19
310	1542	920	431	10	255	152	1629	44,67	1,46	0,94
312	1418	948	417	09	211	133	1411	38,77	1,29	0,72
314	1302	953	401	09	173	115	1215	33,45	1,13	0,56
316	1191	975	387	08	141	099	1027	28,33	0,98	0,43
318	1087	977	371	07	113	085	0859	23,73	0,84	0,31
320	0988	973	355	06	089	072	0706	19,53	0,72	0,23
322	0895	963	339	05	070	060	0567	15,71	0,59	0,16
324	0806	947	324	04	054	050	0443	12,29	0,49	0,11
326	0723	925	308	02	041	041	0333	9,25	0,40	0,07
328	0644	901	292	+01	030	034	0235	6,53	0,32	0,04
330	0567	873	277	−01	022	027	0146	4,06	0,25	0,02

♅

306	+0,000000042	−0,000000031	−0,000000022	+0,00000001	−0,00000052	−0,00000035	+0″,000139	+3″,79	+0″,15	−0″,10
312	32	30	18	0	27	17	089	2,45	0,10	0,05
318	21	28	14	0	13	10	042	1,16	0,05	0,02
324	12	24	09	1	04	04	+010	+0,28	0,03	0,01
330	+04	19	05	1	01	01	−011	−0,31	0,01	0,00

Élémens employés dans le XI.e signe d'anom. exc.

n	46″,32269	Ω	54° 57′
a	18,0361	ϖ	304 23
e	0,967737	i	27 42

XII.e Signe d'anom. exc.

♌ ♍ ♎

u	x'	y'	t	x'	y'	z'	Δ
331	—1,68	—2,21	27841,8	—3,71	—3,43	+0,70	2,47
332	1,53	2,14	27873,4	3,77	3,37	0,72	2,66
333	1,38	2,07	27864,5	3,82	3,31	0,75	2,84
334	1,24	2,00	27874,8	3,87	3,25	0,77	3,01
335	1,11	1,93	27884,8	3,92	3,20	0,79	3,19
336	0,98	1,85	27894,0	3,96	3,14	0,81	3,35
337	0,85	1,78	27902,8	4,00	3,09	0,83	3,51
338	0,73	1,71	27911,0	4,04	3,04	0,85	3,67
339	0,61	1,63	27918,9	4,07	3,00	0,87	3,82
340	0,50	1,56	27926,3	4,11	2,95	0,88	3,96
341	0,40	1,48	27933,0	4,13	2,91	0,90	4,10
342	0,30	1,41	27939,4	4,16	2,87	0,91	4,23
343	0,20	1,33	27945,4	4,19	2,84	0,92	4,36
344	0,11	1,26	27951,1	4,21	2,80	0,93	4,48
345	—0,03	1,18	27956,3	4,23	2,77	0,94	4,59
346	+0,05	1,10	27961,3	4,25	2,74	0,95	4,70
347	0,12	1,03	27965,8	4,27	2,71	0,96	4,80
348	0,19	0,95	27970,2	4,29	2,69	0,97	4,90
349	0,25	0,87	27974,1	4,30	2,66	0,98	4,99
350	0,31	0,79	27978,0	4,32	2,64	0,99	5,08
351	0,36	0,71	27981,6	4,33	2,62	1,00	5,16
352	0,41	0,63	27984,9	4,34	2,59	1,00	5,24
353	0,45	0,56	27988,1	4,35	2,57	1,01	5,31
354	0,49	0,48	27991,0	4,36	2,55	1,02	5,37
355	0,52	0,40	27994,0	4,37	2,54	1,02	5,43
356	0,54	0,32	27996,7	4,38	2,52	1,03	5,49
357	0,56	0,24	27999,4	4,39	2,50	1,03	5,54
358	0,57	0,16	28001,9	4,40	2,49	1,04	5,59
359	0,58	0,08	28004,5	4,41	2,47	1,04	5,63
360	0,59	0,00	28007,0	4,42	2,45	1,05	5,67

♑

u	x'	y'	z'	Δ
332	— 1,73	+ 9,33	+ 2,01	11,64
334	1,62	9,36	1,98	11,54
336	1,52	9,39	1,96	11,42
338	1,43	9,41	1,93	11,31
340	1,36	9,43	1,91	11,19
342	1,29	9,45	1,89	11,06
344	1,23	9,46	1,88	10,94
346	1,17	9,47	1,86	10,81
348	1,13	9,48	1,85	10,68
350	1,09	9,49	1,84	10,54
352	1,05	9,50	1,83	10,40
354	1,02	9,51	1,82	10,26
356	0,99	9,52	1,81	10,12
358	0,97	9,52	1,80	9,97
360	0,94	9,53	1,80	9,81

♓

336	+17,37	— 7,67	—6,35	20,27
342	17,30	7,83	6,35	19,78
348	17,26	7,94	6,34	19,50
354	17,22	8,01	6,34	19,42
360	17,20	8,06	6,34	19,53

$\mathcal{V}$

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
331	+ 0,000099825	+ 0,000051394	— 0,000038132	— 0,00002073	— 0,00001320	— 0,00001739	+ 0″,047172	+ 1313″,35	+ 9″,08	— 7″,93
332	85584	37650	30996	1673	0920	1289	38350	1068,17	7,78	5,96
333	73378	27587	25414	1354	0650	0973	31202	869,42	6,57	4,51
334	62946	20063	20954	1098	0453	0730	25381	707,49	5,49	3,39
335	54119	14354	17405	0892	0317	0553	20651	575,85	4,55	2,60
336	46683	10098	14546	0727	0221	0419	16830	469,45	3,75	1,92
337	40274	06803	12181	0591	0151	0317	13672	381,49	3,09	1,44
338	34760	04196	10215	0478	0103	0241	11056	308,58	2,51	1,08
339	30046	02182	08589	0385	0069	0182	08907	248,68	2,05	0,80
340	25856 +	00552	07183	0307	0044	0137	07085	197,86	1,64	0,57
341	22244 —	00717	05998	0242	0027	0101	05582	155,92	1,32	0,42
342	19086	01724	04981	0188	0016	0075	04329	120,95	1,04	0,30
343	16267	02526	04092	0142	0008	0055	03273	91,47	0,81	0,21
344	13795	03151	03327	0104	0004	0039	02398	67,03	0,62	0,13
345	11607	03653	02658	0072 —	0001	0027	01668	46,63	0,47	0,09
346	09629	04053	02064	0045 +	0001	0019	01055	29,50	0,36	0,05
347	07876	04345	01545	0023	0001	0012	00555	15,52	0,25	— 0,02
348	06281	04575	01082 —	0004	0001	0007 +	00139	+ 3,89	0,18	+ 0,00
349	04857	04742	00672 +	0011	0001	0004 —	00196	— 5,48	0,12	0,01
350	03566	04853 —	00307	0023 +	0001 —	0002	00464	12,98	0,07	0,02
351	02402	04923 +	00018	0032 —	0000 +	0000	00673	18,83	0,03	0,02
352	01333	04953	00311	0039	0001	0001	00832	23,28 +	0,00	0,02
353 +	00381	04938	00568	0044	0001	0002	00941	26,34 —	0,02	0,02
354 —	00493	04895	00799	0047	0002	0002	01012	28,33	0,03	0,01
355	01307	04835	01011	0049	0002	0002	01051	29,42	0,03	0,01
356	02042	04737	01198	0049	0003	0002	01055	29,54	0,04	0,01
357	02711	04618	01363	0048	0003	0001	01032	28,90	0,04	0,00
358	03318	04466	01508	0046	0004	0001	00981	27,47	0,04	0,00
359	03888	04305	01641	0043	0004	0001	00912	25,54	0,04	0,00
360	04416	04122	01759	0038	0004	0000	00822	23,02	0,04	0,00

$\mathcal{V}$

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varsigma$
241	+ 0,00002 1203	— 0,00002 9083	— 0,00001 0694	+ 0,00009437	— 0,00054992	— 0,00008409	+ 0″,017456	+ 393″,41	+ 59″,27	— 98″,93
242	15609	33076	09516	10384	49710	7477	13984	316,75	61,49	66,73
243	09418	35879	08009	10918	39478	6285	09883	224,97	61,21	31,44
244	+ 02941	37408	06240	11042	30103	4888	05371	122,86	59,24	— 0,67
245	— 03558	37668	04318	10787	20380	3375	+ 00645	+ 14,83	54,99	+ 30,74
246	09828	36701	02308	10193	10647	1798	— 04092	— 94,50	49,03	59,33
247	15620	34661	— 00312	09328	— 01407	— 0242	08631	200,25	41,75	83,87
248	20793	31720	+ 01604	08262	+ 07065	+ 1240	12830	299,04	33,56	104,27
249	25236	28069	03381	07060	14551	2602	16572	387,99	24,84	120,00
250	28861	23885	04971	05783	20879	3805	19759	464,67	15,93	131,35
251	31649	19385	06350	04493	26019	4832	22345	527,78	+ 7,20	138,37
252	33606	14691	07504	03224	29983	5674	24307	576,59	— 1,18	141,53
253	34780	09979	08434	02019	32850	6333	25656	611,17	9,27	143,29
254	35212	05337	09145	+ 00896	34710	6817	26409	631,71	15,99	137,76
255	34969	— 00855	09649	— 00127	35641	7130	26604	639,01	22,22	131,56
256	34135	+ 03423	09964	01040	35834	7302	26296	634,12	27,68	123,85
257	32780	07454	10104	01859	35363	7339	25534	618,17	32,31	114,48
258	30995	11208	10088	02565	34315	7253	24385	592,64	36,57	106,20
259	28834	14646	09926	03164	32830	7067	22890	558,44	39,19	92,63
260	26387	17763	09636	03668	30948	6784	21119	517,15	41,50	80,78
261	23705	20557	09229	04066	28769	6421	19115	469,81	43,10	68,77
262	20816	23004	08714	04377	26375	5994	16904	416,97	44,05	57,24
263	17778	25113	08105	04605	23786	5505	14534	359,78	44,36	45,53
264	14638	26882	07413	04756	21083	4968	12048	299,27	44,08	34,16
265	11407	28306	06645	04834	18305	4392	09459	235,77	43,27	23,39
266	08122	29378	05808	04847	15489	3784	06803	170,14	41,93	13,05
267	04834	30134	04920	04804	12707	3160	04124	103,48	40,18	+ 3,68
268	— 01530	30537	03980	04706	09940	2517	— 01420	— 35,74	37,98	— 5,28
269	+ 01731	30613	03007	04561	07258	1871	+ 01258	+ 31,77	35,41	23,46
270	04948	30378	02000	04378	04663	1224	03904	98,88	32,52	20,94

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varrho$
242	+0,000000569	−0,000002976	−0,000000725	+0,00001843	−0,00007300	−0,00001139	+0″,001353	+30″,65	+9″,93	−3″,65
244	+ 0120	3119	622	1838	6001	0974	0718	16,42	9,78	+ 0,53
246	− 0357	3206	508	1794	4687	0791	+ 0007	+ 0,16	9,25	5,70
248	0852	3229	383	1714	3374	0592	− 0761	− 17,74	8,56	9,96
250	1363	3184	251	1600	2108	0384	1585	37,27	7,62	13,93
252	1876	3078	− 117	1462	+ 0935	+ 0177	2434	57,74	6,50	17,43
254	2402	2914	+ 14	1305	− 0106	− 0021	3321	79,44	5,19	20,60
256	2926	2701	135	1138	0971	0198	4218	101,72	3,75	23,36
258	3452	2455	240	0971	1633	0345	5124	124,53	2,25	25,65
260	3979	2193	319	0814	2049	0449	6030	147,66	+0,74	27,61
262	4504	1942	363	0676	2197	0499	6929	170,92	−0,71	29,27
264	5070	1732	362	0567	2059	0485	7883	195,82	2,04	30,75
266	5480	1592	329	0495	1756	0429	8582	214,63	2,95	31,10
268	5856	1538	256	0459	1279	0324	9212	231,88	3,59	31,23
270	6087	1560	167	0450	0779	0204	9604	243,28	3,83	30,40

♅

246	+0,000000090	+0,000000059	−0,000000025	+0,00000092	+0,00000692	−0,00000117	+0″,000360	+ 8″,31	− 0″,17	− 2″,62
252	93	44	28	58	671	127	403	9,56	− 0,01	2,33
258	94	30	30	33	612	129	428	10,40	+ 0,12	1,99
264	93	17	31	16	529	125	436	10,83	0,23	1,69
270	89	+ 5	31	4	434	114	421	10,66	0,30	1,32

Élémens employés dans le IX.e signe d'anom. exc.

n	46″,33348	Ω	54° 28′
a	18,0333	ϖ	304 14
e	0,967222	i	17 38

X.e Signe d'anom. exe.

♌ ♍ ♎

u	x	y	t	x'	y'	z'	Δ
271	—17,24	—4,56	25376,3	+1,43	+5,19	+0,24	21,064
272	16,92	4,55	25452,7	1,93	5,01	+0,06	21,141
273	16,60	4,55	25527,7	2,40	4,78	—0,11	21,171
274	16,29	4,55	25601,4	2,83	4,51	0,28	21,156
275	15,97	4,54	25673,8	3,23	4,19	0,45	21,095
276	15,66	4,53	25744,9	3,58	3,84	0,60	20,990
277	15,34	4,52	25814,7	3,90	3,45	0,75	20,843
278	15,03	4,51	25883,1	4,17	3,04	0,89	20,650
279	14,72	4,50	25950,3	4,40	2,61	1,02	20,418
280	14,40	4,49	26016,1	4,58	2,17	1,13	20,147
281	14,09	4,47	26080,7	4,72	1,71	1,23	19,838
282	13,78	4,46	26143,8	4,81	1,25	1,32	19,494
283	13,47	4,44	26205,8	4,86	0,79	1,40	19,119
284	13,17	4,42	26266,4	4,87	+0,33	1,46	18,713
285	12,86	4,40	26325,8	4,85	—0,13	1,52	18,278
286	12,55	4,38	26384,9	4,78	0,57	1,55	17,819
287	12,25	4,36	26440,8	4,69	1,00	1,58	17,340
288	11,95	4,33	26496,4	4,56	1,41	1,59	16,838
289	11,65	4,31	26550,6	4,40	1,80	1,60	16,321
290	11,35	4,28	26603,7	4,21	2,17	1,59	15,787
291	11,05	4,25	26655,4	4,01	2,52	1,57	15,241
292	10,76	4,22	26706,0	3,78	2,85	1,54	14,689
293	10,47	4,19	26755,3	3,54	3,15	1,51	14,126
294	10,18	4,16	26803,4	3,28	3,42	1,47	13,560
295	9,89	4,13	26850,3	3,01	3,67	1,42	12,987
296	9,60	4,10	26896,0	2,74	3,90	1,36	12,415
297	9,32	4,06	26940,5	2,45	4,10	1,30	11,846
298	9,04	4,02	26983,8	2,17	4,27	1,23	11,276
299	8,76	3,99	27026,0	1,88	4,43	1,16	10,712
300	8,49	3,95	27067,0	1,59	4,56	1,09	10,153

♑

u	x'	y'	z'	Δ
272	— 8,63	—1,03	+2,51	9,35
274	8,67	—0,17	2,65	9,18
276	8,64	+0,66	2,77	9,16
278	8,54	1,45	2,86	9,26
280	8,39	2,20	2,93	9,46
282	8,19	2,91	2,98	9,66
284	7,95	3,57	3,01	10,01
286	7,67	4,19	3,02	10,31
288	7,38	4,75	3,02	10,61
290	7,06	5,28	3,00	10,90
292	6,73	5,75	2,97	11,16
294	6,40	6,19	2,94	11,41
296	6,05	6,58	2,89	11,62
298	5,71	6,94	2,84	11,80
300	5,38	7,26	2,79	11,95

♓

276	+18,96	+ 0,17	—5,84	35,40
282	18,89	— 1,34	6,00	33,37
288	18,75	2,67	6,12	31,35
294	18,56	3,82	6,20	29,40
300	18,34	4,78	6,24	27,56

ψ

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\xi$
271	+ 0,00000722	+ 0,00003011	+ 0,00001405	— 0,00004202	+ 0,00003209	+ 0,00000848	+ 0,″005421	+ 137,″57	— 30,″90	— 24,″7
272	09818	29381	+ 00368	3969	+ 00811	+ 0218	07967	202,78	27,58	30,9
273	12794	28348	— 00678	3710	— 01440	— 0395	10403	265,56	24,05	36,2
274	15634	27019	01723	3429	03526	0961	12714	325,49	21,04	38,4
275	18305	25406	02757	3131	05437	1545	14867	381,69	16,53	44,5
276	20797	23538	03770	2823	07152	2070	16852	433,85	12,66	47,5
277	23103	21418	04759	2507	08680	2559	18661	481,73	8,74	49,7
278	25165	19062	05711	2187	10007	3005	20243	523,95	4,85	51,2
279	26985	16508	06615	1869	11140	3407	21599	560,49	— 1,05	51,9
280	28540	13777	07462	1556	12053	3755	22712	590,88	+ 2,62	52,0
281	29827	10898	08248	1251	12769	4053	23577	614,91	6,14	51,4
282	30813	07890	08961	0956	13301	4302	24171	631,92	9,45	50,3
283	31492	04786	09594	0675	13625	4490	24490	641,79	12,52	48,6
284	31868	+ 01631	10146	0410	13792	4632	24541	644,60	15,32	46,5
285	31947	— 01565	10613	— 0162	13777	4716	24333	640,59	17,83	43,9
286	31716	04754	10988	+ 0067	13628	4755	23860	629,52	20,02	41,1
287	31185	07896	11266	0276	13338	4744	23135	611,70	21,88	38,0
288	30356	10974	11452	0464	12929	4689	22167	587,35	23,39	34,7
289	29266	13958	11545	0631	12418	4592	20989	557,26	24,57	31,3
290	27892	16813	11543	0778	11813	4457	19593	521,24	25,40	27,7
291	26279	19518	11456	0905	11146	4289	18019	480,30	25,91	24,2
292	24438	22044	11280	1012	10421	4092	16285	434,91	26,07	20,6
293	22364	24387	11022	1102	09672	3876	14393	385,09	25,95	17,2
294	20112	26528	10690	1175	08886	3635	12391	332,12	25,55	13,8
295	17664	28471	10289	1235	08105	3385	10274	275,86	24,88	10,6
296	15073	30196	09828	1281	07327	3125	08086	217,48	23,98	7,6
297	12334	31678	09307	1314	06559	2857	05835	157,20	22,88	4,7
298	09449	32937	08739	1338	05813	2587	03527	95,17	21,58	— 2,1
299	06440	33956	08127	1353	05096	2318	+ 01183	+ 31,97	20,12	+ 0,3
300	+ 03289	34753	07477	1362	04413	2052	— 01201	— 32,51	18,51	2,7

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varphi$
272	−0,00000 6169	−0,00000 1613	+0,00000 0093	+0,00000 450	+0,00000 410	+0,00000 110	−0″,009777	−248″,85	−3″,77	+29″,12
274	6080	1667	036	449	147	040	9643	246,87	3,56	26,87
276	5835	1663	023	432	087	025	9251	238,17	3,28	24,05
278	5491	1581	048	397	168	051	8691	224,95	3,06	21,03
280	5104	1422	101	348	330	103	8051	209,45	2,94	18,12
282	4744	1247	154	300	457	148	7445	194,64	2,85	15,50
284	4346	0966	237	238	644	216	6765	177,69	2,90	13,02
286	4005	0715	300	189	744	260	6170	162,79	2,92	10,96
288	3694	0469	354	146	799	290	5617	148,83	2,93	9,20
290	3413	0241	395	111	809	305	5108	135,89	2,91	7,67
292	3155	− 0034	426	083	787	309	4634	123,76	2,85	6,36
294	2919	+ 0155	450	062	748	306	4194	112,41	2,77	5,29
296	2702	0316	463	047	690	294	3788	101,88	2,66	4,37
298	2502	0456	470	034	625	278	3410	92,01	2,53	3,60
300	2316	0575	471	026	556	259	3060	82,82	2,38	2,95

♅

276	+0,00000 0085	−0,00000 0004	−0,00000 0031	+0,00000 0001	−0,00000 353	−0,00000 102	+0″,000401	+10″,32	+0″,32	−1″,00
282	79	13	31	4	276	089	364	9,52	0,33	0,74
288	71	20	30	4	203	074	314	8,32	0,30	0,49
294	62	26	28	3	140	057	256	6,86	0,26	0,31
300	52	29	25	2	089	041	197	5,33	0,21	0,18

Élémens employés dans le X.e signe d'anom. exc.

n	45″,94590	Ω	54° 31′
a	18,1346	ϖ	304 22
e	0,967915	i	17 37

XI.e Signe d'anom. exc.

	♌			♅				♄			
u	x	y	t	x'	y'	z	Δ	u	x'	y'	z'	Δ
301	−8,16	−3,89	27115,5	+ 1,24	−4,68	−1,01	9,49	302	− 5,02	+ 7,56	+ 2,75	12,09
302	7,90	3,85	27153,8	0,96	4,76	0,94	8,95	304	4,70	7,81	2,69	12,18
303	7,63	3,81	27191,2	0,68	4,83	0,86	8,42	306	4,39	8,03	2,63	12,25
304	7,37	3,77	27227,4	0,41	4,88	0,78	7,89	308	4,10	8,23	2,57	12,30
305	7,11	3,72	27262,5	+ 0,14	4,91	0,70	7,38	310	3,81	8,41	2,51	12,32
306	6,85	3,68	27296,6	−0,11	4,92	0,63	6,88	312	3,54	8,56	2,45	12,32
307	6,60	3,63	27329,5	0,36	4,92	0,55	6,40	314	3,29	8,67	2,39	12,29
308	6,35	3,58	27361,4	0,60	4,91	0,47	5,92	316	3,06	8,81	2,34	12,28
309	6,10	3,53	27392,4	0,83	4,89	0,40	5,46	318	2,83	8,91	2,28	12,23
310	5,86	3,48	27422,3	1,05	4,86	0,33	5,02	320	2,63	9,00	2,23	12,17
311	5,62	3,43	27451,1	1,26	4,82	0,26	4,58	322	2,43	9,08	2,19	12,11
312	5,39	3,38	27479,0	1,46	4,78	0,19	4,17	324	2,26	9,15	2,14	12,03
313	5,15	3,32	27505,9	1,65	4,72	0,12	3,77	326	2,10	9,21	2,10	11,94
314	4,92	3,27	27531,8	1,84	4,66	−0,06	3,39	328	1,95	9,26	2,06	11,85
315	4,70	3,21	27556,9	2,01	4,60	+ 0,01	3,02	330	1,81	9,30	2,03	11,75
316	4,48	3,16	27581,0	2,17	4,53	0,07	2,68					
317	4,26	3,10	27604,1	2,33	4,46	0,12	2,36					
318	4,05	3,04	27626,4	2,48	4,38	0,18	2,07					
319	3,84	2,98	27647,7	2,61	4,30	0,23	1,82					
320	3,64	2,92	27668,3	2,74	4,23	0,28	1,61					
321	3,44	2,86	27688,0	2,87	4,15	0,33	1,45					
322	3,24	2,80	27706,9	2,98	4,07	0,38	1,35					
323	3,05	2,73	27724,9	3,09	3,99	0,42	1,33					
324	2,86	2,67	27742,2	3,19	3,92	0,46	1,37					
325	2,68	2,61	27758,6	3,28	3,84	0,50	1,46					
326	2,50	2,54	27774,3	3,37	3,77	0,54	1,60					
327	2,33	2,47	27789,3	3,45	3,69	0,57	1,75					
328	2,16	2,41	27803,6	3,53	3,62	0,61	1,93					
329	1,99	2,34	27817,3	3,60	3,55	0,64	2,11					
330	1,83	2,27	27830,2	3,67	3,48	0,67	2,30					

♅

u	x'	y'	z'	Δ
306	+ 18,11	− 5,61	−6,30	25,81
312	17,90	6,27	6,32	24,30
318	17,72	6,80	6,32	22,98
324	17,57	7,20	6,33	21,86
330	17,44	7,51	6,33	20,95

♃

u	*p*	*q*	*k*	*de*	*dc'*	*dc''*	*dn*	*tdn*	*dϖ*	*dg*
301	—0,000000714	—0,0000353891	—0,000006730	+0,0001370	—0,00003688	—0,00001759	—0",004107	— 111",36	+16",35	+ 5",21
302	004166	035658	006017	1369	03093	01510	0,006544	177,69	14,48	7,12
303	007813	035684	005282	1366	02549	01273	0,009034	245,65	12,52	8,83
304	011675	035465	004530	1364	02048	01047	0,011579	315,27	10,45	10,44
305	015787	034968	003769	1362	01594	00835	0,014190	386,85	8,29	11,89
306	020244	034170	003001	1363	01185	00636	0,016915	461,72	6,01	13,27
307	025101	033012	002234	1367	00824	00453	0,019766	540,19	3,60	14,56
308	030532	031440	001473	1377	00505	00285	0,022831	624,68	+ 1,02	15,80
309	036664	029331	000735	1393	00235	00136	0,026150	716,31	— 1,78	17,05
310	043699	026531	— 000044	1417	— 00013	— 00008	0,029802	817,24	4,87	18,31
311	051984	022797	+ 000565	1452	+ 00155	+ 00095	0,033928	931,37	8,33	19,64
312	061800	017760	001019	1495	00258	00162	0,038598	1060,62	12,27	21,01
313	073641	010855	001208	1549	00283	00182	0,043965	1209,29	16,89	22,58
314	088236	— 001139	+ 000934	1612	+ 00202	+ 00134	0,050237	1383,09	22,47	24,32
315	106184	+ 012856	— 000173	1672	— 00034	— 00023	0,057435	1582,74	29,28	26,16
316	128074	033115	002734	1714	00498	00351	0,065461	1805,47	37,62	27,97
317	154291	063415	007878	1691	01311	00953	0,073803	2037,23	48,00	29,54
318	183363	108567	017533	1517	02668	02003	0,080766	2231,26	60,47	30,30
319	210075	174564	034473	+ 1030	04781	03710	0,082550	2282,34	74,36	28,82
320	221200	263881	061658	— 0006	07767	06236	0,071998	1992,05	86,71	23,04
321	196816	367485	099675	1780	11358	09451	—0,040952	—1133,89	91,97	+11,13
322	119844	452083	139797	4102	14356	12393	+0,012605	+ 349,24	83,05	— 6,11
323	— 006685	474811	165209	6138	15291	13712	0,072210	2002,03	59,68	22,60
324	+ 096008	427793	165818	7071	13772	12849	0,113328	3143,98	31,83	31,86
325	157364	343261	147087	6866	10908	10610	0,127113	3528,60	— 9,67	32,91
326	176350	256174	120563	5977	07985	08110	0,120026	3333,57	+ 3,40	28,87
327	170757	185376	095675	4936	05598	05952	0,104286	2898,08	9,48	23,25
328	154271	133066	075235	3980	03887	04336	0,086936	2417,13	11,44	18,03
329	134867	095671	059311	3183	02688	03155	0,071109	1978,01	11,33	13,71
330	116335	069543	047099	2551	01871	02318	0,057867	1610,46	10,34	10,40

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varepsilon$
302	−0,0000021127	+0,000000682	+0,000000472	+0,00000019	−0,00000485	−0,00000237	−0″,002702	−73″,37	−2″,18	+2″,34
304	1966	762	465	15	420	215	2403	65,43	2,00	1,88
306	1816	827	456	13	360	193	2125	58,01	1,82	1,51
308	1675	880	445	11	305	172	1868	51,11	1,64	1,19
310	1542	920	431	10	255	152	1629	44,67	1,46	0,94
312	1418	948	417	09	211	133	1411	38,77	1,29	0,72
314	1302	953	401	09	173	115	1215	33,45	1,13	0,56
316	1191	975	387	08	141	099	1027	28,33	0,98	0,43
318	1087	977	371	07	113	085	0859	23,73	0,84	0,31
320	0988	973	355	06	089	072	0706	19,53	0,72	0,23
322	0895	963	339	05	070	060	0567	15,71	0,59	0,16
324	0806	947	324	04	054	050	0443	12,29	0,49	0,11
326	0723	925	308	02	041	041	0333	9,25	0,40	0,07
328	0644	901	292	+01	030	034	0235	6,53	0,32	0,04
330	0567	873	277	−01	022	027	0146	4,06	0,25	0,02

♅

306	+0,000000042	−0,000000031	−0,000000022	+0,00000001	−0,00000052	−0,00000035	+0″,000139	+3″,79	+0″,15	−0″,10
312	32	30	18	0	27	17	089	2,45	0,10	0,05
318	21	28	14	0	13	10	042	1,16	0,05	0,02
324	12	24	09	1	04	04	+010	+0,28	0,03	0,01
330	+04	19	05	1	01	01	−011	−0,31	0,01	0,00

Élémens employés dans le XI.e signe d'anom. exc.

n	46″,32269	Ω	54° 57′
a	18,0361	ϖ	304 23
e	0,967737	i	27 42

XII.e Signe d'anom. exc.

	☄				♃			
u	*x*	*y*	*t*		*x'*	*y'*	*z'*	Δ
331	−1,68	−2,21	j 27841,8		−3,71	−3,43	+0,70	2,47
332	1,53	2,14	27873,4		3,77	3,37	0,72	2,66
333	1,38	2,07	27864,5		3,82	3,31	0,75	2,84
334	1,24	2,00	27874,8		3,87	3,25	0,77	3,01
335	1,11	1,93	27884,8		3,92	3,20	0,79	3,19
336	0,98	1,85	27894,0		3,96	3,14	0,81	3,35
337	0,85	1,78	27902,8		4,00	3,09	0,83	3,51
338	0,73	1,71	27911,0		4,04	3,04	0,85	3,67
339	0,61	1,63	27918,9		4,07	3,00	0,87	3,82
340	0,50	1,56	27926,3		4,11	2,95	0,88	3,96
341	0,40	1,48	27933,0		4,13	2,91	0,90	4,10
342	0,30	1,41	27939,4		4,16	2,87	0,91	4,23
343	0,20	1,33	27945,4		4,19	2,84	0,92	4,36
344	0,11	1,26	27951,1		4,21	2,80	0,93	4,48
345	−0,03	1,18	27956,3		4,23	2,77	0,94	4,59
346	+0,05	1,10	27961,3		4,25	2,74	0,95	4,70
347	0,12	1,03	27965,8		4,27	2,71	0,96	4,80
348	0,19	0,95	27970,2		4,29	2,69	0,97	4,90
349	0,25	0,87	27974,1		4,30	2,66	0,98	4,99
350	0,31	0,79	27978,0		4,32	2,64	0,99	5,08
351	0,36	0,71	27981,6		4,33	2,62	1,00	5,16
352	0,41	0,63	27984,9		4,34	2,59	1,00	5,24
353	0,45	0,56	27988,1		4,35	2,57	1,01	5,31
354	0,49	0,48	27991,0		4,36	2,55	1,02	5,37
355	0,52	0,40	27994,0		4,37	2,54	1,02	5,43
356	0,54	0,32	27996,7		4,38	2,52	1,03	5,49
357	0,56	0,24	27999,4		4,39	2,50	1,03	5,54
358	0,57	0,16	28001,9		4,40	2,49	1,04	5,59
359	0,58	0,08	28004,5		4,41	2,47	1,04	5,63
360	0,59	0,00	28007,0		4,42	2,45	1,05	5,67

♄

u	*x'*	*y'*	*z'*	Δ
332	− 1,73	+ 9,33	+ 2,01	11,64
334	1,62	9,36	1,98	11,54
336	1,52	9,39	1,96	11,42
338	1,43	9,41	1,93	11,31
340	1,36	9,43	1,91	11,19
342	1,29	9,45	1,89	11,06
344	1,23	9,46	1,88	10,94
346	1,17	9,47	1,86	10,81
348	1,13	9,48	1,85	10,68
350	1,09	9,49	1,84	10,54
352	1,05	9,50	1,83	10,40
354	1,02	9,51	1,82	10,26
356	0,99	9,52	1,81	10,12
358	0,97	9,52	1,80	9,97
360	0,94	9,53	1,80	9,81

♅

u	*x'*	*y'*	*z'*	Δ
336	+17,37	− 7,67	−6,35	20,27
342	17,30	7,83	6,35	19,78
348	17,26	7,94	6,34	19,50
354	17,22	8,01	6,34	19,42
360	17,20	8,06	6,34	19,53

π

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\zeta$
331	+0,0000099825	+0,0000513794	−0,0000381320	−0,0000207320	−0,0000132000	−0,0000173900	+0″,047172	+1313″,35	+9″,08	−7″,93
332	85584	37650	30996	1673	0920	1289	38350	1068,17	7,78	5,96
333	73378	27587	25414	1354	0650	0973	31202	869,42	6,57	4,51
334	62946	20063	20954	1098	0453	0730	25381	707,49	5,49	3,39
335	54119	14354	17405	0892	0317	0553	20651	575,85	4,55	2,60
336	46683	10098	14546	0727	0221	0419	16830	469,45	3,75	1,92
337	40274	06803	12181	0591	0151	0317	13672	381,49	3,09	1,44
338	34760	04196	10215	0478	0103	0241	11056	308,58	2,51	1,08
339	30046	02182	08589	0385	0069	0182	08907	248,68	2,05	0,80
340	25856	+00552	07183	0307	0044	0137	07085	197,86	1,64	0,57
341	22244	−00717	05958	0242	0027	0101	05582	155,92	1,32	0,42
342	19086	01724	04981	0188	0016	0075	04329	120,95	1,04	0,30
343	16267	02526	04092	0142	0008	0055	03273	91,47	0,81	0,21
344	13795	03151	03327	0104	0004	0039	02398	67,03	0,62	0,13
345	11607	03653	02658	0072	−0001	0027	01668	46,63	0,47	0,09
346	09629	04053	02064	0045	+0001	0019	01055	29,50	0,36	0,05
347	07876	04345	01545	0023	0001	0012	00555	15,52	0,25	−0,02
348	06281	04575	01082	−0004	0001	0007	+00139	+3,89	0,18	+0,00
349	04857	04742	00672	+0011	0001	0004	−00196	−5,48	0,12	0,01
350	03566	04853	−00307	0023	+0001	−0002	00464	12,98	0,07	0,02
351	02402	04923	+00018	0032	−0000	+0000	00673	18,83	0,03	0,02
352	01333	04953	00311	0039	0001	0001	00832	23,28	+0,00	0,02
353	+00381	04938	00568	0044	0001	0002	00941	26,34	−0,02	0,02
354	−00493	04895	00799	0047	0002	0002	01012	28,33	0,03	0,01
355	01307	04835	01011	0049	0002	0002	01051	29,42	0,03	0,01
356	02042	04737	01198	0049	0003	0002	01055	29,54	0,04	0,01
357	02711	04618	01363	0048	0003	0001	01032	28,90	0,04	0,00
358	03318	04466	01508	0046	0004	0001	00981	27,47	0,04	0,00
359	03888	04305	01641	0043	0004	0001	00912	25,54	0,04	0,00
360	04416	04122	01759	0038	0004	0000	00822	23,02	0,04	0,00

♄

u	p	q	k	de	dc'	dc''	dn	tdn	$d\varpi$	$d\varphi$
							"	"	"	"
332	—0,000000501	+ 0,000000840	+0,000000264	—0,00000002	+ 0,00000016	+ 0,00000022	—0,000075	— 2,09	—0,19	+ 0,01
334	432	806	249	3	11	17	— 010	— 0,28	0,14	+ 0,00
336	366	769	234	5	07	13	+ 045	+ 1,26	0,10	— 0,01
338	304	730	219	6	04	10	090	2,51	0,07	0,01
340	246	687	204	7	03	08	124	3,46	0,05	0,01
342	190	643	188	8	01	06	151	4,22	0,03	0,01
344	137	595	172	8	00	04	168	4,70	0,01	0,01
346	087	544	156	8	00	03	177	4,95	0,00	0,01
348	— 040	489	138	8	00	02	178	4,98	0,00	0,01
350	+ 004	430	120	8	00	01	170	4,76	0,00	0,00
352	045	369	101	7	00	01	156	4,37	0,00	0,00
354	081	301	082	6	00	00	132	3,69	0,00	0,00
356	115	230	061	5	00	00	104	2,91	0,00	0,00
358	144	150	037	3	00	00	068	1,90	0,00	0,00
360	169	065	013	1	00	00	026	0,73	0,00	0,00

♅

							"	"	"	"
336	—0,000000002	—0,000000013	—0,000000001	+ 0,00000001	0,00000000	0,00000000	—0,000018	— 0,50	0,00	0,00
342	6	07	+ 2	1	0	0	17	0,47	0,00	0,00
348	8	— 02	3	0	0	0	10	0,29	0,00	0,00
354	7	+ 02	4	0	0	0	— 01	— 0,03	0,00	0,00
360	4	04	4	0	0	0	+ 05	+ 0,13	0,00	0,00

Élémens employés dans le XII.e signe d'anom. exc.

n	46",24006	☊	55° 6′
a	18,0576	☋	304 35
e	0,967566	i	17 46

SULTATS *de l'intégration par des quadratures, des différentielles précédentes, qui donnent, pour chaque signe d'anomalie excentrique, les altérations dues aux planètes perturbatrices, sur tous les élémens du mouvement de la Comète dans son orbite, et sur la situation de cette orbite, depuis* 1759 *jusqu'en* 1835.

gnes nom. cent.	Planètes perturb.	$\int dn$	$t\int dn$	$\int tdn$	$\int dt\int dn$	$\int d\varrho$	$\int d\zeta$	$\int d\varpi$	$\int de$	$\int dc'$	$\int dc''$
.er	♀	+0″,017968	+ 3″,19	0″,00	+ 3″,19	+ 0″,10	+ 3″,29	+ 8″,78	—0,00001153	—0,00000891	+0,00001040
	♄	—0,004067	— 0,72	— 0,50	— 0,22	— 0,51	— 0,73	+ 0,77	+0,00000179	—0,00000095	+0,00000167
	♅	—0,000111	— 0,02	— 0,01	— 0,01	— 0,01	— 0,02	+ 0,01	+0,00000006	—0,00000002	+0,00000003
I.e	♀	—0,377799	— 353,24	— 213,75	— 139,49	— 226,19	— 365,68	+ 94,63	+0,00017644	—0,00074017	+0,00044956
	♄	—0,024687	— 23,08	— 10,85	— 12,23	— 11,90	— 24,13	— 4,36	+0,00001670	—0,00005067	+0,00003179
	♅	—0,000523	— 0,49	— 0,22	— 0,27	— 0,25	— 0,52	— 0,23	+0,00000043	—0,00000124	+0,00000075
I.e	♀	+0,032096	+ 87,28	+ 710,53	— 623,25	+ 756,51	+ 133,26	—637,06	+0,00049934	+0,00082272	+0,00006881
	♄	—0,007486	— 20,36	+ 32,45	— 52,81	+ 26,12	— 26,69	— 83,42	+0,00008008	—0,00015541	+0,00007177
	♅	—0,000590	— 1,60	— 0,19	— 1,41	— 0,53	— 1,94	— 2,21	+0,00000244	—0,00000829	+0,00000307
I.e	♀	—0,128422	— 720,46	— 227,04	— 493,42	— 454,13	— 947,55	— 91,98	+0,00007381	—0,00306571	+0,00057349
	♄	+0,076959	+ 431,75	+ 367,60	+ 64,15	+ 456,62	+ 520,77	—145,71	+0,00005694	+0,00067002	—0,00007966
	♅	+0,000763	+ 4,28	+ 5,75	— 1,47	+ 5,39	+ 3,92	— 6,95	+0,00000839	—0,00001501	+0,00000456
I.e	♀	—0,037011	— 353,58	+ 46,11	— 399,69	— 213,48	— 613,17	— 59,91	—0,00043745	—0,00205353	+0,00021744
	♄	+0,060876	+ 581,57	+ 222,87	+ 358,70	+ 305,66	+ 664,36	— 39,62	—0,00020037	+0,00063692	—0,00009935
	♅	+0,003597	+ 34,36	+ 27,31	+ 7,05	+ 41,24	+ 48,29	— 11,74	+0,00001249	—0,00000346	+0,00000330
I.e	♀	+0,022946	+ 322,14	+ 609,91	— 287,77	— 269,28	— 557,05	—186,97	—0,00026869	—0,00317699	+0,00007214
	♄	+0,064184	+ 901,07	+ 283,56	+ 617,51	+ 199,48	+ 816,99	— 61,20	+0,00014938	—0,00074959	—0,00002960
	♅	+0,005150	+ 72,30	+ 44,15	+ 28,15	+ 107,67	+ 135,82	— 16,24	+0,00000945	+0,00001433	+0,00000333
II.e	♀	+0,089114	+ 1651,24	+ 1801,50	— 150,26	— 68,02	— 218,28	—217,21	—0,00002802	—0,00365155	—0,00018139
	♄	+0,050412	+ 934,11	+ 56,43	+ 877,68	+ 673,37	+1551,05	—133,35	—0,00010524	+0,00114138	+0,00001923
	♅	+0,004162	+ 77,12	+ 27,95	+ 49,17	+ 131,48	+ 180,65	— 20,02	—0,00000824	+0,00008336	+0,00000529
II.e	♀	+0,102961	+ 2308,97	+ 2421,30	— 112,33	+ 709,18	+ 596,85	—458,44	—0,00036686	—0,00096753	—0,00010959
	♄	+0,084491	+ 1894,77	+ 766,92	+ 1127,85	+ 252,95	+1380,80	— 78,02	—0,00009501	—0,00026233	—0,00013822
	♅	+0,004526	+ 101,50	+ 36,11	+ 65,39	+ 121,73	+ 187,12	— 23,57	—0,00002160	+0,00007132	+0,00000360
X.e	♀	—0,228710	— 5793,34	— 5653,68	— 139,66	+2407,27	+2267,61	—578,71	+0,00015153	+0,00205860	+0,00065578
	♄	+0,026600	+ 673,79	— 666,14	+ 1339,93	+ 528,10	+1868,03	— 20,70	+0,00008302	—0,00042276	—0,00015655
	♅	+0,006515	+ 165,03	+ 84,02	+ 81,01	+ 111,01	+ 192,02	— 23,41	—0,00002432	+0,00004065	—0,00000246
I.e	♀	+0,245352	+ 6640,94	+ 6785,46	— 144,52	+1455,26	+1310,74	—336,67	—0,00006244	—0,00054117	—0,00027137
	♄	—0,072323	— 1957,57	— 3248,71	+ 1291,14	+ 739,88	+2031,02	— 65,76	+0,00011826	—0,00034204	—0,00012677
	♅	+0,008163	+ 220,95	+ 127,16	+ 93,79	+ 107,74	+ 201,53	— 21,94	—0,00002413	+0,00002837	—0,00000646
II.e	♀	+0,181452	+ 5049,85	+ 5200,08	— 150,23	+1661,02	+1510,79	—893,18	—0,00023444	—0,00174996	—0,00130570
	♄	—0,091427	— 2544,43	— 3771,79	+ 1227,36	+ 751,80	+1979,17	— 82,93	+0,00011955	—0,00031173	—0,00010877
	♅	+0,008533	+ 237,47	+ 137,25	+ 100,22	+ 107,48	+ 207,70	— 21,50	—0,00002409	+0,00002700	—0,00000732
II.e	♀	+0,439153	+12299,36	+12381,88	— 82,52	+1624,75	+1542,23	—836,56	—0,00034621	—0,00180197	—0,00138581
	♄	—0,089998	— 2520,58	— 3731,82	+ 1211,24	+ 751,75	+1962,99	— 83,64	+0,00011870	—0,00031120	—0,00010777
	♅	+0,008482	+ 237,56	+ 135,83	+ 101,73	+ 107,48	+ 209,21	— 21,50	—0,00002407	+0,00002700	—0,00000732

RÉSUMÉ *des Résultats du tableau précédent, qui présente à chaque signe d'anomalie excentriqu l'effet total des planètes perturbatrices, sur les élémens de l'orbite de la Comète, depui 1759 jusqu'en* 1835.

Signes d'anomal. excentr.	$\int dn$	$t\int dn$	$\int tdn$	$\int dt\int dn$	$\int d\varphi$	$\int d\zeta$	$\int d\varpi$	$\int de$	$\int dc'$	$\int dc''$
I.er	+0″,013790	+ 2″,45	+ 0″,51	+ 2″,96	— 0″,42	+ 2″,54	+ 9″,56	—0,00000968	—0,00000988	+0,00001210
II.e	—0,403009	— 376,81	— 224,82	— 151,99	— 238,34	— 390,33	+ 90,04	+0,00019357	—0,00079208	+0,00048210
III.e	+0,024020	+ 65,32	+ 742,79	— 677,47	+ 782,10	+ 104,63	—712,69	+0,00058186	+0,00065902	+0,00014365
IV.e	—0,050700	— 284,43	+ 146,31	— 430,74	+ 7,88	— 422,86	—244,64	+0,00013914	—0,00241070	+0,00049838
V.e	+0,027462	+ 262,35	+ 296,29	— 33,94	+ 133,42	+ 99,48	—111,27	—0,00062533	—0,00142007	+0,00012139
VI.e	+0,092280	+ 1295,51	+ 937,62	+ 357,89	+ 37,87	+ 395,76	—264,41	—0,00010986	—0,00391225	+0,00004587
VII.e	+0,143688	+ 2662,47	+ 1885,88	+ 776,59	+ 736,83	+1513,42	—370,58	—0,00014150	—0,00242681	—0,00015687
VIII.e	+0,191978	+ 4305,24	+ 3224,33	+ 1080,91	+1083,86	+2164,77	—560,03	—0,00048347	—0,00115854	—0,00024421
IX.e	—0,195595	— 4954,52	— 6235,80	+ 1281,28	+3046,38	+4327,66	—622,82	+0,00021030	+0,00167649	+0,00049677
X.e	+0,181192	+ 4904,32	+ 3663,91	+ 1240,41	+2302,88	+3543,29	—424,37	+0,00003169	—0,00085484	—0,00040460
XI.e	+0,098558	+ 2742,89	+ 1565,54	+ 1177,35	+2520,30	+3697,65	—997,64	—0,00013898	—0,00203469	—0,00142179
XII.e	+0,357637	+10016,34	+ 8785,89	+ 1230,45	+2483,98	+3714,43	—941,70	—0,00025158	—0,00208617	—0,00150090

Les perturbations que présente ce tableau à 12 signes d'anomalie excentrique, et la valeur de N′ déterminée précédemment par le calcul des altérations de 1682 à 1759, feront connaître l'intervalle entre le passage au périhélie en 1759 et le prochain passage par ce point, ainsi que les élémens de l'orbite qui auront lieu à cet instant. Car, en nommant T′ ce tems inconnu, t devient T′ lorsque ζ est égal à 360°, et l'équation

$$\zeta = N't + \int d\zeta$$

donne

$$t = T' = 28007^j,06,$$

ce qui à compter du $12^j,6$ mars 1759, origine de cette période, répond au $16^j,6$ novembre 1835, pour le tems où la Comète passera au périhélie.

Soient N' et a' les valeurs de n et a, à l'instant du passage au périhélie de 1835, on aura

$$N'' = N' + \int dn = 46'',49905 ; \qquad \text{et } a'' = 17,99045 ;$$

c'est la valeur du demi-grand axe dont il faudra faire usage à la réapparition de la Comète en 1835, dans le le calcul des observations destinées à la détermination de son orbite.

Si on part des élémens qui ont été adoptés ci-dessus pour le périhélie de 1759, on aura, en nommant e'' le rapport de l'excentricité à la distance moyenne,

$$e'' = e' + \int de = 0,967453 ;$$

et la distance périhélie sera 0,58552 ;

Les valeurs

$$c = 1,073313 ; \quad c' = -0,00208617 ; \quad c'' = -0,00150090 ;$$

donnent, en observant que l'origine des angles est au périhélie de la Comète,

$$\theta = 144^\circ\ 16'\ 0'' ; \quad \varphi = 8'\ 14'' ;$$

on a aussi pour la variation du périhélie par rapport aux fixes,

$$\int d\varpi = -941'',7$$

au moyen de ces angles, on déterminera ensuite par la trigonométrie le mouvement direct sidéral du noeud ascendant de la Comète sur l'écliptique de . . . . . 15′ 5″;
l'inclinaison de l'orbite sur l'écliptique, au
périhélie de 1835 . . . . . 17° 46′ 51″;
la distance du noeud ascendant au périhélie 249° 27′ 21″;
d'où l'on tire, en supposant la précession dans l'intervalle T′ de 1° 4′ 1″,

longitude du noeud ascendant . . . 55° 7′ 6″,
longitude du périhélie . . . . . 304. 34. 27.

DÉMONSTRATION

DES FORMULES DE M.r GAUSS

POUR DÉTERMINER

LE JOUR DE PAQUE SUIVANT LES DEUX CALENDRIERS JULIEN ET GRÉGORIEN.

PAR M.r LE CHEVALIER CISA DE GRESY,

PROFESSEUR DE MÉCANIQUE
A L'UNIVERSITÉ ROYALE DE TURIN.

Lue à la séance du 15 janvier 1818.

Le problême le plus important du calendrier est celui de déterminer le jour de Pâque pour une année quelconque; pour cela il suffit de connaître la lettre dominicale, ainsi que le nombre d'or, ou bien l'épacte de l'année proposée, suivant que le problême se rapporte au calendrier julien, ou grégorien; avec ces données l'inspection seule du calendrier suffit pour déterminer le jour demandé. On a formé des tables au moyen desquelles la lettre dominicale, le nombre d'or et l'épacte sont donnés pour une longue suite d'années à l'avenir; celles-ci peuvent se continuer indéfiniment à volonté pour un nombre quelconque d'années; ainsi le problême de la

détermination du jour de Pâque est entièrement résolu. (V. Wolf *elementa matheseos.*)

Cependant on pouvait désirer quelque chose de plus simple que n'est la méthode précédente, pour la résolution de ce problême. Deux Géomètres distingués de Florence (Stanislao Canovai, e Gaetano del Ricco) dans un cours d'élémens de mathématique physique, ont donné des formules très-propres pour parvenir à la véritable solution analytique du problême. Mais plusieurs des formules que ces Auteurs emploient pour déterminer le jour de Pâque, peuvent aisément se ramener à une seule formule très-simple; on peut dire sous ce point de vue, que ces Auteurs n'ont pas achevé la solution du problême. Il paraît d'ailleurs que les procédés de calcul, qu'ils ont suivi pour arriver aux formules relatives au calendrier julien, ne sont pas rigoureusement démontrées pour le calendrier grégorien, auquel ils les appliquent sans aucune restriction; aussi y a-t-il un cas qui leur échappe. Si par exemple on cherche quel doit être le 14.e jour de la lune pascale, suivant le calendrier grégorien, pour une année dont l'épacte serait égale à 13, on trouve, d'après la formule de ces Auteurs, que ce jour tombe le 1.er du mois de mars, au lieu que ce doit être le 31 du même mois (*).

(*) Si on désigne par t le 14.me jour de la lune pascale, par p l'épacte de l'année proposée, on a, par la formule de ces Auteurs, $t = R\frac{(44-p)}{30}$, R indiquant le reste de la division en nombres entiers; lorsque $p = 13$, il vient $t = R\frac{31}{30} = 1$.

Dans l'astronomie de M.r Délambre on trouve, pour la résolution de ce problême, une formule donnée sans démonstration par l'illustre géomètre M.r Gauss ; comme on ne peut rien ajouter à la simplicité et à la généralité de cette formule, je me suis engagé à en chercher une démonstration ; je vais l'exposer ici telle que je l'ai trouvée, le plus clairement qu'il me sera possible.

I.

CALENDRIER JULIEN.

1. Suivant le Concile de Nicée, on doit célébrer la fête de Pâque le premier dimanche après le 14.e jour de la nouvelle lune, si ce 14.e jour tombe le 21 ou après le 21 du mois de mars. Il suit de-là que la nouvelle lune pascale ne peut arriver au plutôt que le huit du mois de mars ; le 14.e jour pascal ne peut arriver au plutôt que le 21, et la fête de Pâque le 22 du même mois.

Si la lunaison de mars tombait le 7 du mois, et partant le 14.e jour de la lune le 20, alors cette lunaison ne serait pas réputée lunaison pascale ; ce serait la suivante, celle du cinq avril, qui le serait ; le 14.e de la lune aurait lieu le 18 avril, et si ce jour était un dimanche, ce ne serait encore que le dimanche suivant qui serait le jour de Pâque. Ainsi, d'après cette règle, la fête de Pâque ne saurait arriver plus tôt que le 22 de mars, ni

plus tard que le 25 d'avril. (V. Lalande, astronomie tom. 2.)

Pour déterminer le jour de Pâque d'une année quelconque donnée, il faudra d'abord déterminer dans quel jour de mars ou d'avril tombe la nouvelle lune pascale; alors par l'addition du nombre 13 on aura le jour 14.e de la lune; après on n'aura plus qu'à comparer la lettre quotidienne de ce 14.e jour avec la lettre dominicale de l'année proposée, pour en déduire tout de suite dans quel jour de mars ou d'avril arrive la fête de Pâque.

Dans les calculs suivans on fait usage des expressions $R.\frac{A}{B}$; $Q.\frac{A}{B}$ ou bien $R.A:B$; $Q.A:B$ pour indiquer le reste, ou le quotient en nombres entiers de la division de A par B.

2. Soit représenté par x le jour du mois de mars, dans lequel a lieu la première nouvelle lune de ce mois. Depuis le commencement de l'année jusqu'à ce jour de mars il y aura un nombre de jours exprimés par $59+x-1$, à cause que janvier et février forment exactement 59^j. Maintenant le même intervalle de tems peut encore s'exprimer d'une autre manière; car si on désigne par E l'épacte de l'année donnée, il est clair que depuis le commencement de l'année jusqu'à la première lunaison de janvier il y aura un nombre de jours exprimés par $30-E$; ensuite depuis ce terme jusqu'à la première lunaison du mois de mars, il y aura deux mois lunaires alternative-

ment de 30 et de 29^j ou 59 jours ; ainsi on aura cette équation

$$59+x-1=30-E+59, \text{ ou bien } x=31-E.$$

Cette équation présente une ambiguité qui faut faire disparaître ; les deux épactes $E=0$, $E=30$ sont absolument la même chose d'après la disposition du calendrier, cependant si on fait $E=0$, il vient $x=31$, et si l'on fait $E=30$, on trouve $x=1$; il y a en effet dans ce cas deux lunaisons dans le mois de mars, l'une le 31, l'autre le premier du mois ; comme c'est la première lunaison du mois de mars qu'on veut ici déterminer, on devra toujours prendre $x\leq 31$, et partant la valeur de x sera donnée par cette expression,

$$x=1+R.\frac{(30-E)}{30},$$

dans laquelle E pourra être zéro ou 30 indifféremment. Toutes les fois que cette valeur de x sera plus grande que le nombre 7, la lunaison de mars ainsi déterminée sera lunaison pascale, elle ne le sera pas lorsque cette valeur sera moindre que sept ou égale à sept.

3. Maintenant désignons par t le 14.^{e} jour de la lune pascale à partir du premier jour du mois de mars, il est clair que ce 14.^{e} sera donné par l'expression

$$t=14+R.\frac{(30-E)}{30}$$

ce 14.^{e} jour tombera dans le mois de mars, si $t\leq 31$, et tombera au contraire dans le mois d'avril si $t>31$.

L'expression précédente peut s'écrire $t = 14 + R.\frac{(7+23-E)}{30}$

ou bien $t = 14 + R.\frac{\left(7 + R.\frac{(23-E)}{30}\right)}{30}$.

Or il nous faut distinguer ici deux cas, lorsque $x > 7$, et lorsque $x \leqq 7$; dans le premier cas on a par supposition t égal ou plus grand que 21, pour cela, d'après la formule précédente, il faut nécessairement que

$$R.\frac{(23-E)}{30} < 23,$$

et partant le terme

$$R.\frac{\left(7 + R.\frac{(23-E)}{30}\right)}{30}$$

pourra s'écrire

$$7 + R.\frac{(23-E)}{30},$$

et de-là

$$t = 21 + R.\frac{(23-E)}{30}. \quad (1)$$

Dans le second cas, lorsque $x \leqq 7$, la valeur de t sera moindre que 21; pour cela, d'après la même formule, il faudra que $R.\frac{(23-E)}{30} \geqq 23$; il faut remarquer que le numérateur $23-E$ est toujours censé positif, puisqu'on y peut ajouter autant de fois 30 qu'on le voudra.

Dans ce second cas la lunaison qu'on vient de déterminer n'étant pas pascale, il faut déterminer la suivante, du 31 mars, ou après dans le mois d'avril, qui sera lunaison pascale; à cet effet il suffit d'observer que d'après

la disposition du calendrier julien, la lunaison précédente n'étant pas pascale, doit être de 30^{j}; ainsi cette nuovelle lunaison, à compter toujours du premier mars, arrivera le jour désigné par $1 + R.\frac{(30-E)}{30} + 30$; ajoutant 13 à cette expression, on aura pour le 14.^{e} jour de cette lunaison pascale $t = 44 + R.\frac{(30-E)}{30}$ depuis le 1.^{er} mars, ou bien désignant par (t) ce 14.^{e} jour à compter du 1.^{er} avril, on aura $(t) = 13 + R.\frac{(30-E)}{30}$. Cette valeur sera nécessairement moindre que 30, ainsi on pourra l'écrire

$$(t) = R.\frac{\left(13 + R.\frac{(30-E)}{30}\right)}{30},$$

ou bien

$$(t) = R.\frac{\left(20 + R.\frac{(23-E)}{30}\right)}{30};$$

or à cause qu'ici $R.\frac{(23-E)}{30} \geqq 23$, cette expression reviendra à la suivante,

$(t) = 20 + R.\frac{(23-E)}{30} - 30$; ou $(t) = R.\frac{(23-E)}{30} - 10$;

ou bien en comptant encore du premier mars, on aura dans ce cas $t = 21 + R.\frac{(23-E)}{30}$. (2)

Il suit de-là qu'à partir du 1.^{er} mars le 14.^{e} jour de la lune pascale sera donné dans les deux cas par la même formule; il n'y a d'autre différence entre ces deux expres-

sions, que dans la première $R.\frac{(23-E)}{30} < 23$, tandis que dans la seconde $R.\frac{(23-E)}{30} \geqq 23$. Il suit de tout cela que pour déterminer le 14.e jour pascal on n'aura qu'à considérer la seule formule

$$t = 21 + R.\frac{(23-E)}{30},$$

ce 14.e tombera dans le mois de mars, si cette valeur de t est $\leqq 31$, et en avril, si $t > 31$.

4. Maintenant désignons par n l'année proposée, et par l le nombre d'or correspondant, on aura

$$E = R.\frac{(l-3)11}{30},$$

car dans le calendrier julien au nombre d'or 4 correspond l'épacte 11; faisant cette substitution, l'expression $R.\frac{(23-E)}{30}$ sera changée en celle-ci,

$$R.\frac{\left(23-R.\frac{(l-3)11}{30}\right)}{30},$$

ou bien en cette autre

$$R.\frac{(26-11l)}{30},$$

mais on a

$$l = 1 + R.\frac{n}{19},$$

substituant de nouveau on aura

$$R.\frac{(26-11l)}{30} = R.\frac{\left(15-11R.\frac{n}{19}\right)}{30}.$$

que l'on peut écrire

$$R.\frac{\left(15+19\,R.\frac{n}{19}\right)}{30}$$

en augmentant le numérateur de $30\,R.\frac{n}{19}$.

Par ces transformations la valeur de t sera donnée par la formule

$$t=21+R.\frac{\left(15+19\,R.\frac{n}{19}\right)}{30}.$$

5. Après avoir déterminé l'expression du 14.e jour de la lune pascale, il nous faut trouver celle du jour de Pâque. Pour cela soit q la place qu'occupe la lettre quotidienne du jour 14.e dans l'ordre de lettres $\overset{1}{A}.\overset{2}{B}.\overset{3}{C}.\overset{4}{D}.\overset{5}{E}.\overset{6}{F}.\overset{7}{G}$. (1), u la place qu'occupe la lettre dominicale de l'année proposée dans le même ordre de lettres; de ce que nous avons dit ci-dessus, que le jour de Pâque doit toujours avoir lieu le dimanche suivant au 14.e jour de la lune, il résulte évidemment que si on désigne par z le jour de Pâque à partir du 1.er de mars, l'on aura l'une ou l'autre des trois expressions suivantes,

si	$u=q$	$z=t+7$
	$u>q$	$z=t+u-q$
	$u<q$	$z=t+7+u-q$

En réunissant ces trois expressions en une seule, on aura pour déterminer le jour de Pâque cette expression très-simple,

$$z = t + 1 + R.\frac{(6+u-q)}{7}$$

de mars ou d'avril, suivant que $z \leq 31$ ou bien $z > 31$; si on désigne par (z) le jour du mois d'avril dans lequel tombe la fête de Pâque, on aura

$$(z) = z - 31 = t - 30 + R.\frac{(6+u-q)}{7}$$

6. Il ne reste plus maintenant qu'à déterminer les places q et u qu'occupent la lettre quotidienne du jour 14.^{e} de la lune, et la lettre dominicale dans l'ordre des lettres (1). D'abord pour la place q de la lettre quotidienne, il est clair que, puisque l'année commence toujours par A ou par 1, et que depuis le premier jour de l'an jusqu'au 14.^{e} de la lune pascale il y a un nombre de jours $59+t$, on aura $q = R.\frac{(59+t)}{7}$.

Pour avoir la place u de la lettre dominicale de l'année proposée n dans le même ordre des lettres (1), il faut observer que la lettre dominicale de la première année de l'ère chrétienne était B, et partant la suite des lettres dominicales des années suivantes était dans l'ordre

$$\overset{1}{B}.\overset{2}{A}.\overset{3}{G}.\overset{4}{F}.\overset{5}{E}.\overset{6}{D}.\overset{7}{C}. \qquad (2),$$

rétrogradant ainsi d'une lettre à chaque nouvelle année, suivant l'ordre naturel des lettres (1), et de deux dans les années bissextiles.

Maintenant, puisqu'il passe toutes les années une lettre et deux dans les années bissextiles, il passera dans un

nombre n d'années, un nombre de lettres dominicales $n + Q.\frac{n}{4}$; si donc on représente par ν la place de la lettre dominicale de l'année proposée dans l'ordre des lettres dominicales (2), on aura

$$\nu = R.\frac{\left(n+Q.\frac{n}{4}\right)}{7};$$

Or il est facile de voir que la lettre désignée par la place ν dans l'ordre des lettres (2) correspond dans l'ordre des lettres (1) à celle u donnée par l'expression

$$u = 8 - R.\frac{(5+\nu)}{7};$$

donc substituant pour ν la valeur précédente, on aura cette équation

$$u = 8 - R.\left\{5 + R.\frac{\left(n+Q.\frac{n}{4}\right)}{7}\right\} : 7.$$

Substituons les valeurs de q et u que nous venons de trouver dans l'équation du jour de Pâque, l'on aura

$$z = \begin{cases} 22 + R.\dfrac{\left(15+19R.\frac{n}{19}\right)}{30} \\ +R.\left\{6R.\left\{\dfrac{5+R.\left(n+Q.\frac{n}{4}\right)}{7}\right\} + 6R.\left\{\dfrac{3+R.\dfrac{\left(15+19R.\frac{n}{19}\right)}{30}}{7}\right\}\right\} : 7 \end{cases}$$

Le troisième terme du second membre de cette équation peut s'écrire plus simplement,

$$R.\left\{6+6R.\frac{\left(n+Q.\frac{n}{4}\right)}{7}+6R.\frac{\left(15+19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\}:7;$$

considérons la quantité $6R.\frac{\left(n+Q.\frac{n}{4}\right)}{7}$, qui entre dans cette expression, ou bien celle-ci qui lui est équivalente, $6R.\frac{\left(n+8Q.\frac{n}{4}\right)}{7}$, puisqu'on peut ajouter au numérateur un multiple quelconque de 7 ; on a

$$4Q.\frac{n}{4}=n-R.\frac{n}{4}$$

donc

$$6R.\frac{\left(n+8Q.\frac{n}{4}\right)}{7}=6R.\frac{\left(3n-2R.\frac{n}{4}\right)}{7};$$

ou bien

$$6R.\frac{\left(n+8Q.\frac{n}{4}\right)}{7}=6R.\frac{\left(3n+5R.\frac{n}{4}\right)}{7};$$

on a de même

$$7Q.\frac{n}{7}=n-R.\frac{n}{7}$$

de-là

$$3n=21Q.\frac{n}{7}+3R.\frac{n}{7}.$$

Substituant et supprimant $21Q.\frac{n}{7}$ comme multiple de 7, il viendra

$$6R.\frac{\left(n+8Q.\frac{n}{4}\right)}{7}=6R.\left(3R.\frac{n}{7}+5R.\frac{n}{4}\right):7;$$

mais on a en général $aR.\frac{A}{B} = R.\frac{aA}{B} + aB$, donc faisant passer le facteur 6 du second membre en dedans de la parenthèse, on obtient

$$6R.\frac{\left(n+8Q.\frac{n}{4}\right)}{7} = R.\left(4R.\frac{n}{7} + 2R.\frac{n}{4}\right) : 7.$$

Par ces transformations le troisième terme du second membre de l'équation en z prendra cette forme,

$$R.\left\{6 + R.\frac{\left(4R.\frac{n}{7} + 2R.\frac{n}{4}\right)}{7} + 6R.\frac{\left(15 + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 7,$$

ou bien celle-ci,

$$R.\left\{6 + 2R.\frac{n}{4} + 4R.\frac{n}{7} + 6R.\frac{\left(15 + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 7;$$

enfin on aura pour la valeur de z cette équation,

$$z = \begin{cases} 22 + R.\dfrac{\left(15 + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30} \\ + R.\left\{6 + 2R.\frac{n}{4} + 4R.\frac{n}{7} + 6R.\frac{\left(15 + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 7. \end{cases}$$

Si on fait pour abréger

$$R.\frac{n}{19} = a,\quad R.\frac{n}{4} = b,\quad R.\frac{n}{7} = c,\quad 15 = M,\quad 6 = N,$$

$$R.\frac{\left(15 + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30} = d,\ \text{et}\ R.\frac{\left(N + 2b + 4c + 6d\right)}{7} = e,$$

on aura pour déterminer le jour de Pâque cette équation

$z = 22 + d + e$ de mars lorsque $z \leq 31$, ou bien on aura $(z) = z - 31 = d + e - 9$ d'avril, si $z > 31$.

Telles sont les formules données par M. Gauss pour la détermination du jour de Pâque d'après le calendrier julien.

II.

CALENDRIER GRÉGORIEN.

7. La correction grégorienne qui eut lieu l'an 1582, affecte l'épacte E, et la place u de la lettre dominicale de l'année proposée dans l'ordre des lettres quotidiennes (1); mais les équations relatives à la détermination du jour de Pâque restent constamment les mêmes; il y a seulement deux exceptions que nous aurons soin de faire remarquer à la fin de cet article.

L'année 1582 eut dix jours de moins, car le 5 du mois d'octobre de cette année fut appelé le quinze du même mois; par-là la lettre dominicale qui était G, fut changée en C. Ce retranchement de dix jours de l'année fit que les nouvelles lunes arrivèrent dix jours plus tard, c'est-à-dire que cette suppression de dix jours diminua d'autant l'épacte des années suivantes.

Les années bissextiles, qui avaient lieu de quatre en quatre ans, par l'effet de la correction grégorienne n'auront plus lieu dans les années séculaires 1700, 1800,

1900, mais seulement l'an 2000 et ainsi de suite à perpétuité. Par-là on a supprimé trois bissextiles dans chaque période de 400 ans, ce qui revient à diminuer d'autant l'épacte des années suivantes.

Ces corrections eurent pour objet de ramener l'équinoxe du printems au 21 du mois de mars, et de l'y maintenir à l'avenir.

Cependant lors de la correction grégorienne les nouvelles lunes du calendrier étaient en retard d'environ quatre jours. Pour ramener les nouvelles lunes à leur place, et les y maintenir à l'avenir, on établit deux espèces de corrections; les unes se rapportèrent aux siècles antérieurs à l'an 1582, les autres aux siècles suivans; les premières reviennent à supposer que depuis l'an 1400 jusqu'à celui 1582 toutes les années qui avaient l'unité pour nombre d'or devaient avoir onze pour épacte (V. Lalande, astronomie, l'explication de la table étendue des épactes). Par les secondes corrections on fit anticiper en 1800 d'un jour toutes les nouvelles lunes du calendrier, et à partir de ce terme on fera la même opération tous les trois siècles, en l'omettant le 24.me siècle pour la transporter au siècle suivant 25.me; ainsi cette anticipation d'un jour de toutes les nouvelles lunes du calendrier aura lieu dans les années séculaires 2100, 2400, 2700, 3000, 3300, 3600, 3900, mais elle sera omise en 4200 pour être transportée à l'an 4300; de-là recommencera une nouvelle période de 25 siècles, ainsi de suite à perpétuité. Il est clair que

cette correction revient à augmenter d'un jour l'épacte de l'année toutes les fois qu'elle a lieu.

La suppression des bissextiles et l'anticipation des nouvelles lunes du calendrier forment ce qu'on appelle équation solaire et équation lunaire.

8. D'après les données précédentes il sera facile de déterminer l'épacte E pour une année quelconque postérieure à la correction grégorienne. En effet, puisque depuis le 1400 au nombre d'or 1 correspond l'épacte 11, si on désigne par l le nombre d'or de l'année proposée, son épacte devrait être $E=R.\frac{11\,l}{30}$ sans les corrections postérieures. Maintenant, pour avoir égard aux corrections postérieures depuis 1582, il faudra d'abord diminuer de dix la valeur précédente, et ensuite la diminuer encore d'autant de jours qu'il y aura eu de bissextiles supprimés depuis l'an 1582 jusqu'à l'année proposée. Il faudra au contraire augmenter la même quantité d'autant de jours qu'on aura fait anticiper les nouvelles lunes dans le même intervalle de tems.

9. Soit n l'année proposée postérieure à l'an 1582; pour déterminer les bissextiles supprimés, j'observe que cette suppression ayant commencé en 1700, si elle avait eu lieu depuis pendant toutes les années séculaires, le nombre des bissextiles supprimés serait représenté par $Q.\frac{(n-1600)}{100}$; mais la dernière année de chaque période de 4 siècles conserve le bissextile, ainsi il faudra diminuer le nombre

précédent d'autant de jours que ce même nombre contient de périodes de quatre siècles ; de-là le nombre des bissextiles supprimés sera représenté par

$$Q.\frac{(n-1600)}{100} - Q.\frac{(n-1600)}{400},$$

ou bien.

$$Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n}{400} - 12.$$

Quant au nombre de jours dont on a fait anticiper les nouvelles lunes depuis 1582 jusqu'à l'année proposée n ; on l'obtiendra facilement en observant que cette opération eut lieu pour la première fois en 1800, car si depuis l'an 1500 exclusivement on partage le nombre des années résultantes en périodes de trois siècles, le dernier siècle de chaque période donnera un jour pour l'anticipation des nouvelles lunes ; d'où il suit qu'on aura pour le nombre des jours anticipés pendant cet intervalle l'expression

$$Q.\frac{(n-1500)}{300}, \text{ ou bien } Q.\frac{n}{300} - 5 ;$$

celle-ci sert en général depuis l'année 1582 jusqu'en 4199, puisqu'en 4200 l'ordre des périodes est troublé par l'omission de l'équation lunaire qui sera transportée à l'an 4300. Réunissant les quantités que nous venons de trouver, avec leurs signes convenables, on trouvera pour l'épacte de l'année proposée

$$E = R.\frac{\left(11l - 10 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400} + 12 + Q.\frac{n}{300} - 5\right)}{30}.$$

Maintenant on a $l = 1 + R.\frac{n}{19}$, substituant cette valeur de l, et réduisant l'expression à une forme plus simple, on aura

$$E = R.\frac{\left(8 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400} + Q.\frac{n}{300} + 11R.\frac{n}{19}\right)}{30};$$

par-là l'équation du 14.e jour de la lune pascale de l'article premier $t = 21 + R.\frac{(23-E)}{30}$ deviendra dans ce cas

$$t = 21 + R.\left\{23 - R.\frac{\left(8 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400} + Q.\frac{n}{300} + 11R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 30;$$

cette expression peut s'écrire

$$t = 21 + R.\frac{\left(15 + Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n}{400} - Q.\frac{n}{300} + 19\,R.\frac{n}{19}\right)}{30},$$

ou bien encore comme il suit,

$$t = 21 + R.\left\{R.\frac{\left(15 + Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n}{400} - Q.\frac{n}{300}\right)}{30} + 19\,R.\frac{n}{19}\right\} : 30;$$

posant pour plus de simplicité

$$R.\frac{\left(15 + Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n}{400} - Q.\frac{n}{300}\right)}{30} = M,$$

l'on aura enfin pour l'équation du 14.e jour de la lune pascale relativement au calendrier grégorien, et à compter du premier de mars, cette formule très-simple,

$$t = 21 + R.\frac{\left(M + 19\,R.\frac{n}{19}\right)}{30};$$

et pour le jour de Pâque on aura

$$z = t + 1 + R.\frac{(6+u-q)}{7},$$

ou bien

$$z = 22 + R.\frac{\left(M + 19\,R.\frac{n}{19}\right)}{30} + R.\frac{(6+u-q)}{7},$$

à compter pareillement du 1.er du mois de mars.

10. La place q de la lettre quotidienne du jour 14.e de la lune dans l'ordre des lettres (1) étant toujours donnée par l'équation $q = R.\frac{(59+t)}{7}$, il ne reste plus maintenant qu'à déterminer quelle place u la lettre dominicale de l'année proposée doit occuper dans le méme ordre de lettres.

Pour déterminer cette place u, j'observe que par la suppression des dix jours de l'année en 1582, la lettre dominicale qui était G, est devenue C; ainsi en rétrogradant dans l'ordre naturel des lettres quotidiennes, l'ordre des lettres dominicales (2) de l'article précédent s'est changé en celui-ci $\overset{1}{C}.\overset{2}{B}.\overset{3}{A}.\overset{4}{G}.\overset{5}{F}.\overset{6}{E}.\overset{7}{D}$. (3)

Désignons par v la place de la lettre dominicale de l'année proposée dans ce dernier ordre de lettres; il est clair que depuis 1582, si on n'avait pas égard à la suppression des bissextiles, il serait passé un nombre de lettres dominicales exprimé par

$$n - 1581 + Q.\frac{(n-1580)}{4};$$

maintenant à cause de l'équation solaire, ou des bissextiles supprimés, il en sera passé un nombre exprimé par

$$n - 1581 + Q.\frac{(n-1580)}{4} - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400} + 12 ;$$

et partant on aura cette valeur de ν,

$$\nu = R.\left\{ n - 1581 + Q.\frac{(n-1580)}{4} - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400} + 12 \right\} : 7 ;$$

cette expression se réduit très-simplement à la forme

$$\nu = R.\frac{\left(n + Q.\frac{n}{4} + 3 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400}\right)}{7}.$$

Il est facile de trouver que la place u qu'occupe la même lettre dominicale dans l'ordre des lettres quotidiennes (1) est exprimé par

$$u = 8 - R.\frac{(4+\nu)}{7} ;$$

or substituant dans cette valeur de u l'expression précédente de ν, il viendra

$$u = 8 - R.\left\{ 4 + R.\frac{\left(n + Q.\frac{n}{4} + 3 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400}\right)}{7} \right\} : 7 ;$$

ou bien si on fait pour abréger

$$3 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400} = h ,$$

on aura plus simplement

$$u = 8 - R.\left\{ 4 + R.\frac{\left(n + Q.\frac{n}{4} + h\right)}{7} \right\} : 7 ;$$

au moyen de ces valeurs de q et de n l'équation en z

du jour de Pâque, après quelques simplifications, prendra cette forme,

$$z = \begin{cases} 22 + R.\dfrac{\left(M + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30} \\ + R.\left\{6R.\left\{\dfrac{4 + R.\dfrac{\left(n + Q.\frac{n}{4} + k\right)}{7}}{7}\right\} + 6R.\left\{\dfrac{3 + R.\dfrac{\left(M + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}}{7}\right\}\right\} \end{cases} : 7.$$

Le troisième terme du second membre de cette équation peut encore s'écrire plus simplement de cette manière,

$$R.\left\{R.\frac{6k}{7} + 6R.\frac{\left(n + Q.\frac{n}{4}\right)}{7} + 6R.\frac{\left(M + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 7;$$

mais nous avons vu dans l'article premier, que

$$6R.\frac{\left(n + Q.\frac{n}{4}\right)}{7} = R.\frac{\left(2R.\frac{n}{4} + 4R.\frac{n}{7}\right)}{7},$$

ainsi l'expression précédente, en faisant cette substitution, et posant pour abréger $R.\frac{6k}{7} = N$, prendra cette forme

$$R.\left\{N + R.\frac{\left(2R.\frac{n}{4} + 4R.\frac{n}{7}\right)}{7} + 6R.\frac{\left(M + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 7,$$

ou enfin celle-ci

$$R.\left\{N + 2R.\frac{n}{4} + 4R.\frac{n}{7} + 6R.\frac{\left(M + 19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\} : 7;$$

faisant cette substitution dans l'équation ci-dessus du jour de Pâque, il viendra

$$z=\begin{cases}22+R.\dfrac{\left(M+19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\\ +R.\left\{N+2R.\frac{n}{7}+4R.\frac{n}{7}+6R.\dfrac{\left(M+19R.\frac{n}{19}\right)}{30}\right\}:7\end{cases}$$

à compter du 1.er de mars.

Faisons comme dans l'article premier, pour abréger,

$$R.\frac{n}{19}=a,\ R.\frac{n}{4}=b,\ R.\frac{n}{7}=c,\ R.\frac{(M+19a)}{30}=d,$$

$$R.\frac{(N+2b+4c+6d)}{7}=e,$$

le jour de Pâque sera donné par l'expression $z=22+d+e$ en mars, si $z\leq 31$, ou le jour $(z)=z-31=d+e-9$ d'avril, si $z>31$. Les valeurs de M et N s'obtiendront par les expressions

$$M=R.\left(15+Q.\frac{n}{100}-Q.\frac{n}{300}-Q.\frac{n}{400}\right):30$$

$$N=R.\left\{6\left(3-Q.\frac{n}{100}+Q.\frac{n}{400}\right)\right\}:7;$$

ces quantités seront toujours censées positives, puisqu'on pourra ajouter 30 autant de fois qu'on le voudra au numérateur de la première, et autant de fois 7 qu'on le voudra au numérateur de la seconde. L'expression précédente de M ne pourra servir en général que depuis 1582 jusqu'à l'année 4199, à cause que l'équation lunaire que nous avons employé pour déterminer cette valeur, ne s'étend pas en général au-delà de cette époque.

11. Voyons maintenant les cas d'exception dont nous avons parlé au commencement de cet article. Lorsque la première lunaison du mois de mars n'est pas pascale, nous avons vu qu'il faut alors déterminer la nouvelle lune suivante qui sera réputée lunaison pascale. Pour cela nous avons dit n.° 3, d'après la disposition du calendrier julien, que la lunaison précédente n'étant pas pascale doit être de 30^j; or dans le calendrier grégorien il y a deux exceptions à cette règle, 1.° lorsque l'épacte de l'année proposée est égale à 24; 2.° lorsque l'épacte est égale à 25 et concourt avec un nombre d'or $l > 11$; dans ces deux cas la lunaison que nous avons supposée de 30^j, n'est effectivement que de 29^j.

Il est clair que pour ces deux valeurs de l'épacte E la fête de Pâque tombera dans le mois d'avril, aussi bien que le 14.e jour pascal; car la nouvelle lune de mars étant donnée par l'expression $x = 1 + R.\frac{(30-E)}{30}$, si on y fait $E=24$, ou $E=25$, il viendra $x=7$ ou $x=6$, et la nouvelle lune pascale se trouvera dans le mois d'avril.

Pour calculer, dans ces circonstances, le 14.e jour de la lune pascale et le jour de Pâque, au lieu de prendre les expressions de l'article premier à compter du 1.er avril

$$(t) = R.\frac{(23-E)}{30} - 10.$$

$$(z) = R.\frac{(23-E)}{30} - 9 + R.\frac{(6+u-q)}{7}$$

on devra prendre les expressions suivantes,

$$(t_1) = R.\frac{(23-E)}{30} - 11$$

$$(z_1) = R.\frac{(23-E)}{30} - 10 + R.\frac{(6+u-q')}{7};$$

(t_1), (z_1) désignent le 14.e jour de la lune, et le jour de Pâque dans cette nouvelle supposition à compter du 1.er d'avril, et q' désigne la place de la lettre quotidienne de ce nouveau jour 14.e de la lune dans l'ordre des lettres (1); comme ce 14.e jour tombera un jour plutôt que celui de la première supposition, on aura $q' = q - 1$; cela posé, considérons d'abord le premier cas lorsque $E = 24$.

On aurait par les deux premières formules

$$(t) = R.\frac{(23-E)}{30} - 10 = 19$$

$$(z) = R.\frac{(23-E)}{30} - 9 + R.\frac{(6+u-q)}{7} = 20 + R.\frac{(6+u-q)}{7},$$

tandis que l'on doit faire d'après les secondes formules,

$$(t_1) = R.\frac{(23-E)}{30} - 11 = 18$$

$$(z_1) = R.\frac{(23-E)}{30} - 10 + R.\frac{(7+u-q)}{7} = 19 + R.\frac{(7+u-q)}{7}.$$

Or il est visible que ces deux valeurs de (z) (z_1) seront toujours les mêmes tant que u et q sont différens, mais lorsque $u = q$, alors la première formule donne $z = 26$, et la seconde donne $(z_1) = 19 = 26 - 7$. De plus il est évident que (z) ne peut être égal à 26 que dans le cas seulement de $E = 24$. Il suit de-là que toutes les fois que

la formule trouvée ci-dessus $(z)=d+e-9$ donne Pâque le 26 d'avril, il faudra retrancher 7 de ce nombre, et dire Pâque le 19 d'avril.

Dans le second cas, lorsque $E=25$, on aurait par par les deux premières formules,

$$(t)=R.\frac{(23-E)}{30}-10=28-10=18$$

$$(z)=R.\frac{(23-E)}{30}-9+R.\frac{(6+u-q)}{7}=19+R.\frac{(6+u-q)}{7},$$

tandis que d'après les deux secondes formules on doit faire

$$(t_{,})=R.\frac{(23-E)}{30}-11=28-11=17$$

$$(z_{,})=R.\frac{(23-E)}{30}-10+R.\frac{(7+u-q)}{7}=18+R.\frac{(7+u-q)}{7}.$$

Or les deux valeurs de (z) $(z_{,})$ seront encore ici la même chose tant que les quantités u et q sont inégales, mais lorsque $q=u$, alors $(z)=25$, et $(z_{,})=18=25-7$. Cependant cette seconde expression ne doit avoir lieu qu'autant que $l>11$ en même tems que $E=25$.

Or $l>11$ est la même chose que $1+R.\frac{n}{19}>11$, ou bien $R.\frac{n}{19}=a>10$, et $E=25$ donne

$$R.\frac{(23-E)}{30}=R.\frac{\left(M+19R.\frac{n}{19}\right)}{30}=d=28.$$

Donc toutes les fois que $a>10$, et en même tems $d=28$, si on trouve Pâque le 25 avril, il faudra retrancher 7, et dire Pâque le 18 du même mois.

12. On a remarqué ci-dessus, que les valeurs de M données par la formule

$$M = R.\left(15 + Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n}{300} - Q.\frac{n}{400}\right) : 30$$

ne peuvent servir en général que depuis l'an 1582 jusqu'en 4199. Pour avoir une formule propre à donner ces valeurs à perpétuité depuis l'année 1582, il suffira d'observer que les périodes de 25 siècles, dont on a parlé au commencement de cet article, commencent par l'année 1900 ou par le 19.e siècle; ainsi, si à partir du 18.e siècle exclusivement on partage le nombre des siècles restans $Q.\frac{n}{100} - 18$ en périodes de 25 siècles, il y aura autant de fois 8^j d'équation lunaire qu'il y aura de ces périodes, ou bien un nombre de jours exprimé par

$$8\,Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{100} - 18\right)}{25};$$

si après avoir ôté toutes ces périodes de 25 siècles il restait encore 24 siècles, on aurait encore 7^j d'anticipation ou d'équation lunaire, ce qui pourra s'exprimer par

$$7\,Q.\frac{\left\{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100} - 18\right)}{25}\right\}}{24}.$$

Enfin s'il restait un nombre de siècles moindre que 24, on aura un jour d'anticipation pour chaque trois siècles restans, ce qu'on pourra exprimer par

$$Q.\frac{\left\{R.\left\{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}\right\}\right\}}{24}}{3}$$

c'est-à-dire que l'équation lunaire depuis l'an 1800 exclusivement sera exprimée à perpétuité pour une année quelconque n de cette manière,

$$8\,Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}+7\,Q.\frac{\left\{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}\right\}}{24}$$

$$+Q.\frac{\left\{R.\left\{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}\right\}\right\}}{24}}{3}$$

Pour que cette expression ait lieu depuis l'année 1582, il faudra y ajouter l'unité à cause qu'en 1800 il y a eu équation lunaire d'un jour; cette unité, ainsi que l'expression entière de l'équation lunaire doit se réduire à zéro lorsque $n < 1800$ ou $Q.\frac{n}{100} < 18$.

Si donc d'une manière analogue aux termes ci-dessus on exprime par $Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{1800}\right)}{Q.\frac{n}{1800}}$, ce terme, qui doit être constamment $= 1$, tant que $n \geqq 1800$, et se réduire à zéro lorsque $n < 1800$, on aura pour l'équation lunaire depuis l'an 1582 l'expression suivante,

$$Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{1800}\right)}{Q.\frac{n}{1800}} + 8\,Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}$$

$$+7\,Q.\left\{\frac{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}}{24}\right\} + Q.\left\{\frac{R.\left\{\frac{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}}{24}\right\}}{3}\right\}$$

en adoptant cette expression pour l'équation lunaire au lieu de celle : $Q.\frac{n}{300} - 5$ que nous avons employée (n.° 9), il sera facile de voir que tous les résultats de cet article restent les mêmes, si ce n'est que la valeur de M sera donnée à perpétuité par l'équation

$$M = R.\left\{\begin{array}{l} 10 + Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n}{400} - Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{1800}\right)}{Q.\frac{n}{1800}} \\ -8\,Q.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25} - 7\,Q.\left\{\frac{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}}{24}\right\} \\ -Q.\left\{\frac{R.\left\{\frac{R.\frac{\left(Q.\frac{n}{100}-18\right)}{25}}{24}\right\}}{3}\right\} \end{array}\right\} : 30 ;$$

on aura toujours la valeur de N par l'équation donnée ci-dessus n.° 10,

$$N = R.\left\{6\left(3 - Q.\frac{n}{100} + Q.\frac{n}{400}\right)\right\} : 7.$$

Cette dernière formule peut se réduire encore à la forme plus simple

$$N = R.\left\{4 + Q.\frac{n}{100} - Q.\frac{n.}{400}\right\} : 7.$$

FORMULE GÉNÉRALE *pour le calcul du jour de Pâque, soit d'après le calendrier julien, soit d'après le calendrier grégorien.*

DIVISEZ	PAR	NOMMEZ LE RESTE
l'année proposée	19	a
l'année proposée	4	b
l'année proposée	7	c
le nombre $(M + 19a)$	30	d
le nombre $(2b + 4c + 6d + N)$	7	e

On aura le jour de Pâque le $22 + d + e$ mars,
ou le $d + e - 9$ avril.

Cette règle est générale pour le calendrier julien ; elle n'a que deux exceptions dans le calendrier grégorien,

1.° Si le calcul donne pour le jour de Pâque le 26 avril, mettez toujours le 19 avril.

2.° Si le calcul donne pour le jour de Pâque le 25 avril, et qu'on ait en même tems $d = 28$, $a > 10$, dans ce cas mettez toujours le 18 avril.

TABLE *des valeurs M N calculées par les formules précédentes depuis* 1582 *jusqu'à* 5099.

DANS LE CALENDRIER JULIEN.

Valeurs de	*M*	*N*
On a toujours	15	6

DANS LE CALENDRIER GRÉGORIEN.

Valeurs de	*M*	*N*	Valeurs de	*M*	*N*
Depuis jusqu'à			Depuis jusqu'à		
1582 1699	22	2	3400 3499	0	2
1700 1799	23	3	3500 3599	1	3
1800 1899	23	4	3600 3699	0	3
1900 1999	24	5	3700 3799	1	4
2000 2099	24	5	3800 3899	2	5
2100 2199	24	6	3900 3999	2	6
2200 2299	25	0	4000 4099	2	6
2300 2399	26	1	4100 4199	3	0
2400 2499	25	1	4200 4299	4	1
2500 2599	26	2	4300 4399	4	2
2600 2699	27	3	4400 4499	4	2
2700 2799	27	4	4500 4599	5	3
2800 2899	27	4	4600 4699	5	4
2900 2999	28	5	4700 4799	6	5
3000 3099	28	6	4800 4899	6	5
3100 3199	29	0	4900 4999	6	6
3200 3299	29	0	5000 5099	7	0
3300 3399	29	1			

A l'article premier de ce Mémoire n.° 2, au lieu de $x \leqq 31$ il faut lire simplement $x < 31$.

SULL' ELETTRICITÀ DEL SANGUE NELLE MALATTIE

SAGGIO DI ESPERIMENTI

FATTI

DAL MEDICO CARLO FRANCESCO BELLINGERI.

Presentato alli 30 *di marzo* 1816.

La qualità elettrica del sangue è stata riconosciuta da Hales, e venne ad evidenza dimostrata con esperienze dal Professore Vassalli. Pfaff ha pur anco provato, che il sangue è conduttore, e motore del galvanismo, servendosi egli di questo liquido per armatura di un muscolo sottomesso all'azione del fluido galvanico. Il Professore Rossi si è servito del sangue come conduttore nella costruzione della pila galvanica. Io dopo avere scoperto nella primavera del 1812, essendo in Pavia, che il galvanismo serve di mezzo per misurare l' elettricità dei corpi dotati della qualità di motori del fluido galvanico, come ho dimostrato nella Memoria, che ha per titolo: *Esperienze, ed osservazioni sul galvanismo*, ho esaminato sul principio del successivo anno 1813 l'elettricità del sangue in diverse

malattie, ed ho fatto gli esperimenti nell'Ospedale maggiore di Milano alla presenza di molti giovani Medici, e distinti Personaggi. Giunto a Torino nel corrente anno, ho trovato nel tomo dell' anno 1805 delle Memorie di questa Regia Accademia alcune esperienze indicate, e fatte dai Professori Vassalli, Rossi, ed Anselmi, e comprovanti il diverso stato dell' elettricità del sangue in alcune malattie. Il Professore Vassalli ha pur anco dimostrato per mezzo del suo elettrometro, che il sangue in generale dà segni di elettricità positiva, e che soltanto in alcuni casi di grave infiammazione giunge il sangue a diventare elettrico negativamente; ed osservò, che allora gli ammalati perivano. Propose eziandio di servirsi dell' elettrometro come di vitalitometro.

Nel riferire gli esperimenti da me intrapresi, seguirò l'ordine cronologico, e sebbene di molti non abbia notato le epoche, so però, che sono anteriori a quelli, il di cui tempo viene indicato, poichè sono notati i primi nel mio giornale: questi sono ancora molto inesatti, mentre sul principio era occupato più ad accumulare e riunire molti fatti per vederne il diverso risultato, che a ben notare tutte le circostanze; istrutto poscia dai ripetuti tentativi ho procurato di osservare attentamente tutto ciò, che mi sembrava importante a quest' oggetto.

ESPERIMENTO PRIMO.

Reumatismo.

Il sangue di un uomo travagliato da affezione reumatica universale, che trovavasi nella sala delle Colonne dell'Ospedale civile di Milano sotto la direzione del Professore Rasori, fu esaminato due minuti dopo l'estrazione, essendo ancora liquido e fumante; la sua elettricità in tale stato era superiore al ferro, ed inferiore al rame; perciò armando con questo sangue il muscolo, e col ferro od altro metallo negativo in confronto del ferro il nervo di una parte muscolare debitamente preparata (*), fatta la comunicazione con un arco di ferro, ottenevasi la contrazione chiudendo il circolo; all' opposto mettendo il ferro, od uno dei detti metalli per armatura al muscolo, ed il sangue per armatura del nervo, la contrazione avea luogo interrompendo il circolo. Al contrario col rame, e con qualunque altro metallo positivo rispetto al rame, le contrazioni si producevano con quest' ordine: stando l' armatura metallica al muscolo, ed il sangue al nervo, la contrazione avea luogo chiudendo il circolo; se cangiavasi

(*) Nella citata Memoria sul galvanismo si danno le regole per conoscere quando la parte animale è debitamente preparata a segno, che possa servire di elettrometro, oppure di galvanometro, se più piace una simile denominazione.

disposizione in modo che l'uno dei detti metalli fosse per armatura del nervo, ed il sangue servisse di armatura al muscolo, la contrazione succedeva distruggendo il circolo. Il modo più comodo di armare con un liquido il nervo, od il muscolo verrà descritto nella successiva Memoria *Sulla elettricità dei liquidi minerali*, all'articolo *Acqua*.

Conchiudo da questi esperimenti, che l'elettricità di questo sangue era positiva relativamente al ferro, ed agli altri metalli, che sono negativi in confronto del ferro; e che era negativa relativamente al rame, argento, oro, e piombaggine, che sono minerali aventi un'elettricità superiore al rame.

Questo sangue non ha formato cotenna, si è coagulato, ed in tale stato senza aver separato la parte sierosa dava i medesimi segni di elettricità superiore al ferro, ed inferiore al rame. Il giorno dopo presentava la divisione in siero, e cruore, le quali parti esaminate, sia l'una che l'altra davano segni di elettricità superiore al piombo, ed inferiore allo stagno.

Nello stesso giorno dell'estrazione, ed essendo il sangue coagulato, fu esaminata l'elettricità della parte cruorosa rossa pel contatto dell'aria, e della stessa parte cruorosa nera per la privazione del contatto dell'aria; l'elettricità del cruore rosso era come quella del sangue al tempo dell'estrazione, maggiore cioè del ferro, ed inferiore al rame, mentre l'elettricità del cruore nero era inferiore al ferro, eguale allo stagno, e superiore al piombo. Era

adunque l' elettricità della parte cruorosa nera minore in confronto di quella di colore rosso. Lo provano pur anco i seguenti esperimenti : armando con il cruore rosso il muscolo, ed il nervo con quello di color nero, la contrazione si ottenne chiudendo il circolo; ma stando il cruore rosso al nervo, ed il nero al muscolo, si contraeva questo aprendo il circolo: collo stesso ordine succedevano pur anco le contrazioni, quando si operava colla parte cruorosa rossa, ed il siero. Ha dunque il cruore rosso un'elettricità superiore al siero, ed al cruore nericcio.

Lo stesso cruore nero, che dava sul principio segni di elettricità eguale allo stagno, lasciato in contatto dell'aria, divenne rosso, ed ha accresciuto la propria elettricità diventando superiore allo stagno. Si deduce da ciò, che il cruore ha un diverso grado di elettricità secondo il vario stato di sua ossigenazione. Osservo però, che simili esperienze si debbon fare quando il sangue è di recente coagulato; altrimenti se è estratto da lungo tempo, tutte le parti di esso hanno il medesimo grado di elettricità.

ESPERIMENTO II.

Febbre reumatica.

Una donna d'anni trenta, ammalata di affezione reumatica vaga al capo, petto, e braccia con febbre leggiera, fu salassata al braccio; il sangue venne esaminato mezzo minuto primo dopo l' estrazione : la sua elettricità era

uguale all' antimonio, minore del ferro, superiore allo stagno. Questo sangue non ha formato cotenna, e il giorno dopo presentando la divisione in siero, e cruore, l' elettricità delle due parti del sangue si trovò come prima.

La stessa ammalata fu di nuovo salassata due giorni dopo, ed il sangue venne esaminato immediatamente dopo l'estrazione; la sua elettricità era superiore all' antimonio, uguale al ferro, ed inferiore al rame. Non ha formato cotenna, ed il giorno appresso la parte sierosa e cruorosa del sangue dava segni di elettricità superiore al piombo, ed inferiore allo stagno.

Vedesi in questo caso, che l' elettricità del sangue del secondo salasso era maggiore di quella propria del sangue del primo salasso. L'ammalata è guarita senz'altra emissione di sangue.

ESPERIMENTO III.

Peripneumonia.

Una donna di circa anni 36, che giaceva nella sala di S. Gaetano al letto n.° 2 dell'Ospedale maggiore di Milano, e questa pure sotto la direzione del Professore Rasori, fu attaccata prima da angina, che poscia degenerò in grave peripneumonia; in tale stato venne salassata. Il sangue esaminato un minuto primo dopo l' estrazione, ha dato segni di elettricità uguale al piombo, ed inferiore allo stagno. Si è prontamente condensato, ed ha formato una

crosta pleuritica spessa, e tenace. Il giorno dopo, separato il sangue nelle sue parti, l'elettricità di esse era inferiore allo stagno, e superiore al piombo.

Quest' ammalata morì dopo pochi giorni.

ESPERIMENTO IV.

Cefalalgia reumatica.

Un uomo ricoverato nella sala delle Colonne al letto n.° 2, attaccato da affezione reumatica al capo senza febbre, venne salassato, ed il sangue ha dato segni di elettricità superiore al ferro, ed inferiore al rame. Questo sangue si è prontamente coagulato, ed ha formato una piccola cotenna.

Nello stesso giorno ho pure esaminato il sangue di un ammalato parimenti di reuma al capo, apirettico, e giacente al n.° 7 della stessa sala; l' elettricità del sangue era pur anche superiore al ferro, ed inferiore al rame; questo sangue ha formato cotenna assai sottile. Tanto l'uno che l' altro sangue, separato che fu in parte sierosa, e cruorosa, ha dato segni di elettricità inferiore allo stagno, e superiore al piombo.

Nello stesso giorno ho esaminato anche l'elettricità della parte sierosa di un sangue conservato già da dodici giorni; il siero era putrefatto, e la sua elettricità era superiore al ferro, ed inferiore al rame. Se si riflette, che l' elettricità del siero recente era inferiore allo stagno, supe-

riore al piombo, si vede, che il putrefatto avea un molto maggior grado di elettricità, e che perciò la putrefazione accresce l' elettricità dei corpi.

ESPERIMENTO V.

Peripneumonia.

Un uomo, che giaceva nella sala delle Colonne al letto n.° 16, e che era affetto di assai grave peripneumonia, venne salassato: il sangue ha dato segni di elettricità maggiore del piombo, ed inferiore allo stagno; ha formato spessa cotenna, ed il giorno dopo le parti del sangue davano segni di elettricità uguale al ferro, superiore all'antimonio, ed inferiore al rame.

ESPERIMENTO VI.

Metritide puerperale.

Un' ammalata nella sala di S. Gaetano al letto n.° 8, puerpera del primo giorno con febbre gagliarda, e dolori alla regione dell'utero, fu salassata al braccio; ed esaminato il sangue subito dopo l' estrazione ha dato segni di elettricità uguale all'antimonio, ed inferiore al ferro. Questo sangue non ha formato cotenna.

ESPERIMENTO VII.

Artritide.

Li 6 marzo dell'anno 1813, ed alle ore 9 del mattino. Una donna d'anni 60, maestra delle levatrici nell'Ospedale di S. Catterina della Ruota in Milano, era ammalata da quattro giorni con artritide grave, estesa a tutte le articolazioni, ma specialmente a quelle delle estremità superiori, già quattro volte salassata, ed a cui si ministrava la soluzione di tartaro stibiato, le venne levato sangue per la quinta volta. Il Cavaliere Medico Locatelli, che con tanta saggezza dirige quel grandioso stabilimento, ed a cui io giornalmente comunicava i risultati delle mie esperienze, volle che facessi l' esperimento sul sangue di quest' ammalata, e mi onorò di sua presenza in un col Medico, e Chirurgo assistente, e di varii giovani Medici, che frequentavano la di lui clinica.

Il sangue esaminato tosto dopo l'estrazione ha dato segni di elettricità superiore all' antimonio, e costantemente minore del ferro. Ha formato cotenna notabile. Venne fatto poscia un altro salasso, e l'ammalata guarì in breve tempo.

ESPERIMENTO VIII.

Idrotorace.

Gli 8 marzo 1813 a ore 10 del mattino, l' elettricità

dell' acqua era superiore all' antimonio, ed inferiore al ferro (*).

Una donna ammalata nella sala di S. Gaetano al letto n.° 29, d'anni 45, affetta da idrotorace di già avanzato, con ortopnea, ed edemazia ai piedi, ed alle mani, venne salassata al braccio; il sangue esaminato subito dopo l'estrazione ha dato segni di elettricità minore all'antimonio, e molto superiore al piombo; ha formato dura, e spessa cotenna. La sua parte sierosa ha dato segni di elettricità superiore all' antimonio, e inferiore al ferro come l'acqua.

ESPERIMENTO IX.

Lue venerea.

Li 9 marzo a ore 10 di mattina, l'elettricità dell'acqua era superiore all' antimonio, ed inferiore al ferro.

Letto n.° 2 nella sala delle Colonne. Un uomo robusto, d'anni 31, affetto da cinque mesi di lue venerea, che si era manifestata sul principio con sole ulceri al prepuzio; queste furono trattate con ossido rosso di mercurio; comparve quindi un bubone, a cui fu applicato un cataplasma

(*) E' necessario misurare l' elettricità dell' acqua pria di esaminare la elettricità del sangue. Nella indicata Memoria, che ha per titolo: *Sulla elettricità dei liquidi minerali*, è dimostrato, che dal misurare l'elettricità dell'acqua si conosce in qualunque siasi luogo la natura, e il grado della elettricità dell' aria.

mercuriale senz'altro rimedio: il bubone era in quel tempo esulcerato, e da un mese l' ammalato soffriva dolori osteocopi alle spalle, ed alle braccia senz' altro sintoma, e senz'altro trattamento: gli venne levato sangue dal braccio per la prima volta. L' elettricità del sangue, che venne esaminato due minuti dopo l' estrazione, era superiore all' argento, ed inferiore alla piombaggine: quattro minuti dopo l' emissione, sebbene il sangue non si fosse ancora coagulato, ha dato segni di elettricità inferiore all' argento, ed al rame, uguale al ferro, e molto superiore all'antimonio: sei minuti dopo il salasso il sangue si era perfettamente condensato, e la sua elettricità era inferiore al ferro, poco superiore all' antimonio. Questo sangue non ha formato cotenna, e diviso nelle sue parti, esse hanno dato segni di elettricità superiore all' antimonio, inferiore al ferro, come l'acqua nel tempo stesso.

Li 12 marzo a ore 11 del mattino, l' elettricità dell' acqua era come si è superiormente indicato.

Mentre lo stesso ammalato faceva uso della gommigotta, e del mercurio dolce, fu di nuovo salassato. Il sangue ha dato segni di elettricità superiore all' argento, ed inferiore alla piombaggine; in breve è diventata inferiore al ferro, e superiore all' antimonio. Non ha formato cotenna, ed il siero ha dato segni di elettricità superiore all' antimonio, ed inferiore al ferro, come l' acqua nel tempo stesso.

ESPERIMENTO X.

Cefalalgia.

Li 16 marzo a ore 11 del mattino, l'elettricità dell'acqua era uguale all'antimonio, superiore allo stagno, ed inferiore al ferro.

Una donna d'anni 26, gravida da quattro mesi, ricoverata nella sala di S. Gaetano al letto n.° 31, ebbe antecedentemente febbre infiammatoria, e venne poi tormentata da forte cefalalgia continua da dieci giorni senza febbre. Fu salassata per la prima volta, e l'elettricità del sangue esaminato un minuto dopo l'estrazione era uguale al ferro, superiore all'antimonio, ed inferiore al rame. Questo sangue ha tardato molto a coagularsi, ha formato una cotenna quasi non discernibile, e diviso che fu in parte sierosa e cruorosa, queste hanno dato segni di elettricità uguale all'antimonio, superiore allo stagno, inferiore al ferro, come l'acqua nel tempo stesso.

ESPERIMENTO XI.

Sinoca reumatica con pellagra.

Li 18 marzo a ore 10 $\frac{1}{2}$ del mattino, l'elettricità dell'acqua era uguale all'antimonio, superiore allo stagno, ed inferiore al ferro.

Un uomo robustissimo d'anni 62, al letto n.° 7 nella

sala delle Colonne, ammalato di sinoca reumatica con pellagra, fu salassato per la prima volta; l' elettricità del sangue era uguale allo stagno, superiore al piombo, ed inferiore all' antimonio. Questo sangue ha tardato a coagularsi, ha formato spessa cotenna, ed il suo siero avea un' elettricità uguale a quella dell' acqua già indicata.

ESPERIMENTO XII.

Clorosi con terzana.

Li 19 marzo a ore 10 di mattina, l'elettricità dell'acqua era uguale all' antimonio, superiore allo stagno, inferiore al ferro.

Una figlia d' anni 14 nella sala di S. Gaetano al letto n.° 24, non ancora menstruata, e clorotica, da quindici giorni affetta da terzana leggiera, venne salassata nel tempo della febbre. Il sangue al tempo dell' estrazione era molto diluto; la sua elettricità era superiore all' argento, dopo un minuto è diventata inferiore a questo metallo, come anche al rame, ed al ferro; due minuti dopo si è condensato, ed allora ha dato segni di elettricità superiore allo stagno, uguale all' antimonio, ed inferiore al ferro. Non ha formato cotenna, e dopo essersi diviso nelle sue parti, l' elettricità di esse era come quella dell' acqua superiormente indicata.

ESPERIMENTO XIII.

Febbre reumatico-catarrale.

Li 20 marzo a ore 9 ½ del mattino, l'elettricità dell'acqua era uguale al ferro, superiore all'antimonio, ed inferiore al rame.

Un ammalato d'anni 31 nella sala delle Colonne al letto n.° 5, di gracile costituzione di corpo, avea febbre leggierissima con rari colpi di tosse, dolori passeggieri, e deboli per il corpo, era stato salassato tre giorni prima; e nel giorno sovra indicato fu replicato il salasso. Il sangue ha dato segni di elettricità superiore alla piombaggine, ed a tutti i metalli; dopo un minuto e mezzo la sua elettricità era inferiore al rame, uguale al ferro, superiore allo stagno; in tal tempo si è condensato, ma non si era ancora separato nelle sue parti; non ha formato cotenna, ed il giorno appresso presentava poca parte sierosa, la di cui elettricità era eguale al ferro, superiore all'antimonio, ed inferiore al rame.

ESPERIMENTO XIV.

Peripneumonia.

Li 23 marzo a ore 10 del mattino, l'elettricità dell'acqua era uguale al ferro, inferiore al rame, superiore all'antimonio; il termometro a gradi 10 sopra zero.

Una donna d'anni 50 al letto n.° 35 della sala di S. Gaetano, già da sei giorni ammalata con gravissima peripneumonia, non ebbe alcun trattamento. Al primo salasso il sangue era nero e denso; la sua elettricità subito dopo l' estrazione era uguale al piombo, poco superiore allo zinco; in due minuti si è condensato, ed allora ha dato segni di elettricità uguale all' antimonio, superiore allo stagno, ed inferiore al rame; ha formato spessissima cotenna, ma molle.

ESPERIMENTO XV.

Intermittente quotidiana.

Nello stesso giorno, ed all'ora istessa.

Un giovine d' anni 22 nella sala delle Colonne al letto n.° 27, già da otto mesi ammalato sul principio di doppia quartana, che un mese prima di entrare nell'Ospedale si era cangiata in quotidiana, ed avea fatto uso inutilmente della china in polvere, fu salassato per la prima volta; il sangue era piuttosto rosso, non molto denso; la sua elettricità sul principio era di molto superiore alla piombaggine, e a tutti i metalli; dopo tre minuti diventò inferiore al rame, uguale al ferro, superiore allo stagno. Non ha formato cotenna, ed ha separato poca parte sierosa.

Lo stesso ammalato fu di nuovo salassato il giorno appresso; la febbre allora si era resa continua con polsi vibranti, e lingua biancastra; il sangue era meno rosso, e

meno diluto del precedente, la sua elettricità era di poco superiore all'argento, ma molto maggiore del ferro, e del rame, in due minuti diventò inferiore all' argento, ed al rame, ma superiore al ferro; quando principiò a coagularsi, la sua elettricità era uguale al ferro, e superiore allo stagno. Questo sangue non ha formato cotenna, quasi nulla era la parte sierosa, copiosissima, nera, e densa la cruorosa.

Il giorno 27 marzo continuava ancora la febbre; l'ammalato però stava meglio, e non ostante fu di nuovo salassato; il sangue ha dato segni di elettricità inferiore al rame, uguale al ferro, e superiore allo stagno. Questo sangue non ha formato cotenna, ed ha separato discreta quantità di siero.

L' ammalato è guarito senz'altra emissione di sangue. Vedesi in questo caso, che in proporzione, colla quale diminuiva la malattia, diminuiva pur anche l'elettricità del sangue.

ESPERIMENTO XVI.

Tisi.

Li 24 marzo a ore 10 del mattino, l'elettricità dell'acqua era uguale al ferro, inferiore al rame, e superiore all'antimonio; il termometro a gradi 10.

Un giovine d' anni 19 nella sala delle Colonne al letto n.° 12, affetto da tosse cronica da più mesi, con isputo

di apparenza purulenta, febbre leggiera da più giorni, e principio di consunzione, fu salassato per la prima volta, il sangue era rosso-florido, e diluto; la sua elettricità sul principio era superiore alla piombaggine, ed a tutti i metalli; quando si è condensato, la sua elettricità era uguale al ferro, inferiore al rame, e superiore allo stagno. Non ha formato cotenna; ha separato poca parte sierosa, ed era molta la cruorosa.

ESPERIMENTO XVII.

Catarro cronico con sospetto di vomica.

Li 25 gennajo dell' anno 1816, ed alle ore 11 del mattino, il cielo era nuvoloso, il termometro a gr. 5 sopra il zero, il barometro a poll. 26 lin. 11, l' igrometro indicante umido gr. 28; l' elettricità dell'acqua era inferiore all'antimonio, e superiore allo stagno. Le mie osservazioni aveano luogo in una stanza a piano terreno, attigua alla sala dell'Ospedale maggiore di S. Giovanni di Torino.

Un uomo d' anni 31 molto robusto, ricoverato al letto n.° 108, ammalato con febbre da cinque giorni, avea da quattro anni un dolore sordo alla parte inferiore del petto con tosse; la respirazione era un poco impedita, la tosse facile con espettorazione abbondante salivale, viscida, puriforme, il polso frequente, poco ristretto, e poco irritato.

Fu salassato dal braccio per la prima volta; il sangue era denso, e nero, venne esaminato tosto dopo l' estra-

zione; la sua elettricità era poco inferiore all' antimonio, superiore allo stagno, avea perciò un' elettricità di poco superiore all'acqua. Tre minuti dopo l'estrazione si è precipitata la parte cruorosa sopranuotando il siero, questo si è condensato, ed ha formato una cotenna discretamente spessa: questo sangue fu il primo a uscir dalla vena, e fu ricevuto in un bicchiere, un' altra dose fu raccolta in una scodella, e questa ha tardato a coagularsi, ed ha formato una piccola cotenna.

Il giorno dopo lo stato atmosferico era il medesimo; continuava la tosse con eguale espettorazione, il polso era ancora frequente, non più ristretto, nè irritato, l'ammalato si sentiva più sollevato. Fu salassato dal piede; il sangue venne esaminato tosto dopo l' estrazione, era esso di una liquidità naturale, la sua elettricità era superiore all'antimonio, uguale al ferro, ed inferiore al rame. La quantità di sangue, che si è ricevuta a parte, era assai poca, ed in essa non si è formata cotenna.

L' ammalato non fu più salassato; continuò sempre l'espettorazione puriforme abbondante, e rimase a lungo nell' Ospedale.

ESPERIMENTO XVIII.

Peripneumonia.

Li 26 gennajo a ore 11 del mattino, le condizioni atmosferiche erano come nell' esperimento precedente.

Un giovine d' anni 18 al letto n.° 109, ammalato da tre giorni, ha avuto sul principio alternative di freddo e di caldo, dolore di capo, e dell' orecchio destro, lingua fecciosa, venne emetisato al secondo giorno della malattia, la notte susseguente sentì un dolore alla parte laterale destra del petto, che continuò al mattino, con respirazione poco stentata, ma che aumentava il dolore, continuo mal di capo, lingua fecciosa, polso frequente, irritato; fu salassato per la prima volta.

Il sangue, che era un poco denso, ed un poco nerastro, fu esaminato tosto dopo l' estrazione; la sua elettricità era uguale all' antimonio, inferiore al ferro, molto superiore allo stagno: circa due minuti dopo l' emissione si è precipitata la parte cruorosa, e sopranuotava la sierosa, la quale si è condensata, ed ha formato una cotenna della spessezza di circa otto linee: questo sangue ha conservato per mezz' ora lo stesso grado di elettricità.

Li 27 gennajo a ore 11 del mattino in tempo sereno-nuvolo, term. gr. 6 sopra il zero, barom. poll. 27 lin. $\frac{1}{2}$; igrom. umido gr. 22; l'elettricità dell'acqua era superiore al piombo, ed inferiore allo stagno.

Il dolore si era accresciuto, il respiro era stentato, sotto la respirazione nasceva la tosse, l' espettorazione era salivale pressochè nulla, il decubito sulla parte affetta era impossibile, la faccia accesa, il polso frequente e irritato.

Venne salassato al braccio destro come il giorno prima; il sangue venne esaminato immediatamente dopo l' estra-

zione; la sua elettricità era molto inferiore all'antimonio, e poco superiore allo stagno. Circa tre minuti dopo l'estrazione si è precipitata la parte cruorosa sopranuotando il siero un poco condensato; si è formata una cotenna della spessezza di circa 10 linee, in tale stato, e venti minuti dopo l'estrazione aveva ancora la medesima elettricità come prima.

Il giorno appresso ha avuto un'epistassi, che lo ha sollevato dal mal di capo; in detto giorno non fu salassato.

Li 29 gennajo a ore 10 $\frac{1}{2}$ del mattino, a cielo sereno, termom. gr. 5 sopra zero, barom. poll. 27 lin. 3, igrom. umido gr. 24, l'elettricità dell'acqua era superiore allo stagno, ed inferiore all'antimonio.

L'ammalato non sentiva più il dolore, giacendo sulla parte affetta nasceva la tosse, come pure sotto un'inspirazione profonda; il capo era sollevato, la faccia naturale, il polso frequente, vibrato, non molto resistente.

Fu salassato dal piede, ed il sangue venne subito esaminato; la sua elettricità era pochissimo inferiore, e piuttosto uguale all'antimonio, molto superiore allo stagno, e molto inferiore al ferro. Ha conservato questa elettricità otto minuti; questo sangue ha formato cotenna discreta.

L'ammalato non fu più salassato; la malattia progredì regolarmente verso lo stato di salute, e sortì li 20 febbrajo perfettamente sano.

ESPERIMENTO XIX.

Peripneumonia.

Li 28 gennajo a ore 10 ½ del mattino, a cielo sereno, termom. gr. 4 sopra zero, barom. poll. 27 lin. ⅝, igrom. umido gr. 27; l' elettricità dell' aria era inferiore all'antimonio, poco superiore allo stagno.

Un uomo d' anni 40 al letto n.° 204, previo rigore di freddo sentì un dolore alla parte laterale sinistra del petto, ed avea tosse con isputo sanguigno, e respirazione stentata. Ricoverato nell' Ospedale al terzo giorno di malattia continuava il dolore, lo sputo era salivale mucoso con striscie di sangue, inspirazione, e decubito dolente sulla parte affetta, forte occupazione al capo, polso frequente, vibrato, non molto duro. Venne salassato per la prima volta; il sangue fu esaminato subito dopo l' estrazione, e la sua elettricità era inferiore di molto all'antimonio, poco superiore, e quasi uguale allo stagno, superiore al piombo. Circa tre minuti dopo l'estrazione si è precipitata la parte cruorosa sopranuotando la sierosa un poco addensata, ed ha formato una cotenna di linee 12, che ha tardato molto a coagularsi.

Questo ammalato fu di nuovo salassato per due volte. Non ho esaminato il sangue; la malattia ha continuato con molta espettorazione, sul principio stentata, e poco concotta, quindi più facile, e più matura, e l' ammalato guarì.

ESPERIMENTO XX.

Pleuritide spuria.

Li 2 febbrajo a ore 10 ½ del mattino, a cielo sereno, termom. gr. 2 sopra il zero, barom. poll. 27 lin. 5, igrom. umido gr. 20; l'elettricità dell'acqua era poco superiore allo stagno, molto inferiore all'antimonio.

Un uomo d'anni 43, già da tre mesi accettato nell'Ospedale al letto n.° 85, liberato questo già da due mesi dalle febbri quartane, che si cangiarono poscia in una piccola febbre irregolare; due giorni prima della esperienza previa sensazione di freddo sentì un dolore alle coste spurie dalla parte sinistra, il quale si era molto aumentato nella notte antecedente, e che continuando con molta intensità gl'impediva la inspirazione profonda, e si esacerbava sotto la tosse, che era per altro poca e secca, il contatto della parte era molto doloroso ed insoffribile, il polso poco frequente, e niente duro.

Venne salassato per la prima volta; il sangue fu esaminato subito dopo l'estrazione; la sua elettricità era poco inferiore e quasi uguale allo stagno, molto superiore al piombo, e molto inferiore all'antimonio. Quello che fu ricevuto nei bicchieri ha formato cotenna, la quale ha stentato molto a condensarsi; essa era di circa sei linee, e poco resistente.

L'ammalato non fu più salassato, ma essendogli stato applicato un vescicante al luogo dolente, guarì in breve tempo.

ESPERIMENTO XXI.

Angina tonsillare.

Gli 11 febbrajo a ore 10 del mattino, a cielo nuvolo, termom. gr. 5 sopra zero, barom. poll. 27 lin. 3, igrom. umido gradi 30; l'elettricità dell' acqua era superiore allo stagno, inferiore all' antimonio.

Un giovine d' anni 18 al letto n.° 86, ammalato da sette giorni, dopo quattro salassi fatti prima di entrare nell' Ospedale, avea un tumore notabile alla tonsilla sinistra, ed all'ugola con infiammazione, e dolore della stessa parte, deglutizione molto stentata, voce nasale, dolor di capo, polso poco frequente, niente duro.

Venne salassato alla mano sinistra; il sangue fu esaminato subito dopo l'estrazione, questi sul principio del salasso avea un'elettricità superiore allo stagno, ed inferiore all' antimonio, e sul finire dello stesso salasso dava segni di elettricità uguale all' antimonio, inferiore al ferro, e superiore allo stagno: ha deposto lentamente la parte cruorosa, e sopranuotava la sierosa. Tanto l'uno, che l' altro sangue dopo un quarto d' ora, essendosi soltanto condensato senza separare il siero, aveva un' elettricità uguale al ferro, superiore all' antimonio, ed inferiore al

rame. Un' ora dopo il sangue presentava la separazione del siero, l'elettricità dell'acqua era inferiore allo stagno, superiore al piombo, e l'elettricità del cruore, e del siero era inferiore all' antimonio, e superiore allo stagno. Questo sangue non ha formato una decisa cotenna; ma alla sua superficie eravi una membrana di aspetto cotennoso.

Vedesi in questo caso, che il sangue sul finir del salasso era più elettrico di quello, che uscì dalla vena sul principio.

L' ammalato si è alzato da letto il giorno dopo, ed in pochi giorni guarì.

ESPERIMENTO XXII.

Gravidanza.

Lo stesso giorno, ed alle ore 2 pomeridiane, sotto le medesime condizioni atmosferiche, ed in una casa particolare.

Una donna d'anni 25, gravida da circa tre mesi, avea il capo aggravato e confuso, dolente dopo il cibo, granchio alle mani, dolore ai reni, veglia alla notte, polso naturale riguardo alla frequenza, ed alla forza, fu salassata dal braccio destro.

Il sangue è stato esaminato subito dopo l'estrazione; la sua elettricità era superiore al ferro, ed inferiore al rame; dopo due minuti si è condensato uniformemente, e non avea ancora separato il siero, la sua elettricità era allora

inferiore al ferro, uguale all' antimonio, e superiore allo stagno. Tanto il sangue, che spicciò sul principio del salasso, che fu di sei oncie, come quello che uscì sul finire, avea lo stesso grado di elettricità media tra il ferro ed il rame. Questo sangue non ha formato cotenna.

Presento qui il quadro delle malattie comprese in questo saggio, affinchè si possa in un sol colpo d'occhio vederne il paragone, e le riporto secondo l' ordine, con cui vennero da me esposte. La prima colonna presenta il carattere della malattia, e le condizioni generali dell'ammalato, la seconda l' elettricità del sangue, la terza le condizioni di questo umore dopo l' estrazione, e la quarta l'elettricità dell' acqua.

Carattere della malattia.	*Elettricità del sangue.*	*Condizioni del sangue.*	*Elettricità dell'acqua.*
Num. 1. Reumatismo. Uomo.	Elettricità superiore al ferro, inferiore al rame.	Nissuna cotenna.	Elettricità inferiore allo stagno, superiore al piombo.
Num. 2. Febbre reumatica. Donna d'anni 32. Primo salasso.	Elettricità uguale all' antimonio, inferiore al ferro, e superiore allo stagno.	Nissuna cotenna.	Elettricità uguale all' antimonio, inferiore al ferro, e superiore allo stagno.
Idem. Secondo salasso.	Elettricità uguale al ferro, superiore all' antimonio, ed inferiore al rame.	Nissuna cotenna.	Elettricità inferiore, allo stagno, superiore al piombo.
Num. 3. Peripneumonia. Donna d' anni 36.	Elettricità uguale al piombo, inferiore allo stagno.	Cotenna spessa e tenace.	*Idem.*

Carattere della malattia.	*Elettricità del sangue.*	*Condizioni del sangue.*	*Elettricità dell'acqua.*
Num. 4. Cefalalgia reumatica. Uomo.	Elettricità superiore al ferro, inferiore al rame.	Leggiera cotenna.	Elettricità inferiore allo stagno, superiore al piombo.
Num. 5. Peripneumonia. Uomo.	Elettricità superiore al piombo, inferiore allo stagno.	Spessa cotenna.	Elettricità uguale al ferro, superiore all'antimonio, inferiore al rame.
Num. 6. Metritide puerperale.	Elettricità uguale all'antimonio, inferiore al ferro.	Niasuna cotenna.	Non fu esaminata.
Num. 7. Artritide. Donna d'anni 60.	Elettricità superiore all'antimonio, inferiore al ferro.	Cotenna notabile	Non fu esaminata.
Num. 8. Idrotorace. Donna d'anni 45.	Elettricità minore all'antimonio, molto superiore al piombo.	Cotenna spessa e dura.	Elettricità superiore all' antimonio, inferiore al ferro.
Num. 9. Lue venerea. Uomo d'anni 31. Primo salasso.	Elettricità superiore all' argento, inferiore alla piombaggine.	Nissuna cotenna.	*Idem.*
Idem. Secondo salasso.	*Idem.*	*Idem.*	*Idem.*
Num. 10. Cefalalgia. Donna d'anni 26.	Elettricità uguale al ferro, superiore all' antimonio, inferiore al rame.	Cotenna poco visibile.	Elettricità uguale all' antimonio, superiore allo stagno, inferiore al ferro.
Num. 11. Sinoca reumatica con pellagra. Uomo d'anni 60.	Elettricità uguale allo stagno, superiore al piombo, inferiore all'antimonio.	Spessa cotenna.	*Idem.*

Carattere della malattia.	*Elettricità del sangue.*	*Condizioni del sangue.*	*Elettricità dell'acqua.*
Num. 12. Clorosi con terzana. Figlia d'anni 14.	Elettricità superiore all' argento.	Nissuna cotenna.	Elettricità uguale all' antimonio, superiore allo stagno, inferiore al ferro.
Num. 13. Febbre reumatico-catarr. Uomo d'anni 31.	Elettricità superiore alla piombaggine, e a tutti i metalli.	Nissuna cotenna, poco siero.	Elettricità uguale al ferro, superiore all'antimonio, inferiore al rame.
Num. 14. Peripneumonia. Donna d'anni 50.	Elettricità uguale al piombo, poco superiore allo zinco.	Spessissima cotenna e molle.	*Idem.*
Num. 15. Intermittente quotidiana. Giovine d'anni 22. Primo salasso.	Elettricità superiore alla piombaggine, ed a tutti i metalli.	Nissuna cotenna, poco siero.	*Idem.*
La stessa febbre cangiata in continua. Secondo salasso.	Elettricità poco superiore all'argento, molto al di sopra del rame.	Poco siero, molto cruore, nissuna cotenna.	*Idem.*
La stessa febbre continua Terzo salasso.	Elettricità uguale al ferro, superiore all' antimonio, inferiore al rame.	Nissuna cotenna, siero quantità discreta.	*Idem.*
Num. 16. Tisi. Giovine d'anni 19.	Elettricità superiore alla piombaggine, e a tutti i metalli.	Poco siero, molto cruore, nissuna cotenna.	*Idem*
Num. 17. Catarro cronico. Uomo d'anni 31. Primo salasso.	Elettricità poco inferiore all' antimonio, superiore allo stagno.	Cotenna discreta.	Elettricità inferiore all'antimonio, superiore allo stagno.
Idem. Secondo salasso.	Elettricità uguale al ferro, superiore all' antimonio, inferiore al rame.	Nissuna cotenna.	*Idem.*

Carattere della malattia.	*Elettricità del sangue.*	*Condizioni del sangue.*	*Elettricità dell'acqua.*
Num 18. Peripneumonia. Giovine d'anni 18. Primo salasso.	Elettricità uguale all' antimonio, inferiore al ferro, superiore allo stagno.	Cotenna notabile.	Elettricità inferiore all' antimonio, superiore allo stagno.
Idem. Secondo salasso.	Elettricità molto inferiore all'antimonio, e poco superiore allo stagno.	*Idem.*	Elettricità inferiore allo stagno, superiore al piombo.
Idem. Terzo salasso.	Elettricità poco inferiore, piuttosto uguale all' antimonio, molto superiore allo stagno.	Cotenna discreta.	*Idem.*
Num. 19. Peripneumonia. Uomo d'anni 40.	Elettricità poco inferiore, e quasi uguale allo stagno, molto superiore al piombo.	Cotenna notabile.	Elettricità poco superiore allo stagno, molto inferiore all'antimonio.
Num. 20. Pleuritide spuria. Uomo d'anni 43.	Elettricità poco inferiore, quasi uguale allo stagno, molto superiore al piombo.	Cotenna leggiera, e poco resistente.	*Idem.*
Num. 21. Angina tonsillare. Giovine d'anni 18. Primo sangue.	Elettricità superiore allo stagno, inferiore all'antimonio.	Cotenna membranosa.	Elettricità superiore allo stagno, inferiore all'antimonio.
Idem. Secondo sangue.	Elettricità uguale all' antimonio, inferiore al ferro, superiore allo stagno.	*Idem.*	*Idem.*
Num. 22. Gravidanza. Donna d'anni 26.	Elettricità superiore al ferro, inferiore al rame.	Nissuna cotenna.	*Idem.*

CONSIDERAZIONI SUGLI ESPERIMENTI.

Da pressochè tutti i surriferiti esperimenti ben si può dedurre, che l'elettricità del sangue, sia presente la malattia, che nello stato approssimativo di salute, è in generale diversa, e per lo più maggiore della elettricità dell'aria specialmente nello stato di sanità, che se essa è uguale, sarà questo per accidente, e non per legge costante; onde il sangue non è un semplice conduttore della elettricità dell'aria, ma hà una elettricità a lui propria, la quale malgrado le variazioni elettriche dell'aria mantiensi presso a poco nel medesimo grado.

Pare, che dedurre si possa dagli esperimenti n.i 1, 4, 10, 22, in cui gli ammalati non erano febbricitanti, e che credere si potevano in uno stato molto approssimativo di salute, che l'elettricità del sangue in questo stato, ed in tutti gl' individui tenga il luogo di mezzo tra l'elettricità del ferro, e del rame; non so però bene, se l'età, il sesso, il temperamento, il clima, la stagione possano recare qualche diversità nell'elettricità del sangue. Io sono inclinato a credere, che essa sia sempre allo stesso grado in ogni circostanza di salute, poichè osservo, che la temperatura del sangue, secondo la più comune sentenza dei Fisiologi, è sempre costantemente la medesima sotto qualunque delle indicate condizioni.

Posto pertanto, che l'elettricità del sangue pendente

la sanità sia media tra quella del ferro, e del rame, si possono distinguere in due classi le malattie, cioè le une con elettricità diminuita, e le altre con elettricità accresciuta nel sangue. Spettano alla prima classe le malattie riferite ai n.i 2, 3, 5, 6, 7, 8, 11, 14, 17, 18, 19, 20, 21, e sono in questa classe comprese la febbre reumatica, la peripneumonia, la metritide, l' artritide, l' idrotorace, la sinoca reumatica con pellagra, il catarro con sospetto di vomica, la pleuritide spuria, e l'angina. Appartengono alla seconda classe gli esperimenti n.° 9, 12, 13, 15, 16, in cui si enumera la lue venerea, la clorosi con terzana, la febbre reumatico-catarrale, l' intermittente quotidiana, e la tisi.

Da queste sperienze, e da duecento e tre altre, delle quali conservo registro, e che io qui per brevità non riferisco, massime che il più gran numero di esse sono tutti casi d' infiammazioni, e con elettricità diminuita, ne deduco, che nelle malattie infiammatorie havvi diminuzione di elettricità nel sangue, e che la qualità elettrica di questo umore è in ragione inversa dell'intensità della malattia, cioè che crescendo questa diminuisce l' elettricità; e che all' opposto in generale nelle malattie di languore havvi aumento di elettricità al di sopra del naturale, e questo accrescimento è in ragione diretta della intensità della malattia: epperciò si potrebbe dire, che l'elettricità del sangue segue le stesse leggi del principio vitale di Brovvn. Conosco, che prima di stabilire un principio

generale, richiedesi un gran numero di fatti; io parlo appoggiato a duecento venticinque, dei quali nessuno è in contraddizione, e lascio, che altri, a cui sarà data una maggiore opportunità di operare su questa materia, moltiplichi, e verifichi siffatto genere di esperienze, e stabilisca prima quale elettricità sia propria del sangue umano nelle diverse circostanze di salute, e quali altre specie di malattie vadano congiunte con elettricità accresciuta; nelle quali sebbene in generale non convenga il salasso, pure bastando alcune goccie di sangue per eseguire queste sperienze, si potrà in ogni caso tirare una piccola quantità di questo umore senza pericolo dell' ammalato; e quindi ben verificati ed estesi gli esperimenti, si potrebbe con un mezzo fisico riconoscere la natura, ed il grado della malattia.

Il sangue non dà sempre segni di elettricità positiva, ed in alcuni casi di malattie infiammatorie gravi l'elettricità del sangue diventa negativa, come negli esperimenti n.° 3, 5, 14, in cui l'elettricità di questo umore era uguale, o poco superiore al piombo. Sarà dimostrato nella Memoria *Sulla elettricità dei liquidi minerali*, che l'elettricità propria del piombo è negativa.

Risulta altresì, che nelle malattie, in cui havvi diminuzione di elettricità, essa si accresce quando la malattia progredisce verso lo stato di salute, come appare dagli esperimenti n.° 2, 17, 18, ed all' opposto diminuisce crescendo la malattia, come lo dimostra l' esperimento

n.° 18; al contrario poi nelle malattie, in cui havvi accrescimento di elettricità, diminuisce essa in proporzione che cede la malattia, come consta dall'esperimento n.° 15.

Si può dedurre, che ogniqualvolta il sangue estratto forma cotenna, ha esso al momento della sua estrazione una elettricità minore di quella, che io credo esser propria del sangue nello stato di salute, epperciò vedesi formata la cotenna nel sangue del n.° 3, 5, 7, 8, 11, 14, 17, 18, 19, 20, 21, mentre ogniqualvolta il sangue ha un' elettricità al dissopra del creduto grado naturale, non forma giammai cotenna, come si scorge negli esperimenti n.° 9, 12, 13, 15, 16.

Vedesi, che il sangue pendente il salasso accresce la propria elettricità, come è notato nell'esperimento n.° 21, e come mi consta da altri; ed è da questo, che parmi di poter spiegare ciò che per lo più suole accadere, cioè che il sangue, il quale spiccia sul principio del salasso, forma cotenna, e non così quello, che esce sul finire dello stesso salasso. Il primo sangue si osserva più denso e più nero, ed è meno elettrico; mentrechè quello, il quale esce successivamente, si mostra più sciolto, più rosso, ed è anche più elettrico. Non si deve però tener costante, che il sangue sul finir del salasso sia più elettrico del primo, mentre alcune volte diventa minore; ed a questo riguardo anche Dehaen fece osservare, che in alcuni rari casi non forma cotenna il sangue, che esce il primo da un salasso, e la forma quello, che esce successivamente dallo stesso salasso.

Risulta dalla maggior parte dei predetti esperimenti, che il sangue più o meno prontamente tende dopo la sua estrazione a mettersi in equilibrio colla elettricità dell' aria, ora perdendo, ed ora assumendo elettricità dal contatto di essa: e per conseguenza io credo che, se si potesse mantenere al sangue estratto il medesimo grado di elettricità che gli è propria nel corpo umano, con tutte le altre condizioni, e specialmente la temperatura ed il muovimento, si potrebbe mantenere liquido. Gerhard ha dimostrato, che il sangue sottomesso all' azione dell' elettricità rimane più a lungo fluido di quello, che è privo dell' influenza elettrica. Osservo inoltre, che il sangue quando è meno elettrico, come in generale nelle malattie infiammatorie, perde anche nel corpo umano parte della propria liquidità, e diventa più denso, e più tenace.

Il n.° 18 prova ciò che verificai moltissime volte, cioè che il sangue, il quale forma cotenna, per lo più conserva a lungo il grado della propria elettricità, che ha al momento dell'estrazione, a preferenza di quello, in cui non si forma cotenna. Per questo riguardo la crosta pleuritica di natura coibente, è atta ad impedire e porre ostacolo all' equilibrio dell' elettricità del sangue con quella dell' aria. Osservò Hevvson, che il cruore sottoposto alla cotenna rimane lungo tempo liquido, e tarda a coagularsi, cosa che a mio credere si deve attribuire al conservare che fa il sangue per molto tempo in simile circostanza il grado della propria elettricità.

Risulta pur anco dalla maggior parte degli esperimenti, che il sangue più o meno conserva un grado di elettricità a lui proprio, e diverso da quello dell' aria, finchè rimane liquido, od è uniformemente coagulato; ma tosto che si decompone nelle sue parti, presentando la divisione del siero e del cruore, non ha più una elettricità a lui propria, ma trovasi questa, o tende costantemente a mettersi in equilibrio colla elettricità dell'aria, poichè, come appare dalle surriferite esperienze, il siero, ed il cruore del sangue hanno in generale un' elettricità simile a quella dell' acqua. Dico in generale, perchè mi fu dato di osservare più volte, che quando l'acqua discende a dar segni di elettricità negativa, il siero non si porta al medesimo grado di elettricità, ma si conserva superiore all' acqua, proprietà, che io attribuisco alla natura del siero stesso. È il solo siero del sangue, che gode della qualità di motore del galvanismo, e che si mette in equilibrio coll' elettricità dell'aria, e sebbene il cruore, e la cotenna diano segni di elettricità, essa è perfettamente uguale a quella del siero quando il sangue è da lungo tempo estratto; e tanto la cotenna, quanto il cruore, essendo del tutto asciutti, e privi di siero, perdono la loro qualità di motore.

SULLA ELETTRICITA
DEI
LIQUIDI MINERALI

MEMORIA

DEL MEDICO CARLO FRANCESCO BELLINGERI.

Presentata alli 23 di giugno 1816.

I liquidi minerali per rispetto alla loro natura si possono distinguere in acquei, acidi, alcalini, terrei, salini, solfurosi, e bituminosi. La sola acqua comune e distillata è compresa nella prima classe; alla seconda si rapportano gli acidi concentrati e diluti: liquidi alcalini, terrei, salini, e solfurosi chiamo le soluzioni degli alcali, terre, sali, e solfuri nell' acqua; ai liquidi bituminosi si riferiscono il petrolio, e la nafta.

Relativamente al galvanismo, vengono distinti in motori, conduttori, ed isolanti del fluido galvanico. Compete la qualità di motore a tutti i liquidi sovra numerati, eccettuati i bituminosi, i quali sono di natura isolanti.

È mia intenzione di esaminare in questa Memoria la qualità di motore propria a ciascheduno degli indicati li-

quidi, paragonandoli coi diversi metalli, e così riconoscere la natura, ed il grado dell' elettricità, che compete a ciascheduno di essi.

ARTICOLO PRIMO.

Acqua.

L'acqua non ha sempre la qualità di motore del galvanismo al medesimo grado; mettendo essa in relazione coi diversi metalli, trovasi nei diversi tempi, che l'acqua ora è motore come un dato metallo, ed ora come un altro positivo, o negativo al dissopra del primo. Si conosce essere l' acqua motrice del galvanismo, come lo è un dato metallo, ad esempio lo stagno, se armando direttamente collo stagno, e coll'acqua una parte animale sensibile alle condizioni da me indicate nella *Memoria sul galvanismo*, e fatta quindi la comunicazione, non si produce la contrazione in nessun senso. Allora io dico, che l' acqua ha la stessa elettricità dello stagno, poichè gli esperimenti di Volta hanno dimostrato, che le armature messe in relazione tra di loro svolgono il fluido elettrico.

Avendo l'acqua un'elettricità eguale a quella dello stagno, agisce in quel tempo, paragonata cogli altri metalli, come lo stagno; cioè è negativa relativamente ai metalli, che sono positivi sopra di esso, e così pure trovasi nel tempo stesso positiva sopra i metalli, che sono negativi verso lo stagno. Da ciò ne deriva, che in quel tempo mettendo in

relazione l'acqua coi primi metalli, essa fa le veci di armatura negativa, ed i metalli di positiva; quindi armando il muscolo con uno di questi, ad esempio ferro o rame, ed il nervo con acqua, si ottiene contrazione chiudendo il circolo, e cangiata disposizione delle armature, la contrazione ha luogo interrompendo il circolo: all'opposto quando si mette l'acqua in relazione coi secondi metalli, l'acqua fa le veci di armatura positiva, ed il metallo di negativa; epperciò armando il muscolo con acqua, ed il nervo con uno di questi, per esempio piombo o zinco, la contrazione si ottiene chiudendo il circolo, ed ha luogo aprendolo invertendo l'ordine delle armature.

Sarà perciò nel corso della Memoria questa la maniera di esprimermi; allorchè io dico, che l'acqua, od un altro liquido ha una elettricità eguale a quella di un metallo, intendo che quel metallo, ed il liquido sono armature inefficaci, e con esse non si producono contrazioni in nessun senso; e quando dico avere il liquido un'elettricità maggiore di un metallo, intendesi che, paragonando il liquido, ed il metallo, fa quello le veci di armatura positiva, ed il metallo di negativa; ed all'opposto allorchè dico avere l'acqua, od un liquido un'elettricità minore di un metallo, intendo che, armando con questi una parte animale, fa il liquido le veci di armatura negativa, ed il metallo di positiva.

Deduco da simili esperimenti, che due sostanze di natura del tutto eterogenee possono essere omogenee rela-

tivamente all' elettricità, come nell' ipotesi superiore sarebbero l'acqua e lo stagno, e che in simil caso mettendole in relazione tra di loro, armando con esse una parte animale, trovansi essere armature inefficaci, ed incapaci a produrre la contrazione, epperciò qualunque siasi altro fenomeno di galvanismo.

Essendo difficile l' armare direttamente il muscolo, od il nervo preso dalla rana coll' acqua, od altri liquidi, si può intromettere fra il liquido, e le diverse parti della rana un metallo, il quale in simile circostanza, come è riconosciuto, fa le veci di semplice conduttore.

Il metallo, che si frappone, può avere la forma di lamina, a cui si applica una parte della rana, ed una goccia di acqua, o del liquido, che si vuole esaminare, e si fa quindi la comunicazione fra la goccia, ed il metallo, con cui si paragona: oppure può essere fatto in forma d' arco avente una base per essere sostenuto, ed un' estremità libera, che s' immerge in un bicchiere contenente l'acqua, od il liquido.

Per ottenere risultati uniformi in simile circostanza bisogna costantemente servirsi dello stesso arco comunicatore; quello di cui io mi servo, è di ferro, ma sarebbe preferibile l' arco di un metallo di difficile ossidazione, e che venisse difficilmente intaccato da qualunque siasi liquido minerale, come d' oro o di platino.

Ho detto superiormente, che l' acqua non è sempre motrice del galvanismo al medesimo grado; essa in generale

varia molto nei diversi giorni, e nelle diverse ore della giornata, e questo dipende dal cangiamento dell'elettricità dell' aria atmosferica; dimodochè crescendo l' elettricità dell' aria, si aumenta pure l' elettricità dell' acqua, e diminuisce in proporzione che l'aria diventa meno elettrica. Si conosce, che cresce l' elettricità dell' acqua, quando essa uguaglia, o si approssima ad un metallo dotato di maggiore elettricità; e che diminuisce, quando l'acqua diventa motrice come un metallo, che ha minore elettricità.

Dal che deduco, che l' acqua si mette costantemente in equilibrio coll'elettricità dell'aria (1): ed in prova di questo ho fatto i miei esperimenti sulla specola del Conte Moscati in Milano nel mese di luglio dell' anno 1813, e ne ebbi questi risultati: cioè che quando l' elettrometro di Volta indica quattro gradi di elettricità positiva nell'aria, l'acqua ha nel tempo stesso una elettricità eguale allo stagno; e che essendovi nell'aria dodici gradi di elettricità positiva, l'acqua corrisponde all' antimonio; e quando lo stesso elettrometro indica diciotto gradi di elettricità, l'acqua nello stesso luogo ha una elettricità, che corrisponde al ferro. Durante un temporale occorso il giorno 9 luglio l'elettrometro dava segni di elettricità positiva massima, e l' acqua aveva un' elettricità superiore all' argento, e sarebbe forse stata superiore agli altri metalli, se io avessi avuto altri

(1) Si vedrà in appresso, che questa è una proprietà esclusiva della sola acqua.

metalli in pronto superiori all' argento. Pendente un altro temporale, che ebbe luogo il giorno 22 luglio, lo stesso elettrometro dava indizj di elettricità negativa massima, e l'elettricità dell'acqua era inferiore al piombo, e superiore allo zinco (1).

Da simili esperienze ne deriva, che dall' esame contemporaneo dell' elettricità dell' aria coll' elettrometro, e di quella dell' acqua col galvanismo si può conoscere la natura, ed il grado di elettricità propria a ciaschedun metallo. Così risulta, che lo stagno, e tutti i metalli al dissopra di esso sono dotati di elettricità positiva, mentre l' elettricità, che è propria del piombo, e dello zinco, trovasi all'elettrometro essere elettricità negativa. E questo per rispetto alla natura dell' elettricità; e relativamente al grado risulta, che lo stagno ha una elettricità, che corrisponde a quattro gradi dell' elettrometro di Volta, l' antimonio a dodici, ed il ferro a diciotto. Vi sono adunque otto gradi di elettricità tra lo stagno, e l' antimonio, sei tra questo, ed il ferro, e quattordici tra il ferro, e lo stagno. Nel breve tempo in cui ho esaminato contemporaneamente l' elettricità dell' aria, e dell' acqua, non mi fu dato di graduare nessun altro metallo; e per ciò fare si

(1) Nel fare gli esperimenti mi serviva di un arco di ottone per conduttore, e di uno di ferro per comunicatore: dico conduttore l' arco che si frappone fra la rana ed il liquido, e comunicatore quello, con cui si fa la comunicazione delle armature.

esige una serie successiva di elettrometri. In simil modo si può determinare con esattezza la natura, e la quantità di elettricità contenuta in ciascun metallo, come anche la relazione tra di loro; cosa che io credo di molta importanza nella fisica.

Questa maniera di esaminare l' elettricità dei metalli la credo esatta, poichè trovasi corrispondere coll' elettrometro. In prova di ciò, nel mattino del giorno 7 di luglio essendo stata esaminata con poca esattezza l'elettricità dell' atmosfera, da alcuno si asserì, che l' aria aveva tredici gradi di elettricità positiva, ed avendo io trovato, che l' acqua avea un' elettricità uguale allo stagno, affermai, che non ve ne doveano essere che soli quattro; onde ripetuto l' esperimento coll' elettrometro, con sorpresa degli astanti si riconobbero i quattro gradi da me indicati. Si osservi però, che non sempre trovasi che corrispondano tra loro l' elettrometro, ed il galvanismo; e questo dipende da ciò che l' elettricità nell' aria esiste in due maniere, l' una allo stato libero, sensibile all' elettrometro, ed al galvanismo; l' altro allo stato latente, od in equilibrio coi corpi circonvicini, ed in tale stato è insensibile all' elettrometro, ma capace di essere misurata col galvanismo. Nei giorni umidi anche ne' luoghi elevati accaderà, che l'elettrometro darà pochi o nessun segno di elettricità nell' aria, mentre il galvanismo indicherà esservene un grado notabile, poichè esso misura l' elettricità esistente allo stato di libertà, ed allo stato di combinazione nell'

aria; perciò quando si vorranno fare gli esperimenti comparativi tra il galvanismo, e l'elettrometro, bisognerà sempre consultare lo stato igrometrico dell'aria stessa, come anche la forza, e la direzione dei venti.

Siccome col galvanismo si misura l'elettricità esistente sì allo stato di libertà, che di combinazione nell'aria, ne deriva, che con un tal mezzo si può riconoscere in qualunque siasi luogo la natura, ed il grado di elettricità propria di una data atmosfera. Avendo io in simil modo esaminato dalla metà di gennajo sino alla metà d'aprile di quest'anno 1816 l'elettricità dell'acqua nell'Ospedale di S. Gioanni di questa Città, ed avendo ritrovato, che essa generalmente è uguale, od inferiore al piombo, ne deduco, che l'elettricità dell'aria in detto luogo è per lo più negativa; e credo che si possa attribuire anche a questa causa la qualità nociva dell'aria negli Ospedali, e la sua proprietà poco respirabile (1).

La diversa temperatura dell'acqua non cangia punto lo stato della propria elettricità; ho trovato essere uguale nei diversi tempi l'elettricità dell'acqua alla temperatura di

(1) Che l'elettricità influisca di molto sulla qualità respirabile dell'aria, viene dimostrato dalle esperienze di Schinz, il quale vide, che per ben quattro volte una colomba rinchiusa sotto una campana di cristallo, e prossima a perire per aver consumato tutta la quantità di aria respirabile contenuta in essa campana, veniva risuscitata, e continuava a respirare facendo agire la macchina elettrica a disco di vetro sulla stessa campana. Vedasi Schinz *Specimen physicum de electricitate* pag. 28. Turici ann. 1776.

due gradi, come a 55, e a 65 gradi. Attribuisco questo all' evaporazione, la quale mantiene all' acqua la stessa elettricità dell'atmosfera. Ho osservato, che pendente l'evaporazione si assorbe sempre l' elettricità dei corpi circonvicini; così approssimando all'acqua un liquido, che passa allo stato di vapore, si diminuisce tosto notabilmente l'elettricità dell' acqua: ed in questo segue l'elettricità le stesse leggi del calorico.

ARTICOLO II.

Acidi.

Prima di tutto si osservi che, essendo la maggior parte degli acidi, e degli altri liquidi minerali di tal natura, che intaccar possono, e distruggere l' organismo animale, venendo a questi direttamente applicati, nelle mie esperienze mi sono servito di una lamina d'oro, su cui applicava il liquido in forma di goccia, ed armava con essa lamina il muscolo od il nervo di una rana; e qui convien notare, che è necessario servirsi di un metallo, che sia difficilmente o del tutto intaccabile da qualunque siasi liquido minerale; fa in questo caso il metallo le veci di semplice conduttore.

Ho armato con piombo il muscolo, e con una lamina d' oro il nervo di una rana; ho posto sopra l' oro una goccia di acido solforico concentrato; fatta la comunicazione mediante un arco di ferro tra il piombo e la goccia

d'acido solforico, ho ottenuto la contrazione chiudendo il circolo; cangiata disposizione della parte in modo che il nervo fosse armato con il piombo, ed al muscolo fosse applicata la lamina d' oro, fatta la comunicazione, non si ottenne contrazione, o si produsse distruggendo il circolo. In questo caso il piombo è l' armatura positiva, e l'acido solforico in paragone del piombo serve di armatura negativa; l' elettricità adunque dell' acido solforico è minore di quella del piombo, ma è maggiore di quella dello zinco; perciò armando collo zinco il nervo, e coll' acido solforico il muscolo, coll' intervento di una lamina d' oro la contrazione si produce chiudendo il circolo, e cangiata disposizione si ottiene aprendo; lo zinco in questo caso fa le veci di armatura negativa, e l'acido solforico di positiva. Deduco da ciò, che l' elettricità dell' acido solforico concentrato è media tra quella del piombo, e dello zinco: ed è pur anche la stessa l' elettricità di quest'acido diluto con acqua.

In simil modo ho esaminato l' elettricità degli altri acidi minerali, cioè acido nitrico, muriatico semplice ed ossigenato, od acido idroclorico, e gaz clorio, secondo la denominazione di Dawy; e del gaz acido carbonico, ed acido arsenioso. Per riconoscere, e misurare l' elettricità del gaz acido carbonico, e gaz clorio, ho saturato l'acqua di uno di questi gaz, cosicchè ho esaminato l' acqua impregnata di gaz acido carbonico, e di gaz clorio.

Da questi esperimenti è risultato, che l' acido nitrico

concentrato e diluto ha un' elettricità inferiore allo zinco, epperciò a tutti i metalli, e che quindi mettendo in relazione quest' acido coi metalli, l' acido fa sempre le veci di armatura negativa, ed il metallo di positiva. L' acqua satura di gaz clorio ha pure un' elettricità inferiore a tutti i metalli.

L'acido muriatico semplice, od acido idroclorico ha una elettricità minore del piombo, e maggiore dello zinco: tale è pure l' elettricità dell' acqua imbevuta di gaz acido carbonico. La dissoluzione di acido arsenioso ha un' elettricità eguale allo stagno, superiore al piombo, ed inferiore all' antimonio.

L' elettricità, che è propria di questi acidi, è sempre la stessa sotto qualunque siasi condizione elettrica dell'aria.

Da simili esperienze risulta, che l'elettricità degli acidi tutti da me esaminati, ad eccezione dell' acido arsenioso, è inferiore al piombo, e che perciò questi acidi hanno un' elettricità negativa, poichè ho superiormente asserito, essere negativa l' elettricità, che è propria del piombo. E questo concorda coll' opinione di Dawy, il quale ha stabilito, che gli acidi sono elettrici negativamente.

Risulta pur anco, che gli acidi minerali hanno un diverso grado di elettricità, epperciò mettendoli in relazione tra di loro, l'uno fa le veci di armatura positiva, e l'altro di negativa, come i metalli. Si possono paragonare gli acidi fra loro applicandoli direttamente alla parte animale stessa; ma siccome viene essa facilmente intaccata dagli

acidi, così è necessario servirsi di due lamine d'oro, o di platino, mettendo queste per armatura l'una al muscolo, e l'altra al nervo, ed applicando sopra ciascuna una goccia degli acidi, che si vogliono esaminare, e facendo quindi la comunicazione fra le due goccie per osservare in che tempo si ottiene la contrazione; se ha luogo chiudendo il circolo, l'acido, che sta al muscolo, ha maggiore elettricità dell'acido, che sta al nervo; dicasi l'opposto, se essa succede interrompendo il circolo. Così operando ho trovato, che l'acido nitrico ha minore elettricità dell'acido idroclorico, e questi meno del solforico.

Si possono distinguere in tre ordini gli acidi da me esaminati: nel primo è compreso l'acido nitrico, e l'acqua satura di gaz clorio; l'elettricità di questi è inferiore allo zinco. Nel secondo havvi l'acido idroclorico, solforico, e l'acqua impregnata di gaz acido carbonico; la loro elettricità è media tra quella dello zinco, e del piombo. Nella terza havvi l'acido arsenioso, la di cui elettricità corrisponde a quella dello stagno. Si dovrebbero paragonare tra di loro l'acido nitrico, ed il gaz clorio, come pure l'acido idroclorico, il solforico, ed il gaz acido carbonico.

Si riconosce, che l'acido nitrico, ed il gaz clorio fra i corpi da me esaminati sono quelli, che hanno minore elettricità, poichè essa è inferiore a tutti i metalli.

ARTICOLO III.

Alcali, e terre.

Ho asserito nella *Memoria sul galvanismo*, che la potassa caustica (ossia l'ossido di potassio secondo Dawy) ed allo stato di perfetta solidità, è isolante ed inattiva rispetto al galvanismo; ma tostochè dal contatto dell'aria passa anche ad un leggier grado di deliquescenza, assume subito la qualità di motore, e servendosi della potassa in tale stato come armatura direttamente applicata alla parte animale messa in relazione con qualunque siasi metallo, ed anche colla piombaggine, fa sempre le veci di armatura positiva, ed il metallo di negativa; e ciò ne indica, che la potassa sul principio della sua deliquescenza ha una elettricità superiore a tutti i metalli: protraendosi più a lungo la deliquescenza, perde della propria elettricità, ed assume un grado di elettricità media tra quella dello stagno, e quella del ferro.

La soluzione di potassa nell'acqua distillata come venne da me esaminata, e che era leggermente carbonatata, avea un'elettricità eguale al rame, inferiore all'argento, e superiore al ferro. La stessa soluzione lasciata in contatto dell'aria per lo spazio di un giorno, e poscia esaminata, aveva un'elettricità uguale a quella dell'acqua semplice, che allora era simile al piombo.

Ho trovato, che l'ammoniaca leggermente carbonatata

aveva un' elettricità eguale alla piombaggine, e superiore all'oro; la stessa lasciata in contatto dell'aria per un giorno intiero, prese un' elettricità eguale allo stagno, mentre l'acqua avea un' elettricità eguale al piombo.

L'acqua, ed il latte di calce, che erano un poco carbonatati, esaminati nel tempo stesso, avevano un'elettricità uguale al rame, superiore al ferro, ed inferiore all' argento: essendo rimasti esposti all' aria, diventarono elettrici come l' acqua, la di cui elettricità era uguale al piombo.

Il cangiamento, a cui vanno soggetti alcuni liquidi rispetto all'elettricità dal loro contatto coll' aria ne dimostra, che i diversi risultati, che si ottengono ne' varj tempi esaminando l'elettricità dei liquidi, non si debbono attribuire a nissuna mutazione, a cui fu creduto andar soggetta la parte animale nelle diverse condizioni elettriche dell' atmosfera, come fu opposto ad Heidmann; ma bensì al cangiamento dell' elettricità per parte dei liquidi. Diffatti la rana presenta sempre risultati uniformi, e le contrazioni si ottengono sempre collo stesso ordine sotto qualunque siasi condizione elettrica dell' aria, quando si adoperano armature, la di cui elettricità non varia, ma è sempre la stessa, come sono i metalli, e gli acidi.

Le surriferite esperienze ne dimostrano, che l'elettricità degli alcali, e delle terre alcaline è positiva massima, quando essi esistono allo stato di purezza, e non si trovano carbonatati, ma che cangiasi notabilmente secondo

la diversa loro unione coll'acido carbonico, a segno anche di perdere totalmente la loro elettricità propria, e diventare elettrici come la semplice acqua. È perciò difficile di determinare il vero grado di elettricità propria degli alcali, e delle terre, perchè è difficile di ottenerle allo stato di purezza.

Paragonando gli acidi cogli alcali, e le terre, trovansi avere questi corpi uno stato di elettricità ben opposta; approssimandosi l' elettricità degli acidi a quella dei metalli, che sono i primi nella serie; mentre quella degli alcali si avvicina, o supera l' elettricità dei metalli, che sono gli ultimi nella serie rispetto all' elettricità.

Dal considerare la diversa natura, e grado di elettricità degli acidi, alcali, e terre, si comprende, e si spiega pur anco la grande affinità, che havvi tra questi corpi; ma dalle mie esperienze non pare dimostrata in tutta la sua estensione la proposizione di Dawy, cioè che tanto maggiore sarà l' affinità di due corpi quanto più diverso sarà il loro stato di elettricità. Secondo questa opinione la maggiore affinità degli alcali esser dovrebbe costantemente coll'acido nitrico, e gaz clorio, che sono le sostanze le più elettriche per difetto; eppure l' acido solforico, che ha un' elettricità maggiore dell' acido nitrico, e del gaz clorio, ha nel tempo stesso una maggiore affinità cogli alcali, e colle altre basi salificabili, superiore a quella dell'acido nitrico, e del gaz clorio.

ARTICOLO IV.

Sali.

I sali allo stato di cristallizzazione sono isolanti; affine però di esaminare l'elettricità delle sostanze saline ho disciolto varii sali nell'acqua distillata, ed ho scielto sali ad acidi, e basi diverse. I sali, che vennero da me esaminati, furono i solfati, nitrati, ed idroclorati di potassa, di magnesia, e di zinco: la soluzione venne fatta a piena saturazione; ed i sali erano perfettamente neutri. L' elettricità di queste soluzioni saline a basi, ed acidi diversi era in tutto ed in ogni circostanza perfettamente uguale a quella dell' acqua comune. Io ne deduco da ciò, che la soluzione di un sale neutro nell' acqua non cangia la propria elettricità, qualunque siasi la natura del sale: e questo concorda col sentimento di Gay-Lussac, il quale dice, che dall'unione di due corpi neutri, come nel nostro caso è l' acqua, ed il sale, non si ha cangiamento delle proprietà dei corpi.

Ogniqualvolta però il sale non è neutro, ma havvi un eccesso di acido, o di base, facendo una soluzione di esso nell' acqua, la sua elettricità viene cangiata, ed assume un' elettricità propria dell'acido, o della base, che si trova allo stato di libertà: così la soluzione di allume comune nell' acqua fa, che questa acquisti una elettricità propria dell' acido solforico; e la soluzione di sal di tartaro dà all' acqua l' elettricità propria della potassa.

Ball' osservazione che i sali neutri non cangiano l' elettricità dell' acqua, ed i sali non saturati danno all' acqua l'elettricità propria dell' acido, o della base che sovrabbonda, si dimostra, che il galvanismo ci può servire di un mezzo per riconoscere il punto di neutralizzazione dei sali, come pur anco l' eccesso della base e dell' acido.

ARTICOLO V.

Solfuri.

I solfuri solidi non sono motori, come ho di già asserito nella *Memoria sul galvanismo*; essi lo divengono, quando passano allo stato di deliquescenza, o si sciolgono nell' acqua. È pero difficile il costituire il grado di elettricità loro proprio, perchè cambiano assai spesso maniera di essere: in generale hanno essi un' elettricità positiva molto grande. Ho osservato, che la soluzione nell' acqua del solfuro di potassa, e di quello di calce aveva un'elettricità superiore al rame, ed inferiore all'argento, e conservarono il medesimo grado di elettricità anche il giorno dopo, sebbene fossero rimasti al contatto dell' aria continuamente.

Rimarrebbero ancora ad esaminare le diverse preparazioni del clorio, e del jodio, e di altri liquidi minerali poco comuni; ma non avendoli in pronto, non hanno potuto essere sottoposti alle mie esperienze. Spero però, che provveduto delle principali sostanze a tal fine dalla gen-

tilezza del signor Professore Michelotti, che me ne fece l'offerta graziosa, sarò in grado un giorno di applicar l'animo a siffatto lavoro.

Noterò qui, che per riconoscere l'elettricità propria di un liquido, quando questo per accidente abbia un'elettricità eguale a quella dell'acqua, devesi replicare l'esperimento in un altro tempo, in cui l'acqua abbia una elettricità diversa da quella di prima, e se l'elettricità del liquido si uniforma a quella dell'acqua, non ha elettricità a lui propria, ma è comune con quella dell'acqua; che se l'elettricità del liquido è costante sotto le mutazioni elettriche dell'acqua, allora quel liquido è dotato di una elettricità a lui propria.

Prima di terminare questa Memoria farò osservare quanto la mia maniera di operare sia comoda, pronta ed economica. Sogliono Berzelius, e Dawy sottomettere alla pila i corpi per riconoscere la loro elettricità dall'osservare a che polo essi si portano: una tal maniera è lunga ed incomoda, e ci indica solamente la natura relativa, e non il grado d'elettricità: col galvanismo si determina la vera natura, ed il grado di elettricità propria di qualunque sostanza dotata di proprietà galvanica: un piccolo pezzo di un solido, ed una goccia di un liquido bastano nella mia maniera di esperimentare. Secondo il metodo di Berzelius, e di Dawy si conosce l'elettricità dei soli corpi semplici; col galvanismo si conosce quella e dei semplici, e dei composti, purchè dotati della proprietà di motore del fluido galvanico.

Per riconoscere il grado di elettricità propria di qualunque corpo, dovrebbe prima essere determinata la natura, ed il grado di elettricità, che compete a qualunque metallo, poichè dal paragone, che si fa con essi, si giudica dell' elettricità dei diversi corpi.

Termino questa Memoria col distinguere in tre classi i liquidi minerali rispetto all' elettricità, in elettrici positivamente, elettrici negativamente, e semplici conduttori. Alla prima classe si riferiscono gli alcali, le terre, ed i solfuri; alla seconda gli acidi; alla terza l' acqua, e le varie soluzioni in essa, che non cangiano la sua elettricità, ma che si mettono costantemente in equilibrio coll' elettricità dell' aria, e che perciò si possono considerare come semplici conduttori dell' elettricità atmosferica.

MÉMOIRE

SUR

DES MACHOIRES ET DES DENTS DU MASTODONTE

DIT *MAMMOUTH*,

TROUVÉES FOSSILES EN PIÉMONT.

PAR M.r ÉTIENNE BORSON.

Lu à la séance du 5 février 1818.

IL y a près de cent ans qu'on découvrit les premiers ossemens fossiles, dont j'aurai l'honneur d'entretenir la Classe pour quelques momens, et qu'on s'occupe de l'animal auquel ces dépouilles ont appartenu. Ceux qu'on trouve le plus souvent sont les dents mâchelières. Leur grosseur vraiment monstrueuse, les pointes formidables qu'elles présentent, et la parfaite conservation de la plupart d'entr'elles, qui est due à l'épaisseur de l'émail dont elles sont recouvertes, ne pouvaient manquer de fixer l'attention des Naturalistes et d'exciter leur curiosité. Aussi voyons-nous que, depuis 1712, époque à laquelle les Transactions philosophiques de Londres donnent la première notion que l'on ait de ce genre curieux de fossile, jusqu'en

1812, où parut le bel ouvrage de M. le Chevalier Cuvier sur *les recherches des ossemens fossiles de quadrupèdes*, pendant tout cet espace de tems les Naturalistes se sont empressés de faire connaître, dans les Mémoires des Académies de l'Europe et de l'Amérique, beaucoup de parties fossiles plus ou moins bien conservées de l'animal dont il s'agit.

La première découverte se fit en 1705, à *Albany*, aujourd'hui État de *New-York* près de la rivière de *Hudson*. On y déterra des os et des dents d'un volume monstrueux, qu'on ne manqua pas d'attribuer à la race des géans dont parle la Bible (1).

Les premiers ossemens de cette sorte que l'on vit en France, datent de 1763. Ils venaient des bords de l'Ohio dans l'Amérique septentrionale; les bords de cette rivière en sont le dépôt le plus considérable, et de-là lui est venu le nom d'*animal de l'Ohio*, *éléphant*, *mammouth de l'Ohio*. Ce lieu porte le nom de *big-bone-strik*, ou *great-bone-lik*; il est situé à quatre mille de l'Ohio, à la gauche et au sud-est du fleuve, à trente-six milles au-dessus de l'embouchure de la rivière de *Kentockey*. C'est un lieu occupé par un marais d'eau salée, dont le fond est une mare soit vase noire, puante, et entourée de collines. C'est dans cette vase et aux bords du marais que l'on trouva ces ossemens, à quatre pieds tout au plus de

(1) Lib. Numer. cap. XIII v. 34, et alibi.

profondeur. On en a aussi déterré en d'autres endroits de l'Ohio, et dans toute l'Amérique septentrionale.

On a cru remarquer que les dépôts de ces fossiles n'outrepassaient pas une certaine limite. Suivant M. Jefferson, dans ses observations sur la Virginie, on en a trouvé sur une branche de la *Tenesia*, nommée *Nord-Holston*, derrière les *Allegannys* de la Caroline, par 36 degrés de latitude nord, dans des marais salés. Nous voyons dans les Transactions de la Société Américaine, qu'on en a rencontré à quatre ou cinq endroits de la Louisiane, à l'ouest du Mississipi, mais toujours dans des terreins d'alluvion. Quant à la limite au nord, on n'en a pas déterré plus haut que le 43 degré latit. du côté du lac *Érié*.

Une découverte récente mérite sa place dans cette notice. En octobre 1805, on découvrit à *Williambourg* en Virginie, à la profondeur de cinq pieds et demi, sur une base calcaire, assez d'ossemens pour en faire un squelette: mais ce qui rend cette découverte précieuse pour la connaissance de l'animal, c'est qu'au milieu de ces os on vit une masse à demi broyée de petites branches de gramens et de feuilles, parmi lesquelles on crut reconnaître une espèce de roseau commun aujourd'hui en Virginie. Le tout parut enveloppé dans une sorte de sac qu'on regarda comme l'estomac de l'animal. On ne douta pas non plus que ces matières ne fussent celles dont il avait fait sa nourriture.

C'était chose naturelle que les savans, lors de ces pre-

mières découvertes, fussent divisés entr'eux sur l'animal auquel des dents et des mâchoires aussi gigantesques avaient appartenu. Daubenton les attribua en partie à l'hippopotame (1). Buffon cependant dit que *tout porte à croire que cette ancienne espèce qu'on doit regarder comme la première et la plus grande de tous les animaux terrestres, n'a subsisté que dans les anciens tems, et n'est point parvenue jusqu'à nous* (2). Malgré cette assertion, qui pour lors était un premier pas fait vers la vérité, cet habile Naturaliste n'attribua à cet animal que les grosses dents postérieures, et l'hippopotame eut les moyennes et celles qu'on voit usées à demi.

William Hunter (3) était tombé, sur ce sujet, dans une erreur qui, dit M. Cuvier, fut ensuite suivie par tous les Naturalistes. Il croyait que le mammouth fossile ainsi nommé par les habitans de la Sibérie, où on supposait qu'il se trouvait, lequel appartient au genre de l'éléphant, était le même que notre animal d'Amérique ; et quoique Pallas eût démontré que l'animal appelé *mammouth* est un véritable éléphant, le plus grand nombre des Naturalistes Anglais et ceux des États-Unis ont cependant continué de nommer de ce nom l'animal dont il s'agit ; ils allaient même jusqu'à le croire carnivore. Cette source de confusion a donné origine aux opinions et aux récits les plus

(1) Hist. nat. in-4, XII pag. 75.

(2) Epoques de la nature.

(3) Philosophical Transactions. Tom. 58 pag. 42.

embrouillés, qui feraient de cet animal un être presque merveilleux.

Il était réservé à M. le Chevalier Cuvier de débrouiller le chaos qui obscurcissait l'histoire de notre quadrupède, comme il a fait avec tant de succès pour quantité d'autres ossemens fossiles qu'il a, pour ainsi dire, fait revivre, en assignant leurs places dans la nomenclature zoologique. Ce célèbre anatomiste et naturaliste tout à-la-fois, pour éviter tout équivoque, a fait disparaître le nom de *mammouth*, et en confirmant ce que Pallas avait déja démontré, que le quadrupède nommé de ce nom en Sibérie, appartient au genre *éléphant*, il a sagement proposé, pour l'animal fossile de l'Amérique septentrionale, le nom de *mastodonte* pris du grec, qui signifie dents mamelonnées, et désigne suffisamment son principal caractère tiré de la forme de ses dents; forme qui le distingue de l'éléphant, avec lequel il a d'ailleurs beaucoup d'analogie.

Au reste tout équivoque doit cesser à ce sujet, puisqu'en 1801 environ M. Peale fut assez heureux pour en rassembler les ossemens nécessaires et former deux squelettes. Ces pièces furent déterrées, partie en creusant une marnière dans le voisinage de *Newbourg* sur la rivière de *Hudson*, dans l'état de *New-York*, à soixante-sept milles de la capitale, partie dans un marais à ving-sept milles de la même rivière, et partie ailleurs. On peut dire que, excepté une portion supérieure du crâne, l'ostéologie du mastodonte est suffisament connue. L'un de ces squelettes

est placé au muséum de M. Peale, à Philadelphie, et l'autre se voit à Londres. M. Rembrant Peale fils en a donné une description dans une ouvrage anglais (1).

Au moment que j'écris ceci, les nouvelles publiques annoncent que le mastodonte de l'Ohio, dont on croyait la race entièrement détruite, vient d'être trouvé dans l'Amérique septentrionale, aux confins des États-Unis. La chose n'est pas impossible; mais il faut en attendre la confirmation, avec les éclaircissemens nécessaires de la part des journaux accrédités.

En comparant le squelette de notre quadrupède avec celui de l'éléphant, on voit que la taille du mastodonte, soit animal de l'Ohio, ressemblait assez à celle de l'éléphant; il était seulement un peu plus alongé, et avait des proportions plus lourdes. On a beaucoup exagéré au commencement de sa découverte sur sa grandeur; mais il n'y a pas de raison à croire qu'il ait atteint douze pieds de hauteur, et l'on sait, d'après M. Buffon, qu'il y a aux Indes des éléphans hauts de quinze à seize pieds.

On avait mis en doute, si le mastodonte avait des défenses comme l'éléphant. M. Peale a défini la question, en faisant voir un crâne encore pourvu des alvéoles dans lesquels les défenses étaient implantées. Il avait aussi très-

(1) *An account of the skeleton of the mammouth etc. London* 1802. Il y en a une autre édition fort augmentée : *An historical disquisition on the mammouth etc. London* 1803.

probablement une trompe pour saisir sa nourriture à terre, parce que, dit M. Cuvier, sa tête volumineuse chargée de dents épaisses, et de longues défenses qui en augmentaient encore le poids, éloignait le centre de gravité du point d'appui, raison qui a rendu le col de l'éléphant court. D'ailleurs ses jambes élevées l'auraient empêché d'atteindre jusqu'à terre, s'il n'avait pas été pourvu d'une trompe pour se nourrir.

Telle est en raccourci l'histoire du mastodonte, nouveau genre établi par M. Cuvier parmi les pachidermes. La différence qui règne parmi les ossemens fossiles, sur-tout parmi les dents de cet animal, a paru suffisante au célèbre Auteur qui a établi ce genre, et qui nous sert de guide, pour en former cinq espèces, dont la première est le grand mastodonte de l'Ohio, très-fréquent à l'état fossile dans l'Amérique septentrionale, et jusqu'ici fort rare par-tout ailleurs, dont nous venons de parler.

La seconde espèce est celle dite de Simorre et d'autres pays, à dents étroites (1).

La troisième est celle à petites dents, petit mastodonte.

La quatrième, celle à dents carrées, mastodonte des Cordelières.

La cinquième enfin et la plus petite, est le mastodonte Humboldien (2).

---

(1) Simorre, petite ville du département du Gers.

(2) Cuvier, recherches sur les ossemens fossiles de quadrupèdes. Tom. III pag. 12.

Les deux dents qui font le sujet de cette notice, appartiennent évidemment à la mâchoire inférieure, et sont de la seconde espèce du mastodonte dite de Simorre, parcequ'elle fut trouvée la première fois dans cette petite ville, devenue célèbre par les turquoises que Reaumur y découvrit en 1715, et qu'il démontra devoir leur origine à ces ossemens.

Les caractères qui distinguent cette espèce, sont les suivans (1). Les cônes de leurs couronnes ont des sillons plus ou moins profonds : quelquefois ils finissent par plusieurs pointes accompagnées d'autres plus petites rangées sur leur côté ou dans leurs intervalles, d'où il résulte que la mastication produit d'abord sur cette couronne plusieurs petits cercles et ensuite des trèfles ou figures à trois lobes, mais jamais des losanges (2) qui appartiennent à la première espèce. La dent antérieure devra avoir quatre pointes, et les suivantes six ou douze (3).

Chacune des molaires implantées dans les deux portions de mâchoires qui appartiennent à ce Muséum d'histoire naturelle, a les caractères indiqués fig. 1, 2. Elles ont quatre paires de pointes coniques. Les pointes de la série qui regarde le déhors de la bouche, sont usées et trilobées ; celles qui regardent l'intérieur le sont moins : ce

(1) Cuvier, loc. cit. pag. 21.

(2) Ibid. pag. 8.

(3) Anatomie comparée, 1805. Tom. III pag. 166.

serait le contraire pour la dent qui lui correspondrait à la mâchoire supérieure (2). Les pointes antérieures sont plus grosses et plus fortes : les deux postérieures le sont moins, et commencent à peine à s'user. A chacune des pointes est attachée et presque anastomosée une autre plus petite, qui obstrue en quelque façon le vallon transversal, étant placée entre une paire de pointes et la suivante. Les postérieures légèrement sillonnées ont sur le derrière dans chacune des dents un talon, c'est-à-dire un amas de petits cônes dont un est plus long (2). Les pointes coniques des deux séries convergent vers une ligne qui serait au milieu d'elles. La portion de mâchoire du côté droit a la première paire de pointes et la troisième brisées (fig. 2), ce qui laisse appercevoir un émail bleuâtre, fort dur, de l'épaisseur de presque deux lignes, qui, en recouvrant ces dents, les a garanties contre tout agent extérieur qui les aurait pu détruire.

La fig. 3 montre la parfaite uniformité qui règne dans deux portions de mâchoires quant au nombre, à la forme, et à la position des pointes de chacune des dents, et on peut presque dire qu'elles font partie de la même mâchoire inférieure.

On peut encore remarquer sur les fig. 1, 2, que le contour inférieur est moins rectiligne, et que la surface

(1) Cuvier, loc. cit. pag. 8.

(2) Ibid. pag. 7, 9.

externe de notre mâchoire est plus convexe que dans le mastodonte de l'Ohio ; ce qui est encore une différence qui les distingue.

Les dimensions de la portion à gauche sont les suivantes :

	mètres
Longueur totale	0,216
Hauteur, y compris la molaire	0,162
Longueur de la molaire	0,103
Hauteur de la pointe postérieure demeurée intacte	0,051
Largeur de la molaire prise à sa base	0,058

Celles de la portion à la droite sont comme ci-après :

Longueur totale	0,297
Hauteur, y compris la molaire	0,175
Longueur de la molaire	0,103
Sa largeur	0,058

Ces deux pièces pèsent ensemble près de onze kilogrammes.

La partie osseuse des dents brisées est pénétrée d'un oxide de fer, couleur de bistre, et entre celui-ci et l'émail se trouve une légère couche blanche d'une sorte de litomarge qui adhère à la langue beaucoup plus fortement que le reste. La partie osseuse de la mâchoire qui s'exfolie avec facilité, s'attache aussi à la langue, comme fait l'ivoire fossile. Au reste la terre ocreuse jaunâtre et blanchâtre en quelques endroits, dont elles sont pénétrées,

les petits cailloux siliceux qui y sont attachés, prouvent assez le long séjour de ces ossemens dans le sein de la terre.

Ces dents ont été déterrées dans la province d'Asti : je ne puis en préciser le lieu. Elles fesaient partie du muséum de l'Université Royale, dont les fondemens furent posés par le célèbre Donati environ l'an 1760, et qui en 1801 fut réuni à la collection de minéralogie que l'Académie des sciences formait alors au local actuel.

Dans la même province, au lieu dit *Castelnovo-Calcea*, on a trouvé deux autres molaires de la même espèce du mastodonte, que M. l'Abbé Sotteri, Professeur émérite du collége d'Asti, a bien voulu laisser à ce Muséum. Elles ont en longueur 0,139, en largeur 0,060, et leur hauteur, depuis le collet de la couronne jusqu'au sommet de la pointe, est 0,054 (fig. 4). Elles ont quatre paires de pointes coniques inclinées, qui convergent vers la ligne du milieu. Des pointes plus petites adhèrent aux plus grandes, et interceptent les vallons transversaux. De plus, à une extrémité chacune a un talon de deux pointes plus petites et de trois à l'autre bout. Nul émail ne recouvre ces dents : aussi sont-elles en partie, et sur-tout dans les intervalles, recouvertes d'oxide de fer jaune. Elles n'ont point encore poussé de racines, et le collet de la couronne fait tout autour un léger repli en dedans : il semble même y voir un commencement d'émail qui s'y forme. La cavité intérieure absolument vide jusqu'à la base même

des pointes coniques, est recouverte d'oxide de fer d'un beau jaune.

Ces dents appartiennent probablement à la même mâchoire, car elles sont semblables en tout; l'une est de gauche et l'autre de droite : elles peuvent se rapporter à celle de Trévoux (1), avec la différence cependant qu'elles sont un peu plus petites, et qu'elles n'ont que quatre paires de pointes non encore développées. Ce seront donc deux germes des premières dents de molaires encore intacts, sans racines, et qui n'étaient pas encore sortis de l'alvéole. Du reste, elles sont semblables à celles de Simorre (2). La province d'Asti, si fertile en testacées marins, a déja fourni deux autres dents de la même espèce : l'une appartenant à M. Deluc de Genève (3); elle est assez semblable à la nôtre, avec quatre paires de pointes brisées. L'autre est à M. le Marquis d'Incisa : elle fut trouvée à la *Rocchetta di Tanaro* près d'Asti. Elle a cinq paires de pointes (4), auxquelles la mastication a émoussé les bords, et comme la nôtre, elles a de petites pointes dans les intervalles des grandes.

Le docteur Baldassari en trouva une en Toscane, qui a beaucoup de rapport avec la nôtre (5). Elle consiste en

(1) Cuvier, loc. cit. pag. 9.
(2) Ibid. pl. III fig. 1 pag. 10.
(3) Ibid. pl. II fig. 7.
(4) Ibid. pl. IV fig. 1.
(5) Atti dell' Accademia di Siena. Tom. III pag. 243.

deux portions de mâchoire inférieure, qui ensemble pèsent 148 livres de Toscane. La portion de la droite a en longueur 0,548 ; sa hauteur prise à la sommité de la dent postérieure, est 0,087. Dans chacune sont deux molaires à trois pointes coniques, et la nôtre n'a qu'une dent à quatre paires de pointes. Voilà l'unique différence essentielle qu'il y ait entr'elles. D'ailleurs les pointes sont de même forme et de même hauteur dans les unes et dans les autres, et de petits cailloux adhèrent à la partie osseuse de la mâchoire de M. Baldassari, comme dans la nôtre.

On la trouva ensevelie dans un terrain qu'on remuait aux environs du mont *Fullonico*, territoire de Siene, non loin de *Montepulciano*, et sans nous donner précisément la nature de ce terrain, le docteur Baldassari observe qu'il était plein de fossiles marins, autre ressemblance avec le territoire de l'Astesan.

M. Brocchi, inspecteur des minières, dans son ouvrage sur les coquillages fossiles (1) rapporte plusieurs endroits d'Italie, où l'on a trouvé des ossemens du genre mastodonte, et principalement les dents. Mais il n'est pas entré dans les détails et les éclaircissemens nécessaires à nous faire connaître l'espèce à laquelle ces dépouilles appartenaient. C'est ainsi qu'il cite, d'après Soldani, une mâ-

(1) Conchiliologia fossile subappennina. Milano 1814, 2 vol. in 4. Tom. 1 pag. 187.

choire avec onze dents fort semblables à celle de Baldassari. M. Brochi regrette avec raison que Soldani n'ait pas distingué la dent d'avec les pointes dont elle est armée, dans ces sortes de fossiles. Le même Auteur cite encore une défense (*zanna*) qui a été déterrée à Orciano près de Sinigaglia, de trois pieds huit pouces de long, qu'il attribue au mastodonte d'Amérique décrit par Peales. Il en cite encore une de Lamporeccio, territoire de Pistoja, avec un fémur qu'il a quelques raisons d'assigner au même quadrupède.

D'autres pays que le Piémont et la Toscane ont fourni des dépouilles de la même seconde espèce de mastodonte. On en a pris à Simorre, comme nous avons dit; à Sort près de Dax, département des Landes; MM. Dombey et Humbold en ont rapporté du *camp des géans* au Pérou. Il faut remarquer que ce dernier lieu de l'Amérique méridionale est élevé de 1300 toises au-dessus du niveau de la mer.

Parmi les dents encore implantées dans l'os de la mâchoire, on n'en connaît qu'un petit nombre de la mâchoire inférieure qui soit rapporté dans l'ouvrage de l'illustre M. Cuvier, qui de tous les savans est peut-être le seul que ses lumières et la favorable position où il s'est trouvé, aient mis dans le cas de voir, si non tout, certainement la plus grande partie de ce qui existe dans les cabinets sur cette matière. Je trouve,

1.° La mâchoire inférieure que Dombey a rapportée

du Pérou (1), qui finissant en pointe sur le devant, comme dans l'éléphant, montre que cette espèce n'avait ni canines, ni incisives en bas. Elle contient deux dents (2). La postérieure avait cinq paires de pointes. Ensuite notre Auteur supplée à celle qui manquait en avant par une autre dent à six pointes, qui diffère de la première qui était mutilée et usée, en ce qu'elle n'a pas de talon.

2.° La mâchoire déja citée de Baldassari, que la figure gravée nous montre contenir deux dents chacune à trois pointes, et que M. Cuvier (pag. 8) donne pour une dent à six pointes. L'erreur sera probablement dans la gravure qui l'aura mal rendue.

3.° Celle que M. Joseph Monti a trouvée dans le territoire de Bologne, dont il a donné un petit ouvrage (3), et qu'il a prise pour une portion de la tête du morse, n'a pas paru à M. Cuvier assez clairement gravée et désignée pour pouvoir en tirer un résultat certain.

Finalement au nombre des mâchoires inférieures connues de cette seconde espèce de mastodonte, nous devons compter celle-ci qu'a fournie l'Astesane. On voit qu'elle a une dent à quatre paires de pointes, avec un talon bien marqué. On ne peut croire qu'au lieu où le fragment se

---

(1) Cuvier pl. III fig. 4.

(2) Ibid. pag. 7, 8.

(3) *De monumento diluviano nuper in agro Bononiensi detecto. Bononiae* 1709 *in* 4.

trouve rompu (fig. 3 *a a*) il y eût une dent postérieure. La rentrée que fait à ce point la partie osseuse de la mâchoire qui se porte sur le derrière du talon, ne permet pas de le supposer ; car dans ce cas, si elle y existait, elle se trouverait séparée de sa précédente, et ne suivrait pas sa direction. Dans la portion de gauche (fig. 3), où la dent est dans tout son entier, on ne voit aucune trace qu'elle fut précédée d'une autre sur le devant.

Nous paraissons donc autorisés à dire que cette dent appartenait à un jeune individu, puisqu'elle n'avait encore que quatre paires de pointes, ce que confirment le proportions dans les mesures de cette dent comparées à celles du n.° 1 du Pérou : et que cet individu étant plus avancé en âge, le nombre des pointes se serait accru dans la dent qui serait venue en remplacement : *car ces dents, comme pour l'éléphant, poussant d'arrière en avant, présentaient d'autant plus de paires de pointes, qu'elles étaient d'un animal plus agé* (1).

Il est vraisemblable, si l'on en juge par analogie, que cette seconde espèce de mastodonte, dite de moyenne taille et à dents étroites, ainsi que la troisième et la quatrième, dont jusqu'ici nous ne connaissons aucun vestige en Piémont, avaient la tête armée de défenses, comme la première grande espèce de l'Ohio. Daubenton dit que parmi

(1) Le règne animal distribué d'après son organisation. 1817. Tom. 1 pag. 233.

les turquoises prises à Simorre il s'est aussi trouvé de l'ivoire. Ce n'est encore là qu'une conjecture, et elle restera telle jusqu'à ce qu'on découvre une défense ou son alvéole uni à la mâchoire.

Il paraît que le gisement de notre espèce de fossile est plus souvent dans des terreins remplis de dépouilles marines que celui de la première espèce de l'Ohio. La chose n'est pas douteuse pour le Piémont et la Toscane. Quant à ceux de Simorre, Réaumur, sans nous dire précisément la nature du terrein dans lequel ces ossemens se trouvaient, dit seulement qu'ils étaient enfouis dans une terre blanchâtre, encroûtés et recouverts de sable fin gris, et mêlés de petites pierres (1). Les dents de Dax étaient dans une couche absolument marine, et dans laquelle on déterra des mâchoires appartenant à une espèce de dauphin. La dent de Trévoux fut de même prise dans du sable entassé. Finalement nous avons observé ci-dessus qu'en Amérique ces ossemens sont ensevelis dans un terrain dit *le camp des géans*, qui se trouve à une élévation fort considérable au-dessus du niveau de la mer. Toutefois cependant ils sont là comme ailleurs, dans des terrains meubles et à une petite profondeur au-dessous de la surface de la terre.

(1) Acad. des sciences, 1715.

Fig. 1.

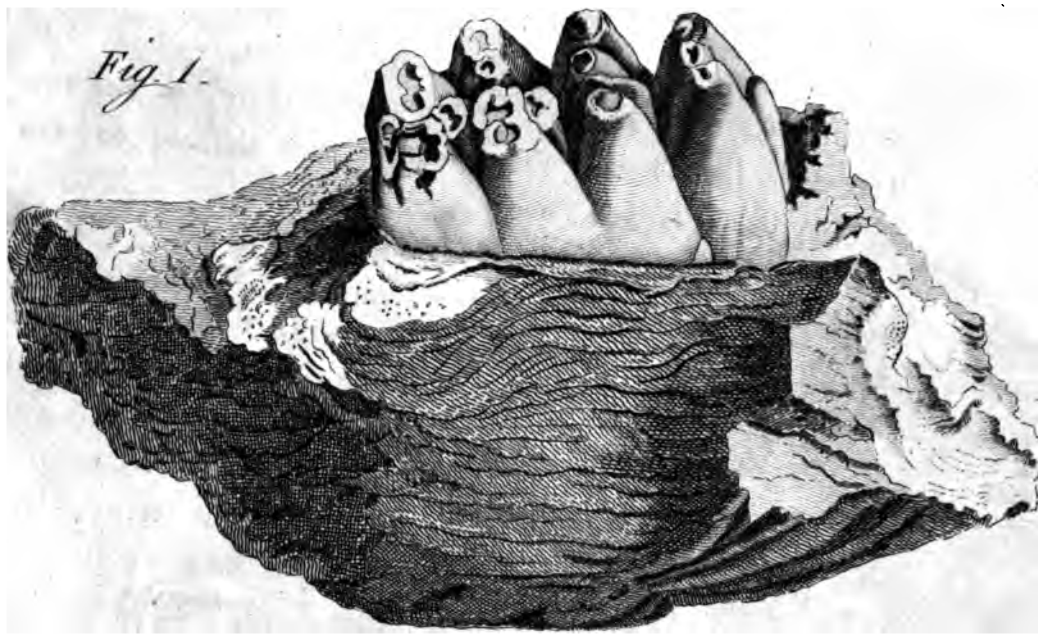


Fig. 2.

dessiné par Bouson

Gravé par Chianale

Fig. 3.

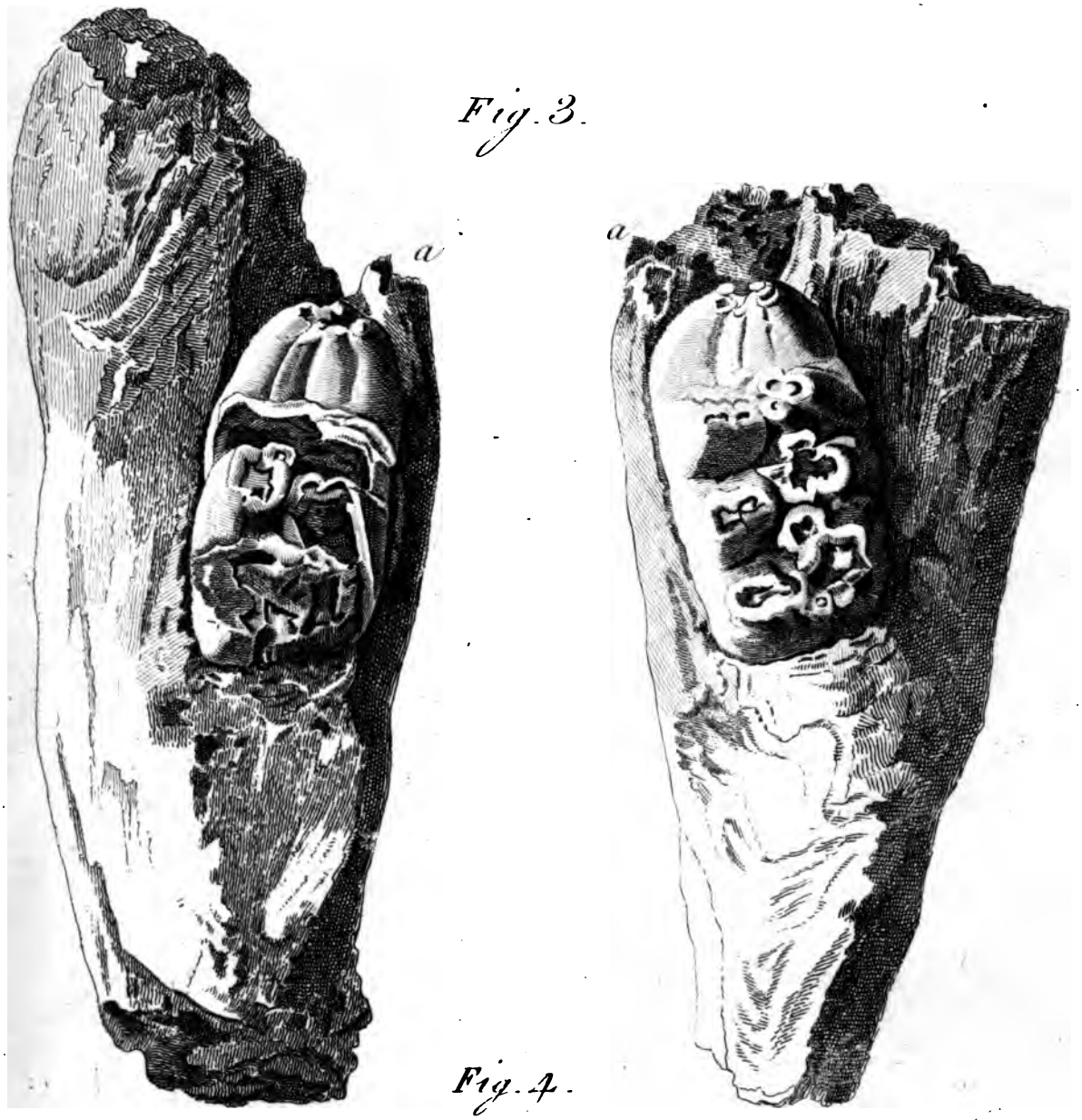


Fig. 4.

OBSERVATIONS

SUR

LES AILES DES HYMÉNOPTÈRES.

PAR M.r LE DOCTEUR JURINE.

Lues à la séance du 19 février 1818.

SI le mérite d'une dissertation était en rapport avec le volume de l'objet qu'on y traite, je ne pourrais pas me flatter d'exciter un grand intérêt, puisque celle-ci ne s'étendra pas au-delà du thorax et de l'aîle d'une mouche. Heureusement qu'il n'en est pas toujours ainsi; ce qui me fait croire qu'à mesure qu'on pénétrera avec moi dans l'organisation de ces parties, on sera forcé de convenir avec Charles Bonnet, mon illustre compatriote, que c'est bien la même main qui a crayonné l'homme et la mouche, ou en d'autres termes, que les ouvrages du Créateur, même les plus simples en apparence, sont une merveille aux yeux de celui qui s'applique à les connaître.

Je me propose dans cette dissertation de jeter un coup-d'œil rapide sur les rapports qui existent entre les aîles des oiseaux et celles des Hyménoptères, de décrire ensuite

le thorax de ces insectes, de développer l'organisation des muscles qui y sont renfermés, de faire connaître la structure des aîles propres à cette classe d'animaux, et de terminer ce Mémoire par l'examen de l'articulation de ces aîles avec la poitrine.

Combien je regrette de n'avoir pas été doué des talens nécessaires pour parvenir à être le confident intime de la nature, ou pour savoir lui arracher ses secrets! Quand je lis les ouvrages des Swammerdam, des Leuwenhock, des Réaumur, et ceux de tant d'autres Naturalistes célèbres encore existans; mais sur-tout quand je considère l'admirable autant qu'inimitable travail de Lyonet, le scalpel me tombe des mains, et ce n'est qu'avec peine que je me détermine à le reprendre, pour acquitter une partie de ma dette envers cette Société qui m'a fait l'honneur de m'agréger au nombre de ses Correspondans.

OBSERVATIONS

SUR LES AILES DES INSECTES HYMÉNOPTÈRES.

Dans l'ouvrage que j'ai publié, il y a quelques années, sous le titre de *Nouvelle manière de classer les Hyménoptères etc.*, je comparais les deux os qui forment la nervure antérieure de la grande aîle de ces insectes, à ceux qu'on trouve à l'avant-bras des autres animaux. Cette comparaison dut paraître singulière; mais ne pouvant pas alors

développer les motifs qui m'avaient engagé à la faire, je me réservai de prouver, dans un Mémoire particulier, toute sa justesse, et c'est ce que je fais maintenant.

Les insectes qui ont quatre aîles nues plus ou moins garnies de nervures, et dont les femelles portent au bout du ventre une tarière ou un aiguillon, appartiennent à la nombreuse classe des Hyménoptères.

La structure des aîles de ces insectes, leur articulation, et les muscles qui les font mouvoir, sont encore, pour l'histoire naturelle, des objets presqu'entièrement inconnus. Swammerdam est le seul, à ma connaissance, qui ait parlé de l'organisation de ses parties, et ce qu'il nous en a transmis, n'est qu'une bien faible esquisse de ce qui existe réellement; encore n'est-elle pas exempte d'erreurs.

Pour peu qu'on réfléchisse sur les aîles des Hyménoptères, sur la place qu'elles occupent, sur la puissance des muscles qui les font agir, et sur leurs usages, on est frappé des rapports qui ont lieu entr'elles et celles des oiseaux. Guidé par cette analogie, je me suis déterminé à assigner un nom aux diverses parties de ces aîles qui n'en avoient encore aucun, en l'empruntant des os des oiseaux, auxquels je les ai assimilées; de sorte qu'il ne faudra pas être surpris de m'entendre dire, dans la suite de ce Mémoire, le bras, l'avant-bras, l'épaule d'une mouche, et de me voir transmettre, de cette manière, l'image d'un corps dont les usages sont connus, beaucoup plus rapidement que je n'aurais pu le faire, en employant des phrases ou des dénominations nouvelles.

Si cette comparaison entre les aîles des Hyménoptères et celles des oiseaux paraissait au premier apperçu inadmissible, je prierais de faire abstraction du volume, et de l'organisation des parties qui constituent ces deux espèces d'aîles, pour ne considérer que leurs usages; et si le nombre des aîles des Hyménoptères paraissait un motif suffisant pour faire repousser toute comparaison, je dirais que les Anatomistes accordent aux oiseaux trois aîles de chaque côté, considérant l'appendice qui est au bout de l'aîle, laquelle n'est composée que de quatre à cinq plumes, comme l'aîle secondaire extérieure, appelant fausse aîle intérieure cette partie interne de l'aîle qui porte un rang de plumes ordinairement blanches; j'ajouterais à cela que lorsqu'un insecte vole, ses deux aîles sont tellement unies, qu'elles ne constituent qu'une seule et même voile, come celle des oiseaux.

Les Hyménoptères ont, comme beaucoup d'autres insectes étrangers à cette classe, leurs os à la surface de leur corps, en guise de cuirasse; de sorte que c'est sous cette cuirasse qu'il faut chercher des organes, dont l'extrême délicatesse ne leur permet pas d'être mis impunément en contact avec l'air extérieur; mais comme cette armure n'a pas d'ouverture, il faut nécessairement la rompre ou la séparer pour voir les parties qui y sont contenues. Avant que d'en venir là, examinons d'abord avec soins cette partie du squelette qui constitue la poitrine, et à laquelle les aîles paraissent fixées, puisque cet exa-

men nous conduira insensiblement à la connaissance de leur mutuelle articulation.

Si l'on ne considérait que superficiellement la poitrine d'une mouche à quatre aîles, on la croirait faite d'une seule pièce osseuse avec laquelle les aîles s'articulent, et l'on serait bien éloigné de soupçonner l'art avec lequel Celui qui n'a pas dédaigné de créer ces petits animaux, a arrangé toutes ces parties pour leur faire atteindre le but qu'il s'était proposé.

Au lieu de cinq pièces osseuses qu'on avait jusqu'à-présent reconnues dans le thorax des Hyménoptères, j'en ai trouvé trente-six, toutes réunies par un tissu membraneux, ferme et élastique, mais dont neuf sont plus apparentes que les autres.

La première de ces pièces thoraciques, que je nommerai *le cou*, a une figure très-irrégulière; en devant, elle se prolonge un peu pour prêter un appui à la tête; en dessus elle est profondément échancrée pour laisser passer les organes qui viennent de la bouche, et les muscles qui meuvent la tête, et postérieurement on y remarque deux cavités où s'implantent les muscles de la première paire de pattes, laquelle est articulée avec cet os.

La seconde pièce osseuse du thorax est un anneau situé immédiatement derrière le cou, auquel on a donné le nom de *corselet*. Cet anneau, souvent plus large supérieurement qu'inférieurement, fournit de chaque côté un prolongement qui a, dans une portion de son bord, une fort petite

échancrure, laquelle coopère avec celle d'un autre os à la formation des stigmates antérieurs placés de cette manière, un peu au-dessous de l'insertion de la grande aîle.

La cavité supérieure de la poitrine est fermée par la troisième pièce osseuse, qui est une grande lame ronde ou ovale, que j'appellerai *plaque thoracique*; cette plaque repose en devant sur le corselet, latéralement sur la base des aîles, et en arrière sur l'écusson supérieur. Elle est un peu convexe en déhors, concave en dedans, tantôt lisse, tantôt chagrinée, tantôt velue à sa surface externe.

Telle est la figure de cette plaque chez les Hyménoptères dont le ventre est pétiolé; mais chez ceux qui l'ont sessile, il en est autrement. Aux mouches à scie, par exemple, l'extérieur de cette plaque a quatre sillons assez profonds, qui la partagent en quatre parties à-peu-près égales, et produisent dans sa face interne quatre lignes saillantes, exactement correspondantes aux sillons. Aux *Sirex* la même chose a lieu, mais d'une manière un peu différente. On ne peut attribuer ces impressions et leurs modifications qu'à la disposition primitive et à l'action d'une grosse masse charnue située dans la poitrine, et très-adhérente à cette plaque. Or il paraît évident que, dans ce cas, la substance osseuse s'est moulée sur les interstices de la masse charnue, et que celle-ci a pu étendre ses effets jusqu'à la face externe de l'os, pour la sillonner aussi profondément; ce qui prouve évidemment l'influence des parties molles sur la figure des os chez ces insectes,

lors même que ces os ne sont en contact avec elles que par une de leurs surfaces (1).

La quatrième et la cinquième pièces thoraciques sont fort petites, et semblent n'être qu'additionnelles aux autres os de la poitrine ; on les a nommées *cuillerons*, dénomination tirée de la figure de ces os, plutôt que de leurs usages ; en effet, le cuilleron n'est qu'une languette osseuse, mobile, convexe en dehors, concave en dedans, qui recouvre la base de la grande aîle, en s'appuyant sur elle, pour en brider les mouvemens, de sorte qu'elle opère comme une véritable clavicule. Si l'on soulève ce cuilleron en le renversant sur la plaque thoracique, seul mouvement qu'on puisse leur faire exécuter, on découvre alors dans sa concavité un ligament très-fort qui s'y implante, qui tient d'un côté à la plaque thoracique, et de l'autre va se terminer à l'osselet le plus antérieur de l'aîle.

---

(1) Une chenille de la *Tenthredo femorata* s'est renfermée, au milieu d'octobre, dans un cocon jaune et presque transparent. Environ un mois après, on coupa la partie supérieure de ce cocon pour voir s'il y avait une chrysalide, mais on n'en trouva aucune : seulement le corps de la chenille s'était ratatiné, et avait diminué de près de moitié de sa longueur primitive. Au milieu de mai suivant, la tenthrède sortit de la peau de sa chenille, mais entièrement blanche, et resta immobile durant quatorze jours ; au quinzième elle parut totalement noire, et volait avec rapidité contre les parois de la boite qui la renfermait.

Ne peut-on pas inférer de cette observation que les os de ces petits animaux restent long-tems dans un état de mollesse, ce qui permet aux muscles de réagir sur eux, et de leur imprimer des inégalités particulières dépendantes de la direction des faisceaux musculaires qui s'y attachent?

de trois ouvertures. Les deux latérales donnent passage aux muscles des hanches de la dernière paire de pattes, et par celle du centre sortent les organes qui du thorax vont se rendre dans le ventre, lequel adhère lui-même par une membrane autour de cette ouverture. C'est dans cette pièce osseuse que sont situés les deux stigmates postérieurs, qui ne s'annoncent que par une fente, dont les lèvres semblent se toucher, et qu'on voit au-dessus des pattes postérieures.

Le *sternum* placé dans la partie la plus basse de cette cavité constitue la neuvième ou la dernière pièce osseuse de la poitrine; sa forme a quelque ressemblance avec celle d'un fer à cheval dont les extrémités seraient relevées. Cet os est uni par son bord antérieur à la partie inférieure du corselet, et forment ensemble les stigmates antérieurs; par le bord postérieur il est joint au métathorax; sur les extrémités repose la base des ailes, et dans les côtés il y a deux ouvertures par où sortent les muscles qui vont à la paire de pattes intermédiaires. Dans le milieu de la face interne on remarque une arcade osseuse qui se termine latéralement par deux espèces d'apophyses, entre lesquelles passent des organes qui ont besoin d'être protégés contre toute pression musculaire (1).

Maintenant que les pièces essentielles qui composent la

(1) Voyez la pl. I.

charpente osseuse de la poitrine sont connues, de même que les rapports qui existent entr'elles, examinons les cavités résultantes de leur assemblage, et les parties qui y sont contenues, en nous bornant néanmoins à l'examen de celles qui se rapportent au sujet qui nous occupe.

Pour pénétrer dans la cavité thorachique, sans s'exposer à en dénaturer les organes qu'elle renferme, il faut enlever la plaque supérieure, en la séparant adroitement de ces adhérences membraneuses. Immédiatement sous cette plaque on trouvera des chairs qui y tiennent fortement, et dont on se débarassera cependant d'autant plus aisément, qu'elles auront été plus desséchées. Après cette opération, on découvrira, dans la partie inférieure de la poitrine, quatre cavités à-peu-près d'égale grandeur, les quelles ont pour centre de réunion l'arcade osseuse dont je viens de parler. De ces cavités, l'antérieure répond à la tête, la postérieure au métathorax, et les latérales aux ailes (1). Dans la cavité postérieure, on voit un os très-mince et assez grand, de couleur plus ou moins cornée, dont les extrémités se portent en avant jusqu'à la base des grandes ailes avec lesquelles elles s'articulent, le corps a une grande surface de haut en bas, mais les bords de la face postérieure présentent quelque différence, le supérieur étant dentelé, et l'inférieur cannelé (2). Cet os, qu'on ne

(1) Voyez pl. I.

(2) Voyez pl. II fig. 2.

peut voir dans toute son étendue, qu'après avoir enlevé les écussons dont il suit la courbure sans y adhérer, joue un rôle bien important dans les mouvemens qu'exécutent les ailes, quoiqu'il ne soit maintenu en place que par les muscles qui s'y implantent, et par son articulation avec un os particulier que je vais faire connaître.

La face interne de chaque extrémité de l'*os corné* s'articule avec le bout d'un os long, presque cylindrique, renflé aux deux bouts, et ressemblant parfaitement à l'*humérus* (1). Cette articulation se fait sous un angle aigu, de sorte que la portion libre de l'humérus se porte en arrière, où elle reçoit à son extrémité le tendon d'un muscle qui se dirige de haut en bas, et qui va implanter ses fibres épanouies au bord externe de l'arcade osseuse, laquelle sépare les cavités thorachiques.

Ces deux os que je considère, soit à cause de leur forme, soit à cause de leurs fonctions, comme les bras des Hyménoptères, sont donc articulés par leur grosse tête avec chaque extrémité de l'os corné, mais en outre cette tête a une facette particulière au moyen de laquelle elle s'unit avec un des osselets qui appartiennent aux grandes ailes, articulation dont je parlerai dans la suite.

Pour peu qu'on réfléchisse sur la forme et le peu d'épaisseur de l'os corné, sur la place qu'il occupe dans la

(1) Voyez la pl. I et la pl. II fig. a.

cavité thorachique, sur son articulation avec les deux *humérus*, et enfin sur ses attaches absolument musculaires, il est impossible de ne pas les envisager comme deux omoplates réunies l'une à l'autre, réunion qui devenait indispensable chez ces animaux, pour égaliser les mouvemens de leurs deux ailes antérieures, et les rendre symétriques en les soumettant à l'action d'un seul os; ce qui n'aurait pas eu lieu d'une manière aussi exacte, si cet os eût été séparé en deux parties.

Lorsqu'on a enlevé à un Hyménoptère, récemment tué, la plaque thorachique, on voit l'intérieur de la poitrine rempli d'une substance charnue d'un jaune rougeâtre, composée de fibres très-distinctes, qui supérieurement s'implantent à toute cette plaque thorachique, inférieurement dans les cavités latérales de la poitrine, et postérieurement à l'os corné (1). On remarque de plus que cette masse charnue n'est composée que de trois gros faisceaux de fibres; dont deux sont latéraux et le troisième intermédiaire. Les fibres des deux faisceaux latéraux ont une direction verticale; elles s'attachent supérieurement aux deux côtés de la plaque thorachique, et inférieurement à la partie externe des deux cavités latérales de la poitrine, au lieu que celles du faisceau intermédiaire s'implantent toutes dans la face concave du corps de l'os corné; de-là

(1) Voyez la pl. II fig. 1 et 2.

elles se portent en devant, en s'élevant un peu, pour venir gagner la partie moyenne de la plaque thorachique, où elles s'y fixent successivement, depuis la partie de cet os qui touche à l'écusson, jusqu'à celle qui repose sur le corselet, sans fournir dans leur trajet aucun prolongement aux parties voisines dont elles sont nettement séparés.

Quand on a ôté la plaque thorachique et brisé les écussons, on peut alors soulever l'os corné avec facilité, le porter en avant et entraîner ainsi tout le faisceau de fibres intermédiaires, ce qui permet de voir distinctement la place qu'occupent les faisceaux latéraux.

Les fibres qui composent la masse charnue pectorale, sont assez grosses pour pouvoir être distinguées à la simple vue dans des insectes de moyenne grandeur; elles sont cylindriques, peu adhérentes entr'elles, et leur insertion aux os ne s'opère ni par des tendons, ni par des aponévroses; elle est directe et immédiate.

Si l'on expose au foyer du microscope une lame mince de ces fibres, on observe que chacune d'elles est composée d'une grande quantité de fibrilles longitudinales, entre lesquelles il y a des espèces de tubes, assez semblables à ceux des fleurs infundibuliformes, plus ou moins longs, plus ou moins opaques, et qui pénètrent transversalement les fibres (1). De l'orifice de ces tubes sort un bouquet

(1) Voyez la planche III fig. 1.

de petits vaisseaux qui se ramifient en deux, trois ou quatre tiges. Ces petits vaisseaux par leur organisation ne m'ont pas paru être des trachées ; mais j'ignore ce qu'ils sont.

Je ne pouvais pas hésiter à croire que cette masse charnue ne fut un gros muscle ; en effet, sa division en faisceaux, sa position, la manière dont ses fibres se prononçaient, tout m'invitait à adopter cette idée. Cependant il me restait encore des doutes qui ne pouvaient être dissipés que par la comparaison de cette partie avec les autres muscles du corps de l'insecte ; en conséquence je disséquai ceux de la cuisse d'une grosse abeille perce-bois, *Xylocopa violacea*, et les ayant soumis au microscope, je fus très-surpris en y voyant une organisation tout-à-fait différente. Ces muscles étaient composés d'un nombre infini de petites fibres blanchâtres, cylindriques, striées transversalement, et peu adhérentes les unes aux autres : entr'elles serpentaient de petits vaisseaux que je reconnus manifestement pour des trachées par les spirales qu'elles présentaient dans l'endroit où elles avaient été déchirées (1).

Pour constater la muscularité des parties que j'avais sous les yeux, muscularité qu'on ne pouvait guères présumer sur leur apparence, il me restait à les voir se contracter. Ce fut dans cette intention que j'arrachai à une guêpe la patte pour la placer sous le microscope, et j'eus

(1) Voyez la pl. VI.

la satisfaction de voir un grand nombre de ces fibrilles se contracter. Leur mouvement était faible, ondulatoire, et leur raccourcissement ou leur alongement peu sensibles. Comme ces fibrilles étaient assez séparées en quelques endroits, je pus calculer le degré d'irritabilité de chacune d'elles, et je remarquai que, dans celles qui en avaient le plus, cette irritation ne se soutint pas au-delà de deux minutes; ce qui permet de supposer que ces organes toujours abrités contre l'impression atmosphérique, ne peuvent pas en supporter le contact immédiat sans perdre promptement leur force contractile.

Leuwenhoeck avait vu les muscles des pattes de ces insectes à-peu-près comme moi, à en juger du moins par les gravures insérées dans la 11.e et 15.e de ses intéressantes lettres physiologiques: il avait aussi observé la contraction des fibres musculaires dans le bourdon des champs, *Bremus agrorum*; mais ce qu'il en dit me force de croire qu'il s'est glissé quelqu'erreur dans son texte, ou bien qu'il s'est trompé en assurant avoir remarqué que les stries transversales, dont chaque fibre musculaire est composée, disparaissaient lors de la contraction de ces fibres (1). J'ai vu fréquemment

(1) *Quoties istae corrugationes annulares*, dit Leuwenhoeck, *sive contractiones, sive rugæ in fibrillis observantur, tunc musculos ipsos et singulas musculorum fibrillas, motus et actionis expertes quiescere: cum vero musculi ad motum excitantur, vel se se in longitudinem explicant, tum annulares corrugationes perire atque evanescere.* Page 103.

ces contractions, sans avoir pu distinguer dans ces fibres autre chose qu'un mouvement ondulatoire; si elles se raccourcissaient, ce n'était que faiblement, et dans ce cas, leurs stries transversales, plutôt que de s'effacer, ressortaient davantage, ce qui se conçoit aisément. Il paraît donc que cet Auteur a tiré une fausse conséquence de ce qui se passait sous ses yeux, en prenant l'état de contraction de la fibre pour son état de relâchement, encore dirai-je que, dans quelque état que fût la fibre, je n'ai jamais vu ces rides disparaître.

Les muscles qui meuvent les pattes des Hyménoptères, différaient donc, par leur organisation, de la masse charnue qui occupe la poitrine de ces insectes, ce qui, malgré l'apparence, me faisait encore douter que cette masse fût un composé musculaire; l'assertion même de Swammerdam, quelque positive qu'elle fût sur ce sujet, ne pouvait me convaincre entièrement. Voici comment s'exprime cet illustre Anatomiste dans la belle description qu'il a donné des parties internes de l'abeille: *Fibrae pectoris musculares totam ejus cavitatem implent, levique negotio dividi possunt in fibrillas, quae antica, media, posticaque crura movent, atque in illas, quae movendis alis serviunt. Ubi enim recensitae partes collocatae sunt, ibi harum fibrarum tendines conspiciuntur, qui dein mox intra thoracem carnei se se expandunt, et postea superne, in regione pectoris suprema, iterum tendinei facti, in corneo osseam veluti ibidem particulam se se defigunt. Fibrae*

quidem, quae in medium thoracis implantur, fere ad perpendiculam erectae sunt, quae vero nonnihil inferius circa latera inseruntur, obliquiores sunt, et quae tandem in parte anteriore cum ossiculo uniuntur, penitus obliquae, et prope modum planae occurrunt. Quod si thoraces fibrae a se mutuo separantur, in oblongos eae villos se se dirimunt, qui subtilioribus fibrillis, albis, nerveis, transversariis, inter se connectuntur, tandemque adeo tenuiter heic dividuntur, ut ab ulteriore scrutatione desistere debuerim, plenissimus iterum admiratione Divini Artificis, qui heic in tenui quadam fibra suam denuo omnipotentiam, meamque imbecillitatem mihi manifestabat (1).

Malgré le respect que je dois avoir pour les décisions d'un homme aussi célèbre que Swammerdam, je dirai cependant qu'il n'a pas examiné la masse charnue pectorale avec sa perspicacité ordinaire; en effet, ce n'est pas de cette masse que sortent les muscles propres des ailes, puisque ceux des cuisses ou des hanches n'ont aucun rapport avec elle, puisque cette masse n'insère pas ses fibres aux os du thorax par l'intermède des tendons, dont on ne voit pas vestige, et puisque ce n'est pas de la division de ses fibres que naît le tissu cellulaire d'un blanc argentin, qui, après avoir enveloppé la masse charnue elle-même, enlace, pour ainsi dire, ses fibrilles les unes avec

(1) *Biblia naturae*, pag. 105.

les autres en se repliant sur elles. Ce tissu a une organisation simple, dans laquelle on distingue plusieurs ouvertures qui donnent passage aux vaisseaux (1).

Je commençais à désespérer de pouvoir découvrir les usages de la masse charnue pectorale, lorsque le hasard me les dévoila. Je tenais à la main la plus grosse de nos guêpes, *Vespa coangustata*, que je venais de faire périr, et je pressais légèrement, avec l'extrémité obtuse d'une aiguille, la plaque thorachique de haut en bas, lorsque tout-à-coup les ailes qui étaient ouvertes, se portèrent en arrière et se fermèrent. Ne pouvant supposer qu'un mouvement aussi marqué fût l'effet d'une si faible pression, je ramenai les ailes en avant, et en pressant de rechef le même os et dans le même sens, je produisis encore le même mouvement. Enchanté de cette découverte, je promenai sur cette partie l'aiguille, en lui donnant diverses directions, et je vis qu'en refoulant cette plaque de devant en arrière, les ailes s'ouvraient à l'instant.

Je ne répéterai pas ici les nombreuses expériences que j'ai faites à ce sujet, me bornant à en offrir les résultats.

---

(1) Il est un procédé bien simple pour s'assurer que les muscles des hanches ne naissent pas de la masse charnue pectorale ; il consiste à enlever, chez un individu frais, l'os corné avec le plan de fibres qui s'y implantent ; ce qui mettra à découvert, sans aucune dilacération, la cavité thorachique postérieure, au fond de laquelle on trouvera les muscles des hanches de la dernière paire de pattes dont la couleur est différente de celle de la masse charnue ; puis en arrachant la hanche on emportera ces muscles.

1.° La pression verticale exercée au milieu de la plaque thorachique, lorsque les ailes sont étendues, les porte en arrière et en haut. Si la pression se fait sur la partie antérieure de cette plaque, et toujours verticalement, les petites ailes ont alors peu de mouvement comparativement à celui des grandes, tandis que ce mouvement augmente à mesure que la pression gagne la partie postérieure de la plaque.

2.° Par la pression oblique du bord antérieur de la plaque thorachique, exercée de devant en arrière, et du haut en bas, de même que par celle du corselet, les ailes se portent en avant et un peu en bas.

3.° Si l'on presse l'écusson supérieur de derrière en devant, les grandes ailes se portent en arrière et en haut; mais si l'on exerce la même pression sur l'écusson inférieur, le mouvement ne s'opère que sur les petites ailes et dans la même direction.

4.° Si l'on comprime, de derrière en devant, et un peu obliquement, la portion du thorax qui répond à l'os corné, et qui est immédiatement sous l'écusson inférieur, les grandes ailes s'ouvrent hardiment, comme si l'insecte voulait prendre le vol, tandis que les petites ne se meuvent qu'en tremblant et restent à moitié ouvertes; mais si les quatre ailes sont réunies, c'est-à-dire si les petites sont accrochées au grandes, comme cela a lieu lorsque l'insecte vole, alors ces nuances en plus ou en moins, dans l'exécution des mouvemens des quatre ailes, ne peuvent plus être aperçues.

J'ai répété cette expérience en enlevant une portion du métathorax pour pouvoir agir directement sur l'os corné, mis de cette manière à découvert, et j'ai vu qu'en le poussant de derrière en devant, les grandes ailes s'ouvraient, tandis que les petites étaient seulement agitées par de légers mouvemens. On produira encore le même effet, et peut-être d'une façon plus évidente, en se contentant de presser toujours dans la même direction la partie membraneuse qui unit l'écusson inférieur au métathorax.

Pour réussir dans ces expériences, il convient de faire périr promptement les insectes, afin de conserver aux organes la plus grande souplesse; l'immersion dans l'eau bouillante m'a paru préférable à tout autre moyen.

D'après ces expériences, je compris tous les avantages qui devaient résulter pour ces insectes, de la réunion membraneuse des os de leur poitrine; en effet, s'ils avaient été unis plus intimement entr'eux, ils n'auraient pas pu céder, comme ils le font, à la plus légère contraction musculaire, condition indispensable au vol de ces animaux et à toutes les modifications dont il est susceptible. Il me parut en outre évident que la masse charnue pectorale était un véritable muscle, à la vérité d'une organisation différente de celle des muscles des pattes, mais sans être pour cela un muscle propre des ailes, puisqu'il ne pouvait agir sur elles que par l'intervention de l'os corné qu'on devait considérer comme la cheville ouvrière de la plupart de leurs mouvemens. Si donc j'ai pu faire fermer les ailes

en comprimant la plaque thorachique perpendiculairement, et les faire ouvrir en la poussant obliquement en arrière, ce n'a été que par une suite des mouvemens communiqués à l'os corné au moyen du muscle qui s'y implante.

Les écussons exercent sans contredit sur les ailes une action directe, tout-à-fait indépendante de la masse charnue pectorale, puisqu'elle s'opère par leurs muscles propres et par leur articulation avec les osselets des ailes.

Le mécanisme des mouvemens tant simples que composés se comprendra plus aisément, lorsqu'on connaîtra l'articulation de ces parties avec les os et les osselets destinés à en faciliter l'exécution. Mais avant de décrire cette articulation, il convient de faire apprécier l'organisation des ailes.

Au bord antérieur des grandes ailes on remarque deux grosses nervures parallèles, auxquelles j'ai donné les noms de *radius* et *cubitus*. Ces deux os joints ensemble par une membrane se terminent près du bout de l'aile, par un point ordinairement coloré, que j'ai considéré comme le poignet, y ayant reconnu une articulation bien marquée et deux muscles consacrés à l'exécution de ses mouvemens (1). De ces os sortent des nervures qui se ramifient sur la membrane de l'aile, nervures auxquelles j'ai assigné, selon leur origine, la dénomination de radiales et de cubitales. Outre ses nervures, il y en a d'autres qui naissent

(1) Voyez la planche IV fig. 2.

immédiatement de la base de l'aile, et que j'ai appelées humérales (1). Ces nervures forment entr'elles diverses anastomoses qui donnent lieu à des cellules ou à des alvéoles d'une figure très-variée, quoique constante, suivant le genre des insectes.

Malgré que la petite aile soit isolée, et qu'elle ait son articulation et ses nervures propres, je ne l'ai envisagée que comme une dépendance de la grande, parce qu'elles s'unissent si intimement l'une à l'autre, lorsque l'insecte vole, qu'elles ne font plus qu'un tout continu. Cette réunion des deux ailes est si nécessaire pour le vol, que dès qu'on a coupé les petits crochets contournés en S (2), qui sont rangés en ligne au bord antérieur de la petite aile, et qui s'accrochent au bord postérieur de la grande, l'insecte ne se soutient plus que très-imparfaitement dans l'air.

Si l'on pouvait préjuger le but de la séparation des ailes chez les Hyménoptères, on pourrait croire qu'elle ne sert qu'à modifier leur vol; car il ne suffit pas à ces insectes de s'élever dans l'air : ils doivent encore pouvoir diriger leur vol pour éviter leurs ennemis, et arriver, selon leur besoin, à tel ou tel endroit, soit en serrant le vent à propos, soit en s'y opposant, soit en y cédant convenablement; dans ce cas, leurs ailes doivent faire pour eux non seulement l'office de rames, mais encore celui de

(1) Voyez la planche V.

(2) Voyez la planche IV fig. 3.

gouvernail, comme la queue chez les oiseaux, mouvemens qui doivent exiger de la part de ces ailes des modifications très-nuancées dans leur plan de position, et qui ne pourraient pas s'exécuter aussi bien, s'il n'y avait eu une division entr'elles, et même si chaque aile n'avait eu son articulation et ses muscles propres.

Les nervures des ailes ne nous paraissent être que des petits filets colorés et disséminés sur une membrane; mais en examinant ces filets plus attentivement, on voit que chacun d'eux est un véritable tube qui, dès sa naissance, reçoit un vaisseau du corps de l'insecte, que ces vaisseaux parcourent, en serpentant toute l'étendue de ces tubes, sans en remplir, tant s'en faut, la cavité, qu'ils se divisent pour en suivre les ramifications, et qu'il y a entr'eux de véritables anastomoses (1). Ainsi, j'ai vu le vaisseau contenu dans le *cubitus* se diviser pour fournir aux tubes des nervures cubitales, et s'unir dans ces tubes avec d'autres vaisseaux sortant de celui qui était renfermé dans la nervure humérale.

Les tubes des nervures sont des canaux dont le diamètre diminue insensiblement depuis leur origine à l'extrémité. Ils ont deux faces relatives à la position des ailes; la supérieure est faite d'une substance cornée, arondie et faiblement ondulée, tandis que l'inférieure est plate et presque membraneuse (2). Cette différence dans l'organisation

(1) Voyez la pl. V.

(2) Voyez les fig. 4 et 5 de la pl. IV.

des parois de ces tubes a une utilité directe, puisque si la paroi supérieure eût été faite d'un tissu aussi léger que celui de l'inférieure, ces tubes auraient été exposés à de fréquentes dilacérations, ce qui en aurait anéanti les usages; ou bien si la paroi inférieure eût offert la même résistance que la supérieure, elle n'aurait pu se dilater, ce qui aurait rendu ces tubes inhabiles à remplir les fonctions auxquelles la nature les avait destinés.

D'après l'organisation de ces tubes, leur coupe transversale ne peut représenter qu'une ellipse alongée et aplatie dans la partie qui répond à la face inférieure de l'aile (1); mais cet aplatissement ne subsiste qu'autant que l'aile est en repos, car dès qu'un insecte veut voler, les tubes se dilatent, et prennent alors une figure plus régulière.

La membrane des ailes est ordinairement si mince et si transparente, qu'on ne pourrait pas imaginer qu'elle fût composée de deux feuillets; cependant, avec un peu de patience, on vient à bout de rendre ce fait évident (2); on reconnaît alors que le feuillet supérieur contracte de fortes adhérences aux bords de chaque nervure, puisqu'on ne peut le séparer au-delà, et que l'inférieur recouvre les nervures sans y trop adhérer. Cette union de la lame externe de l'aile avec les bords des nervures donne lieu à la formation d'un trait coloré qui fixe le diamètre du

(1) Voyez la fig. 5 de la pl. IV.

(2) Voyez la fig. 6 de la pl. IV.

tube, et qu'on croirait exister dans le tube lui-même (1).

Pour peu qu'on connaisse le vol rapide des Hyménoptères, les lieux qu'ils habitent de préférence pour y chercher leur nourriture, et ceux que plusieurs choisissent pour y construire leur nid, on sentira facilement combien leurs ailes auraient été exposées à se déchirer aisément à cause de la délicatesse de la membrane, si les deux surfaces n'eussent été hérissées de poils durs et roides qui lui servent d'égide. (2). Ces poils varient en quantité, en force et en grandeur, mais dans la répartition qui en a été faite, toutes ces nuances ont été sans doute bien calculées, sur les dangers auxquels les individus pouvaient être exposés, et je ne connais encore que les *Sirex* dont les ailes en soient totalement dépourvues.

Après avoir développé l'organisation des tubes des nervures, je dois parler de la nature des vaisseaux qui y sont contenus et qui les parcourent. Swammerdam est, à ce que je crois, le seul auteur qui en ait fait mention. Voici comment il s'exprime sur ce sujet : *Magnae illae venulae, sive nervuli, qui in alis apum animadvertuntur, revera fistulae aeriferae: his vero proxime adsident vasa etiam sanguinea, sive quae in alis nutrimenti adferunt materiem* (3).

---

(1) Voyez les fig. 4, 6, 7 de la pl. IV.

(2) Voyez la fig. 7 de la pl. IV.

(3) *Biblia naturae* pag. 432 pl. 25 fig. 10.

La figure que cet Auteur a donné de l'aile de l'abeille, dans laquelle les nervures sont appelées *fistulae pulmonales*, annonce quelle était son opinion sur leur usage; mais on cherche vainement, dans le texte explicatif de cette figure, ce qu'il a voulu dire par les vaisseaux sanguins qui avoisinent de près ces nervures, et portent la nourriture aux ailes. S'il a voulu parler des vaisseaux contenus dans les tubes, sa phrase n'est pas exacte, et cependant on est forcé de le supposer, puisqu'on ne peut en faire l'application à aucune autre partie de l'aile. Quoiqu'il en soit, j'ai évidemment reconnu que ces vaisseaux sont de véritables trachées roulées en spirale (1). Je ne doute pas que l'air contenu dans ces vaisseaux ne passe rapidement du corps de l'animal dans ces tubes, de manière à les dilater lorsqu'il le faut, et à rendre la membrane de l'aile comme le serait une voile par ses cordages. Sous ce point de vue, ma façon de penser sur les usages des nervures des ailes est semblable à celle de Swammerdam, puisque nous les regardons, l'un et l'autre, comme des canaux aériens. Quant aux vaisseaux sanguins de ces parties, je n'en dirai rien, n'ayant pu en découvrir aucun assez nettement pour constater l'existence.

D'après les connaissances acquises sur l'organisation des tubes, il paraîtra singulier de rencontrer des nervures dans lesquelles la continuation du tube est interrompue

(1) Voyez la fig. 6 de la pl. IV.

par place, sans que pour cela la continuité des organes, qui y sont renfermés, souffre la plus légère altération; ce qui a lieu dans les nervures cubitales d'un très-grand nombre d'ailes. Qu'on examine à la loupe et en face du jour ces nervures, et l'on découvrira de petits points ronds dont le nombre varie, selon les insectes, depuis deux jusqu'à sept; par leur transparence ils ressemblent à de petites bulles d'air, ce qui m'a engagé à les nommer *les bulles des ailes*. Ces bulles paraissent plus grandes que le tube qui les contient, ce qui dépend de leur structure particulière que je vais faire connaître (1).

Lorsque la partie cornée du tube arrive à l'endroit où elle doit faire bulle, elle s'étend de chaque côté dans la duplicature de la membrane de l'aile, et en s'éparpillant ainsi, elle perd sa couleur et sa forme tubulaire, qu'elle reprend immédiatement après la formation de la bulle. Si l'on observe attentivement ces bulles, on voit, dans leur contour, une grande quantité de petits filets colorés, qui paraissent avoir été formés par l'extravasation du suc osseux destiné au tube lui-même. Pour faire mieux comprendre ce que sont ces bulles, je les comparerai à un os long dans lequel un anneau du cylindre se serait fort aminci en se dilatant de manière à ne plus toucher le tube médullaire.

(1) Voyez la fig. 7 de la pl. IV.

La formation de ces bulles, résultante de l'épanouissement de la substance osseuse des tubes, est nécessaire pour affaiblir les nervures et faciliter l'apparition de certains plis que font les ailes, lorsque l'insecte ne vole pas; car c'est toujours dans la direction de ces plis que se trouvent ses bulles.

Si les ailes avaient pénétré dans la poitrine des Hyménoptères, elles auraient été incapables d'exécuter tous les mouvemens indispensables au vol de ces insectes; je dirai plus, elles leur auraient été complétement inutiles. Il a donc fallu qu'en arrivant au thorax, elles fussent disposées de manière à acquérir la souplesse requise pour l'exécution de ces mouvemens, sans diminuer leur force; c'est ce qu'a opéré la nature, en substituant à la continuité de leurs os plusieurs osselets unis les uns aux autres par une membrane très-élastique, et maintenus en place par des forces majeures, savoir, en avant par le cuilleron, en dessus par la plaque thorachique, en dessous par le sternum, et en arrière par les écussons et le métathorax.

Chaque aile a ses osselets; ceux qui appartiennent à la grande aile, sont au nombre de sept, tandis que l'inférieure n'en a que cinq. La figure et la grandeur de ces os varient selon leur usage. Comme il aurait été difficile en voyant ces osselets, même sur les plus grands Hyménoptères, d'acquérir une connaissance exacte de leur figure très-variée et de leurs rapports mutuels, j'ai cru devoir les faire peindre sous trois aspects différens. Le

premier (1) les offre en place, et tels qu'ils sont naturellement ; le second (2) les fait voir dans la même position, mais étendus sur un plan horizontal, ce qui a nécessité leur séparation du thorax, et le renversement du cuilleron qui en recouvre une partie, lorsqu'il est dans sa position ordinaire ; le troisième (3) les montre séparés les uns des autres, cependant toujours dans leur place relative, et unis aux muscles qui s'y attachent.

Je ne décrirai pas chacun de ces osselets en particulier, présumant que la seule inspection des dessins suffira pour faire sentir leurs éminences et leurs échancrures, qui toutes ont une destination affectée aux mouvemens des ailes. Je me bornerai donc à faire remarquer ceux auxquels s'implante un muscle, et ceux qui s'articulent directement avec les ailes et les os de la poitrine.

Les osselets de l'aile supérieure n'ont que trois muscles propres ; le premier, qui est double, s'attache, par sa longue tête, à l'apophyse qui sépare la cavité thorachique antérieure de la latérale, tandis que sa courte tête s'insère un peu plus en arrière ; ensuite ces fibres charnues se réunissent pour former un long tendon qui va se fixer à l'osselet caché sous le cuilleron. Cet osselet que j'ai nommé *le petit radial*, de même que le suivant, *le grand radial*, s'articulent avec le radius (4).

---

(1) Voyez la partie à droite du corselet de la pl. I.
(1) Voyez la partie à gauche du corselet de la pl. I.
(3) Voyez la pl. III fig. 2, et la pl. IV fig. 1.
(4) Voyez la pl. III fig. 2 *b c*.

Dès que le muscle que viens de décrire, a ses attaches fixes situées plus bas que son point mobile, il doit, par ses contractions, faire baisser la base de l'aile, en soulever l'extrémité, et faciliter l'exécution des mouvemens oscillatoires particuliers à ces organes.

Le second muscle, beaucoup moins long que le précédent, est simple; sa partie charnue est fixée dans la cavité thorachique latérale, et son tendon se termine à l'osselet que j'ai désigné sous le nom de petit huméral, à cause de son articulation avec l'*huméral* (1).

Le troisième muscle, qui ressemble au précédent, se trouve couché à côté, et un peu plus en arrière; son tendon va se nicher sous l'échancrure semi-lunaire de l'os *cubital inférieur* (2) qu'il ne faut pas confondre avec le supérieur, ou le *grand cubital*, qui s'articule directement avec le *cubitus*. Ces deux muscles font exécuter à l'aile des mouvemens de bascule, et en abaissent le bord antérieur.

Après avoir décrit ces muscles, il ne me reste, pour terminer ce qui concerne la grande aile, qu'à expliquer comment s'articule avec elle l'*humérus*, et l'extrémité de l'écusson supérieur.

La longue apophyse de l'écusson, celle à laquelle tient le muscle, entre dans la cavité qu'on remarque à la face

(1) Voyez la pl. III fig. 2 *d*.

(2) Voyez la pl. III fig. 2 *g*.

interne d'un osselet crochu que je nommerai *grand huméral*, et son échancrure embrasse sa tige (1). Quant au muscle de l'écusson, il recouvre en grand partie les deux derniers dont je viens de parler, et ce n'est qu'après l'avoir enlevé qu'on peut les voir à découvert.

A côté de l'osselet huméral et postérieurement, on en voit un autre petit qui y est fortement uni, et que j'ai nommé *naviculaire*, parce qu'il ressemble à une nacelle retournée (2). Cet os a, dans sa face postérieure, deux cavités, dont l'une reçoit la tête de l'*humérus*, et l'autre l'extrémité de l'os corné, de sorte que cet osselet communique directement à l'aile les mouvemens qui lui sont imprimés par l'os du bras et par le jeu des os de la poitrine.

Si les osselets de l'aile postérieure sont moins grands que ceux de l'antérieure, la figure n'en est pas moins bizarre et irrégulière. Le premier de ces osselets, l'échancré (3), est, comme le petit radial, recouvert d'une forte membrane. De sa face interne part un long muscle divisé en deux portions, soit à son extrémité charnue, soit à sa tendineuse, et qui va s'implanter à la ligne de séparation entre la cavité thorachique latérale et la postérieure.

Le second osselet, le *scutellaire* (4), s'articule pas ses

(1) Voyez la p. III fig. 2 *e*.
(2) Voyez *id*. . . . *h*.
(3) Voyez la pl. IV fig. 1 *b*.
(4) Voyez *id*. . . . *c*.

deux faces et par sa tête arondie, avec l'extrémité de l'écusson inférieur.

Le troisième osselet, le *diadémal* (1), est mu par un muscle qui s'insère derrière le muscle précédent; son tendon, fort alongé, est osseux près de son insertion à l'osselet, et là il reçoit un autre petit muscle dont les fibres sont disposées en demi-cercle.

Le quatrième osselet, le *fourchu* (2), a aussi un muscle dont les fibres rayonnent autour d'un tendon commun, également fortifié par une substance osseuse. Ce muscle s'insère dans la cavité thorachique postérieure.

Le cinquième osselet, le plus petit de tous, se trouve isolé à la base de l'aile; à cause de sa figure je l'ai nommé *la massue*, et il me serait difficile d'en assigner les usages (3).

Quoique j'ai parlé, dans le cours de ce Mémoire, des Hyménoptères en général, je dois cependant prévenir que mes dissections se sont bornées à de gros individus de genres différens, comme les bourdons, les scolies, les guêpes, les sirex, etc. J'ai répété souvent les mêmes dissections, n'ayant voulu en adopter les résultats qu'après avoir écarté tous les doutes.

Maintenant que nous connaissons l'admirable structure

(1) Voyez la pl. IV fig. 1 *d*.
(2) Voyez *id*. . . . *e*.
(3) Voyez *id*. . . . *f*.

et l'articulation des ailes des Hyménoptères, le nombre et la disposition de leurs forces motrices, ce ne sera pas sans étonnement que nous verrons un assez grand nombre de femelles totalement privées de ces organes; et, ce qui nous paraîtra plus surprenant encore, sera de voir d'autres femelles pour qui les ailes semblent n'être que des voiles empruntées par l'amour, et qu'elles abandonnent dès qu'il est satisfait. Plus on réfléchit sur ce qui se passe chez les fourmis femelles, moins on comprend comment l'accouplement et ses suites peuvent réagir sur des membres qui n'ont aucun rapport avec les organes de la génération, et faciliter la chûte de leurs ailes, malgré les forts liens qui les unissent au corps.

EXPLICATION DES FIGURES.

Planche I. (3.e *du Volume.*)

C'est l'abeille perce-bois, *Xylocopa violacea*, qui est représentée dans cette planche. La plaque thorachique, la masse charnue pectorale, les organes et les muscles qui occupent le bas de la poitrine, ont été enlevés, pour mettre à découvert les quatre cavités thorachiques et faire sentir les éminences qui les séparent.

Au côté droit de ce dessin, toutes les parties de l'aile et du thorax de l'insecte sont dans leur situation naturelle. Au côté gauche, les osselets sont portés en déhors

pour les faire voir plus distinctement, sans cependant être déplacés ; le cuilleron est soulevé, et les extrémités de l'os corné et des deux écussons ont été coupées et écartées de leur ligne naturelle pour faire mieux saisir leurs rapports avec les osselets et leur articulation.

a Le cuilleron en partie retourné et tenant à son ligament.

b L'extrémité de l'écusson supérieur ou de la grande aile.

c L'humérus.

d Le muscle de l'humérus.

e L'extrémité de l'os corné articulé avec l'humérus.

f L'extrémité de l'écusson inférieur, ou de la petite aile.

Planche II.

Fig. 1. Cette figure représente la masse charnue pectorale vue par dessus, après avoir enlevé la plaque thorachique. On voit la séparation de cette masse en trois parties, deux latérales parfaitement égales, et une intermédiaire, dont la surface est cannelée postérieurement. Les espèces de losanges, qu'on observe sur cette masse, sont produites par les adhérences de ce muscle à la plaque osseuse qui le recouvre.

a Le cuilleron tenant à une partie du corselet.

b L'os corné auquel s'attache toute la partie intermédiaire de la masse charnue pectorale. Dans ce dessin, l'os corné n'est vu que par son bord supérieur et de champ.

c Les extrémités de l'os corné.

d L'humérus articulé avec l'os corné.

Fig. 2. Dans cette figure, la masse charnue thorachique est vue latéralement. On remarque la perpendicularité des faisceaux musculaires latéraux, et l'obliquité des fibres du faisceau intermédiaire. On reconnaît en outre la position de l'os corné, sa figure, son étendue et son articulation avec l'humérus.

a Le muscle de l'humérus qui passe derrière l'extrémité de l'os corné, muscle dont on a vu l'attache fixe dans la planche I.

Planche III.

La figure 1.re est destinée à représenter un plan de fibres de la masse charnue, vu au microscope. On y distingue la manière dont quelques-uns de ses vaisseaux traversent d'une fibre à l'autre, et les jolies ramifications auxquelles ils donnent naissance.

Fig. 2. *a* L'extrémité de l'écusson supérieur avec son muscle.

b L'osselet petit radial avec son muscle biceps.

c Grand radial.

d Petit huméral avec son muscle.

e Grand huméral.

f Grand cubital.

g Petit cubital avec son muscle.

h Naviculaire.

Planche IV.

Fig. 1. *a* L'extrémité de l'écusson inférieur, ou des petites ailes, avec son muscle.

b L'osselet échancré, avec son muscle biceps.

c Scutellaire.

d Diadémal, avec son muscle.

e Fourchu, avec son muscle.

f Massue.

Fig. 2. L'articulation de l'avant-bras, avec le poignet ou le point de l'aile; on remarque, dans ce dessin, la direction et l'étendue des deux muscles qui meuvent les os de cette articulation.

Fig. 3. Les crochets de l'aile inférieure.

Fig. 4. Tube renfermé dans la nervure, ou cavité de la nervure, les deux lignes noires internes en fixent le diamètre.

Fig. 5. Coupe transversale de la nervure.

Fig. 6. Trachée renfermée dans le tube, et déroulée à son extrémité. Duplicature de la membrane de l'aile à un des angles de la figure.

Fig. 7. Bulle des ailes. Poils qui protègent la membrane.

Planche V.

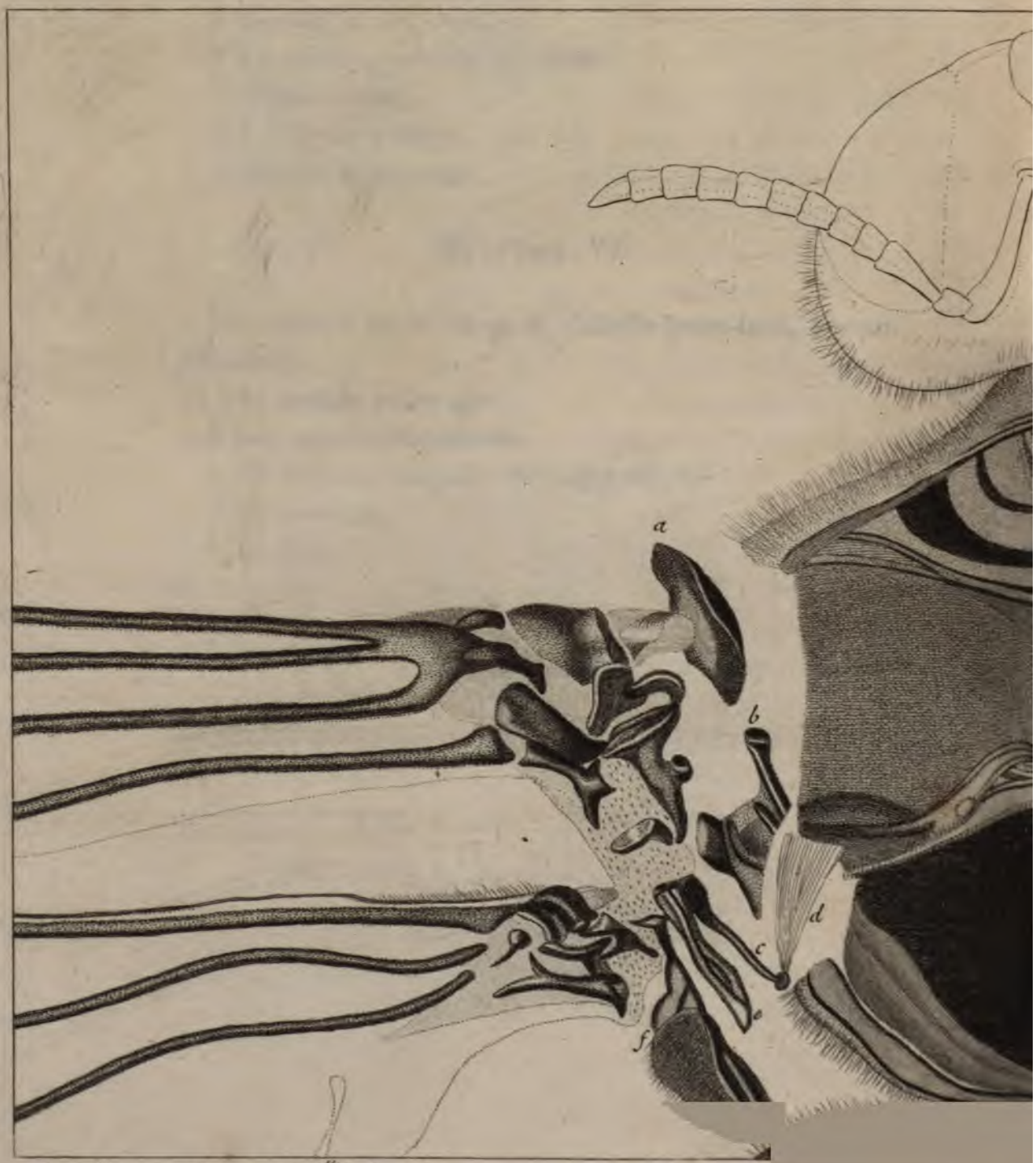
La grande aile vue au microscope, dans laquelle on distingue les anastomoses des trachées dans les nervures.

a Le radius, ou le rayon.
b Le cubitus, ou l'os du coude.
c Cellule radiale.
d Cellules cubitales.
e Cellules humérales.

Planche VI.

Les muscles de la cuisse de l'abeille perce-bois, vus au microscope.

a Le muscle extenseur.
b Les muscles fléchisseurs.
c Le vaisseau sanguin, ou soupçonné tel.
d Les trachées.
e Le filet.



peint d'après nature par Mad.lle Jurine

Jurine Hyménopt. Pl. I.

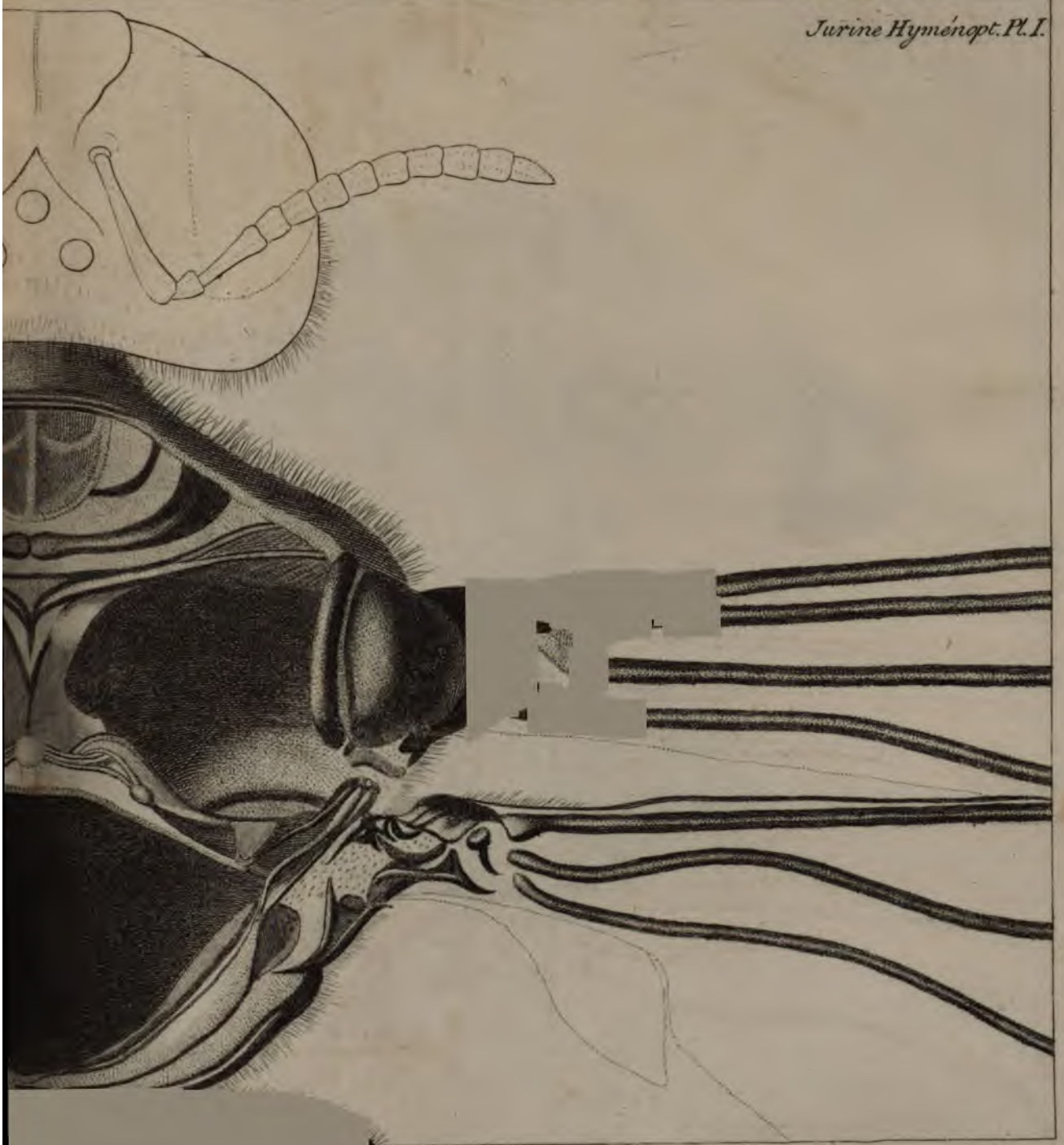
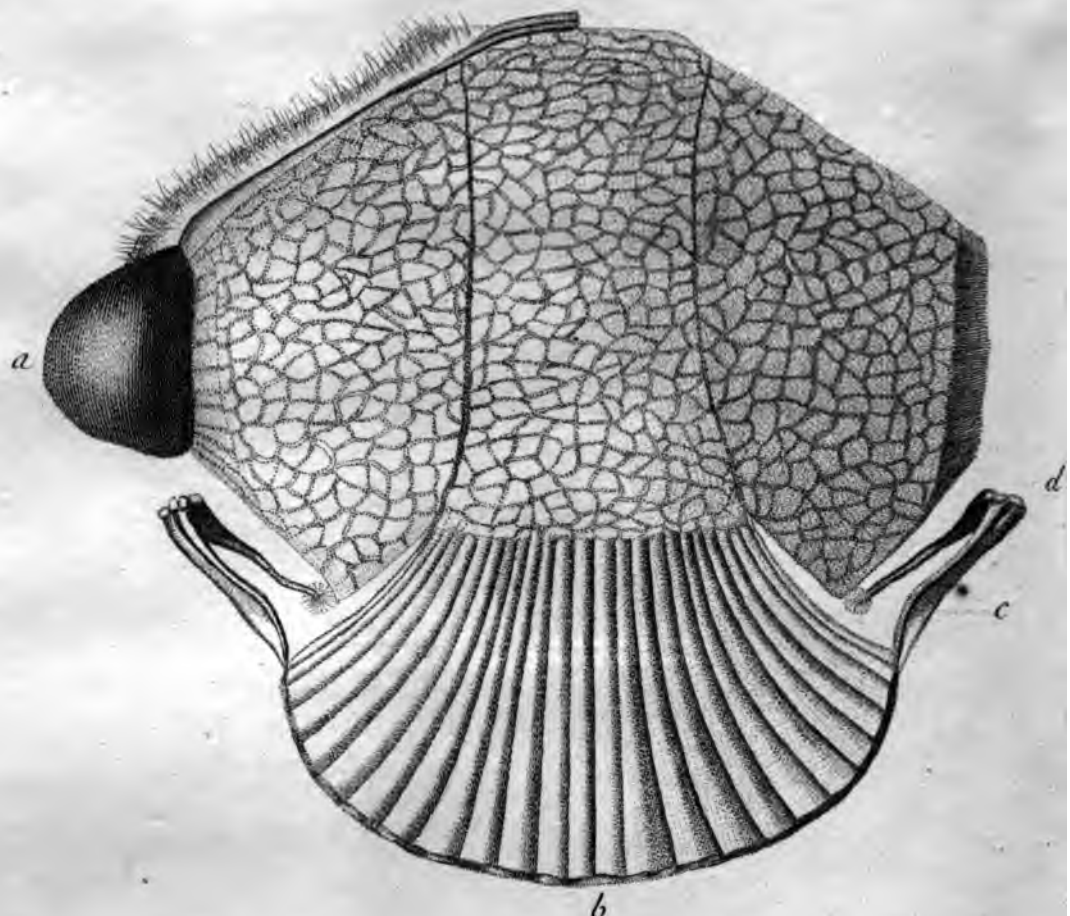


Fig. 1.



peint d'après nature par Mad.lle Jurine

Jurine Hyménopt. Pl. II.

Fig. 2.

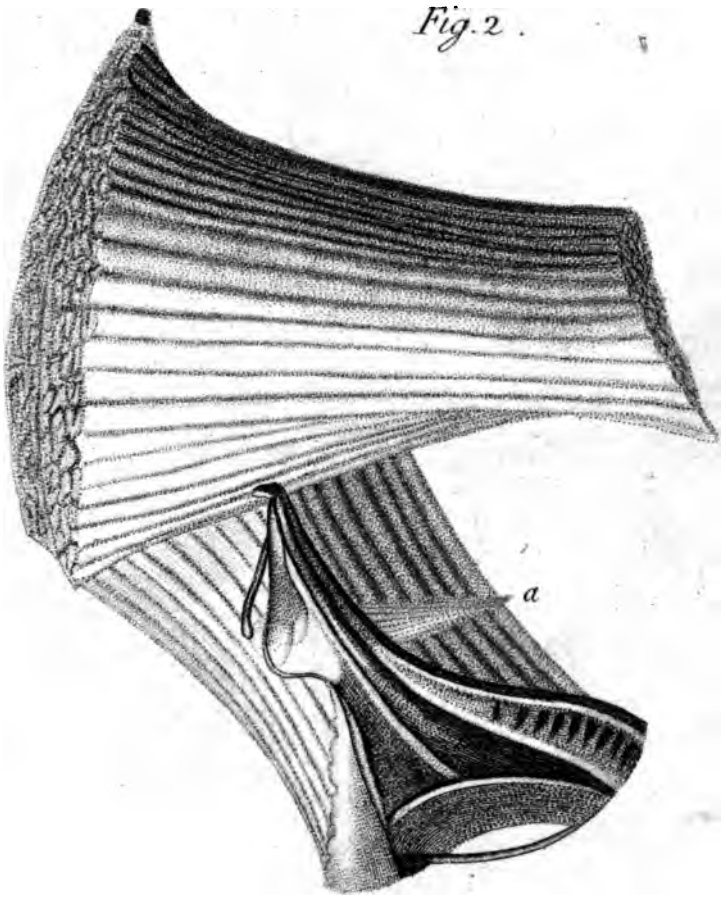
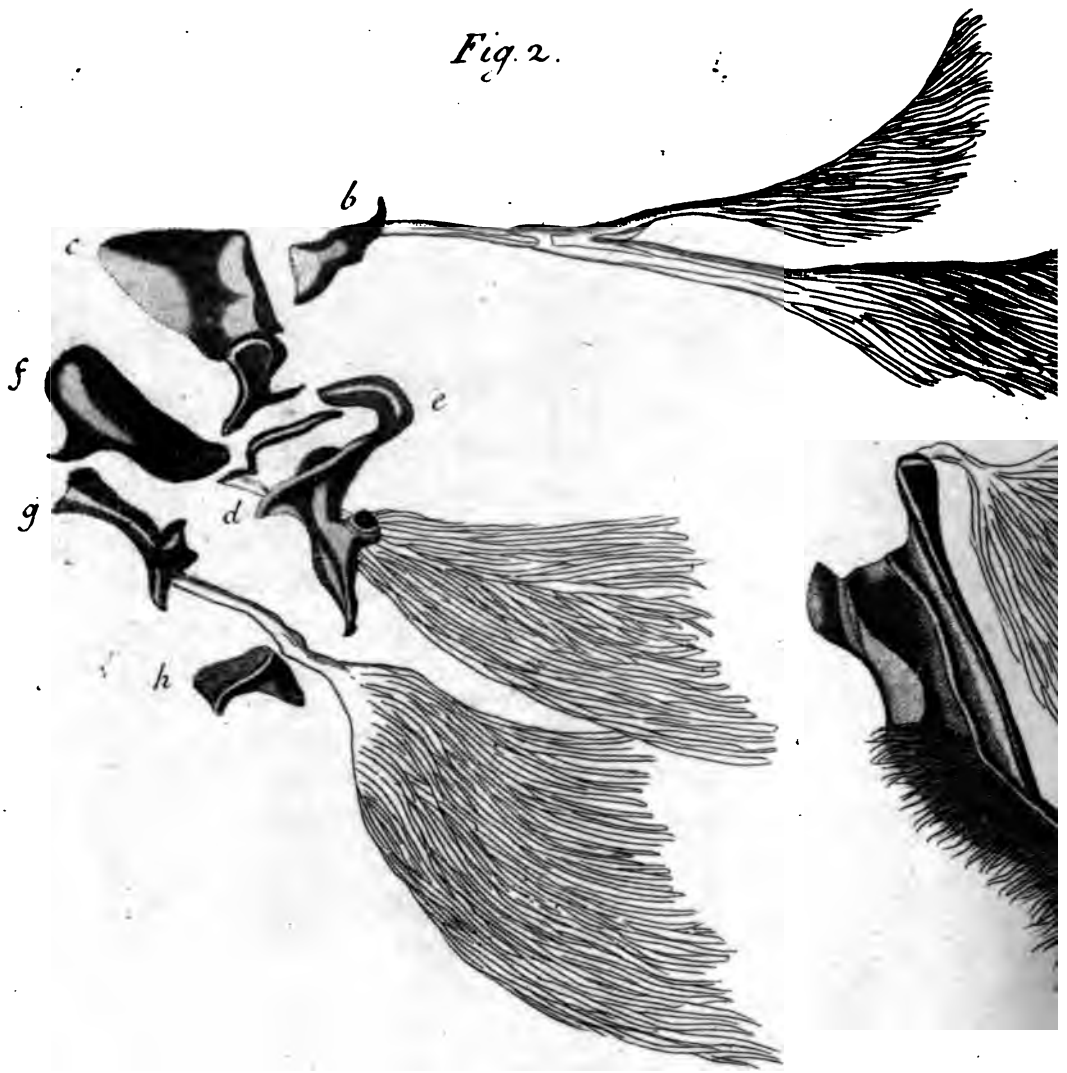
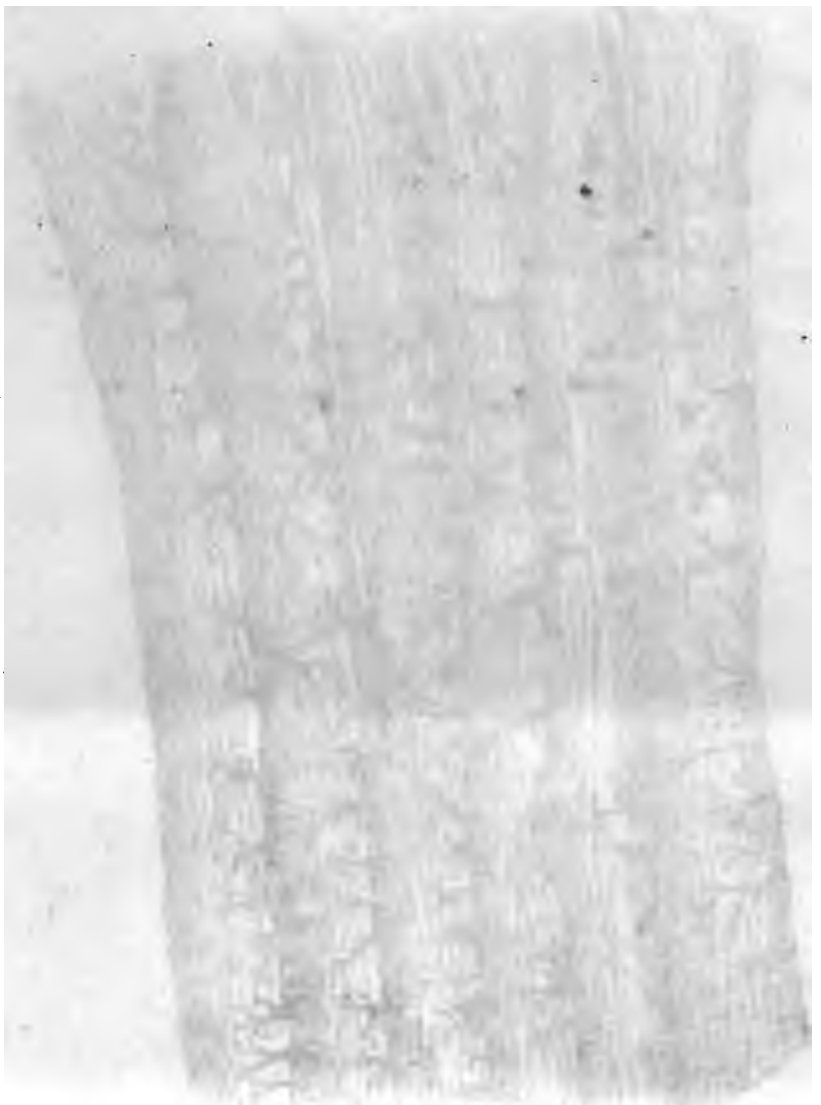


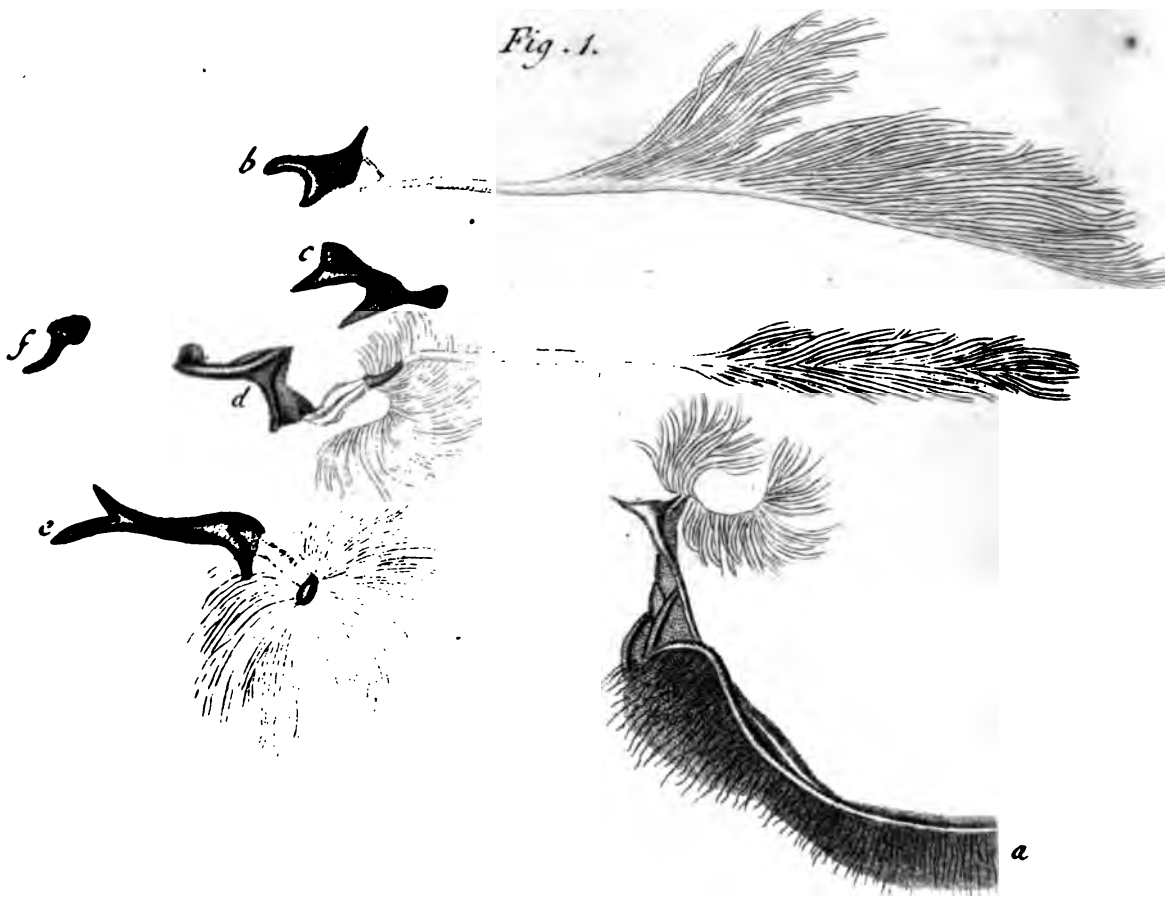
Fig. 2.



peint d'après nature par Mad.lle Jurine

Fig. 1. Jurine Hymenopt. Pl. III.





peint d'après nature par Mad.lle Turine

Jurine Hyménopt.Pl.IV.

.2.

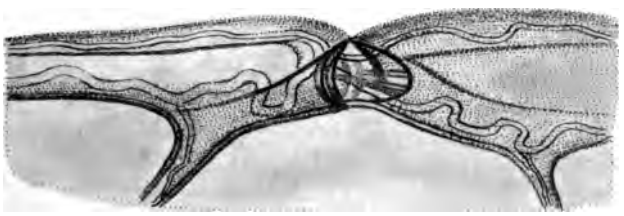


Fig.5.

Fig.4.

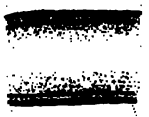
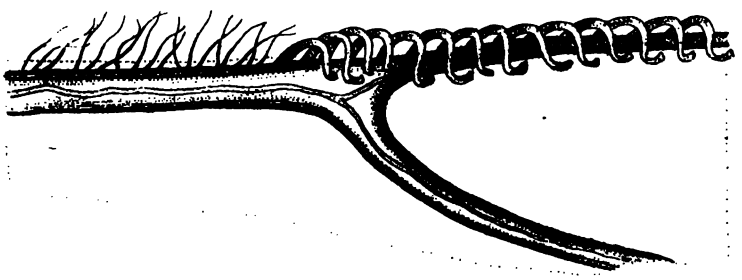


Fig.3.



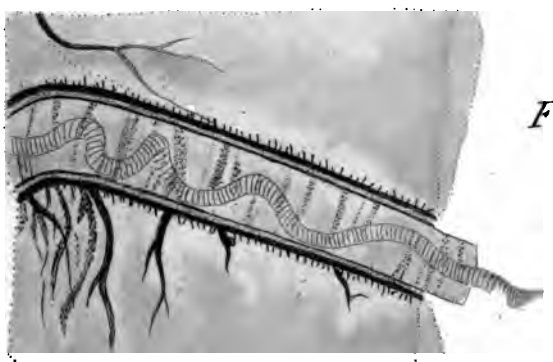
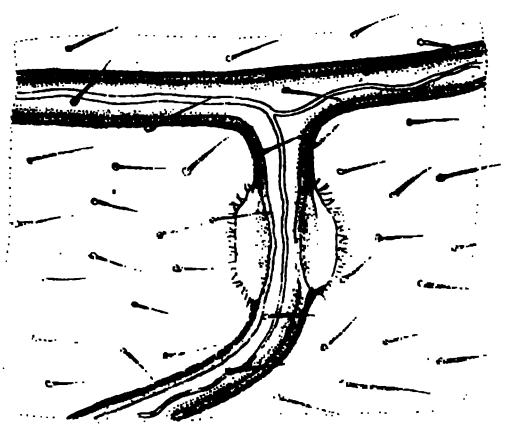
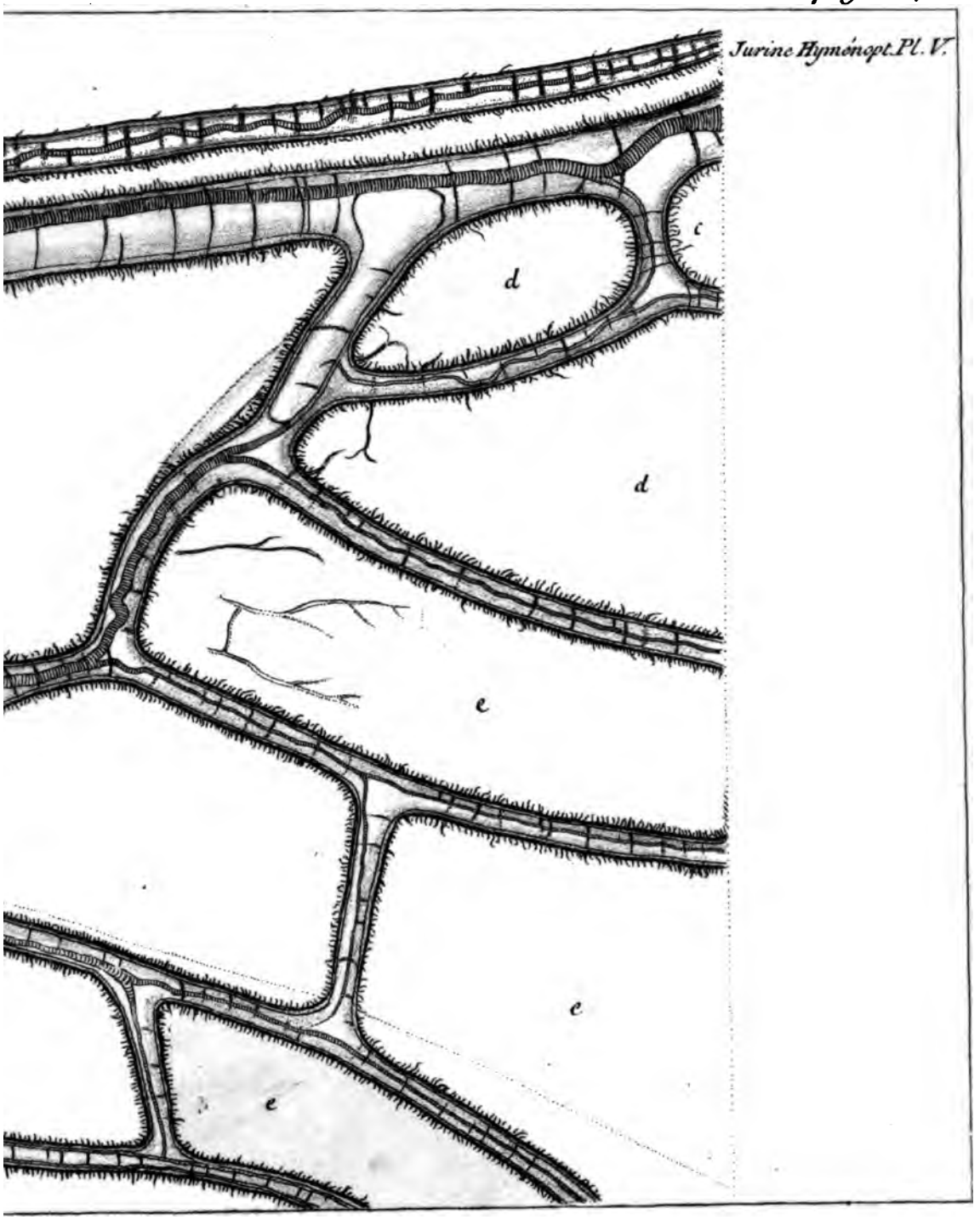
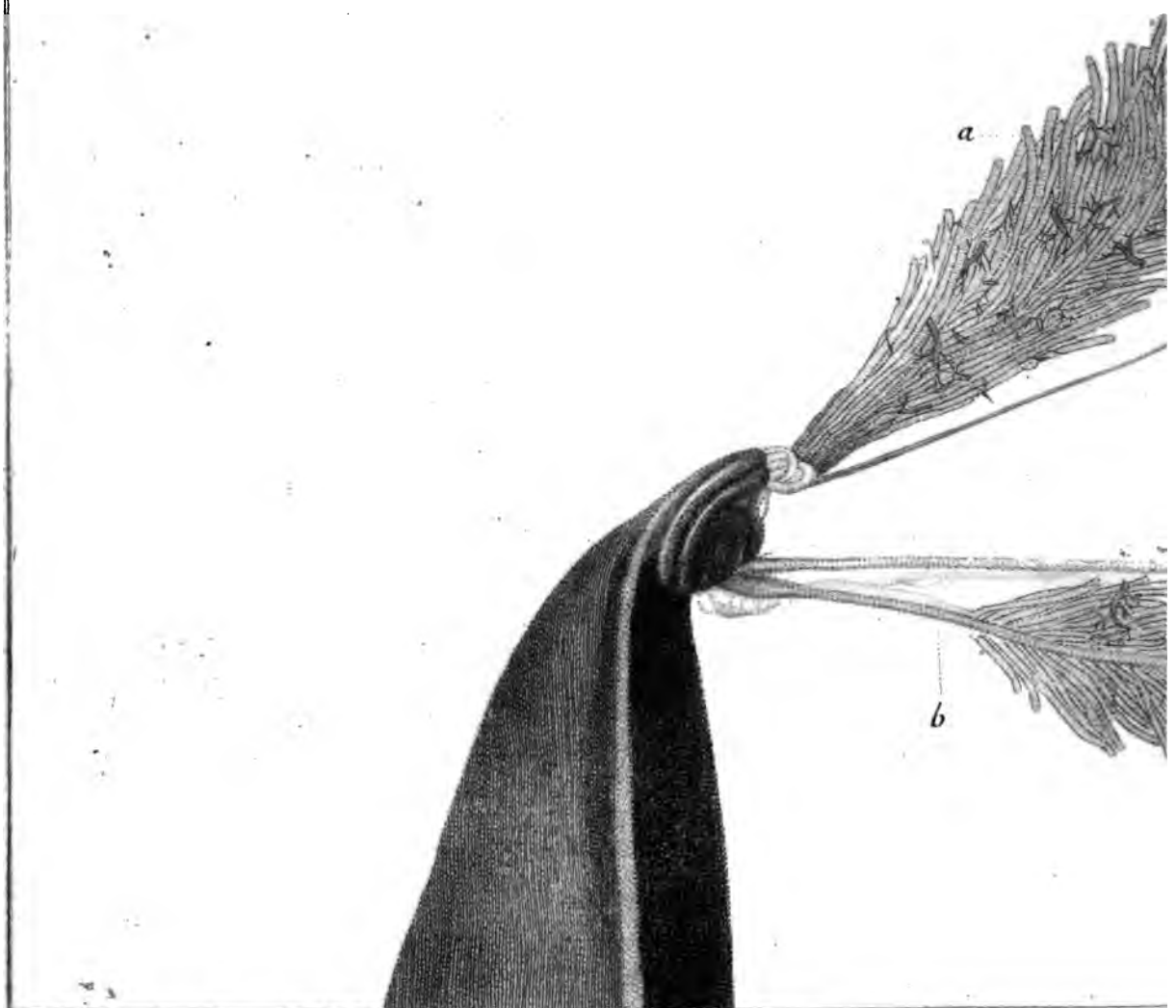


Fig.7.



peint d'après nature per Mad.lle Jurine


Jurine Hyménopt. Pl. V.
c
d
d
e
e
e



peint d'après nature par Mad^lle Jurine

Jurine Hyménopt. Pl. VI.

e

c

d

OSSERVAZIONI

SUL

PERITONEO E SULLA PLEURA

Del Professore Luigi Rolando.

Lette nell'adunanza del dì 26 di marzo 1818.

Parer dee straordinario, che sfuggita sia cosa alcuna alle minute ricerche di tanti abili Anatomisti, i quali si sono occupati di parti, che per la loro posizione sono le prime a cadere sotto gli occhi di chi s' accinge ad esaminare i diversi organi nelle principali cavità contenuti; ciò non ostante se si riflette, che così poco vanno tra loro d' accordo gli Anatomisti nel descrivere quelle estese membrane, che sono state col nome di *peritoneo*, e di *pleura* distinte, si potrà di leggieri conchiudere, che vi esiste qualche difficoltà non stata ancora intieramente spianata.

Non essendo finora riuscito di render ragione delle numerose pieghe, delle intricate circonvoluzioni, e dei diversi prolungamenti del peritoneo, illustri Anatomisti si contentarono di descriverle isolate, ciò che rende molto

difficile il conoscerne le corrispondenze, e lo stabilirne le continuazioni fra tutte le parti. L' ingegnoso Bichat nella sua Notomia descrittiva ha creduto potervi meglio riuscire, col dividere mentalmente il sacco peritoneale in tre porzioni, una superiore, che occupa la regione epigastrica, e gl' ipocondrii; una mezzana, che potrebbe dirsi ombelicale, ed una terza, che ipogastrica può essere denominata (1). Nemmeno però col soccorso di quest' immaginata divisione gli venne fatto di dar ragione di alcuni prolungamenti peritoneali, per il che fu costretto di ricorrere ad altre supposizioni in nessun modo comprensibili, come avremo luogo di dimostrare.

Introdotta si è l' abitudine fra gli Anatomisti di descrivere questa sottile membrana, come se dessa si estendesse su tutti i visceri di già formati, e s' intromettesse fra gli intervalli da questi lasciati; dal che ne devono risultare prolungamenti cotanto diversi, che in questa guisa però difficilmente si possono spiegare; ed osservando io la disposizione dei visceri, e degli organi, da cui quelli sono in gran parte formati, ho dovuto riguardare la disposizione del peritoneo sotto un aspetto quasi affatto all' anzidetto opposto.

Ammetterò pertanto, che questa membrana sia formata a guisa di sacco, nella di cui capacità niente vi sia contenuto, e che la sua interna superficie si mantenga così

(1) Pag. 311 vol. V.

liscia e polita, per via dell' umore che continuamente ne esala, sicchè non sia soggetta ad aderenze, mentrechè la sua esterna superficie, coperta d'uno spugnoso e lanuginoso tessuto cellulare, facilmente si attacca ai corpi, coi quali si trova in contatto. Per maggiore facilità dividerò poscia quest' ampia vescica in due porzioni, una posteriore o dorsale, e l' altra abdominale. Questa in conseguenza si troverà aderente alle pareti dell' abdome, mentre l' altra, prima dello sviluppo dei visceri, deve esser tesa sulla parete dorsale di questa cavità medesima.

Essendo evidente, che l' accrescimento de' visceri in massima parte dipende dai vasi arteriosi, egli è facile di vedere, come la disposizione dei vasi, che partono dall' aorta, contribuisca alle varie modificazioni, a cui soggiace il peritoneo. Scorre, com' è noto, questa massima arteria dietro e fuori dell' anzidetta membrana, e manda dalla sua faccia anteriore de' tronchi arteriosi, i quali, intanto che concorrono alla formazione, e sviluppo de' visceri a cui sono destinati, s' inoltrano nella tela dorsale del peritoneo, la sollevano, ed a misura che più si spingono avanti, si formano pieghe dai prolungamenti, che per ogni parte gli organi suddetti ricoprono: all'incontro le arterie, che escono dai lati dell' aorta, servono alla formazione di visceri, che in nessun modo nella tela suddetta si sprofondano, o rimangono di membrana, o coperta peritoneale in parte, od intieramente sprovvisti.

In conferma di quanto ho detto viene principalmente

la singolar disposizione dell' arteria mesenterica superiore. A misura che questa s' ingrossa, solleva la lamina dorsale del peritoneo, e manda quindici a venti rami dalla sua faccia anteriore, o convessa. Questi insieme colle intestina sottili s' inoltrano, si coprono della medesima, che molto dilatata ed estesa forma il così detto mesenterio, il quale in mezzo al raddoppiato foglio, di cui è composto, contiene i detti vasi, e le intestina sottili. Siccome poi dal lato concavo della suddetta arteria partono varii rami, così questi scorrono dietro e fuori del peritoneo per distribuirsi all' intestino colon ascendente, che soltanto in parte da questo rimane coperto. Il finquì detto conviene pure alla mesenterica inferiore, che dal sinistro lato dell' aorta si getta in fuori per formare il colon descendente.

Partendo dagli stessi principii si arriva a spiegare più chiaramente il modo, con cui si comporta il peritoneo nella regione epigastrica, e negli ipocondrii, sebbene la sua disposizione si mostri molto più complicata. L' arteria celiaca, che dalla faccia anteriore s'avanza dietro la detta porzione dorsale del peritoneo, dividendosi in tre rami fa sì, che il fegato, ugualmente che la milza, rimangono da questo ricoperti, quantunque le loro arterie sieno in fuori dirette, e che il ventricolo poi, per via di singolari e successive mutazioni, venga in particolar guisa da due lamine rinvolto. Dal che nasce la così detta *cavità peritoneale posteriore*, la di cui formazione non è stata finora spiegata. Viene questa con tanta chiarezza, dai Redattori della sovracitata

opera di Bichat, descritta, che non posso a meno di qui riferirla colle stesse loro parole : « Précisement au-
» dessous du col de la vésicule biliaire, et par une ou-
» verture, qu'une adhérence contre nature oblitère quel-
» quefois, mais qui dans l'état ordinaire permet avec fa-
» cilité l'entrée d'un ou de deux doigts, et qu'enfin les
» Anatomistes appellent assez ordinairement l'*hiatus de*
» *Winslow*, le péritoine envoie un grand prolongement
» en forme de cul-de-sac, tapissant et concourant même
» à former les parois d'une cavité, qui n'a d'autre moyen
» de communication avec la principale du péritoine, que
» l'ouverture dont nous venons de parler. Placée au-devant
» de la colonne vertebrale, derrière l'estomac, au-dessus
» du mésocolon transverse, cette cavité n'est qu'une es-
» pace dans lequel plusieurs parties sont simplement con-
» tiguës. On la nomme *arrière* ou *petite cavité périto-*
» *néale*, ou *cavité épiploique* : elle est au péritoine ; ce
» que sont à l'arachnoïde les ventricules du cerveau dont
» cette membrane revêt tout l'intérieur, et dans lequels
» elle s'introduit par l'ouverture que Bichat a découverte
» au-dessous de l'extrémité postérieure du corps calleux.
» Nous pouvons suivre sur les différens points de la cavité
» épiploïque, le prolongement du péritoine que nous ve-
» nons de supposer s'introduire par l'ouverture qui se voit
» au-dessous du col de la vésicule biliaire ; or voici quel
» est son trajet. Il tapisse la partie postérieure des vais-
» seaux biliaires, et forme ainsi le feuillet profond de

» l'épiploon gastro-hépatique ; se porte ensuite sur toute
» la surface postérieure de l'estomac et vers la grosse ex-
» trémité ; s'adosse avec la partie du péritoine qui, après
» avoir embrassé la rate, vient concourir à l'épiploon ;
» tout le long à la grande courbure il s'unit à celui qui
» a recouvert la face antérieure de l'estomac, et que nous
» avons abandonné plus haut. Unies intimement ces deux
» parties du péritoine se portent en bas, passent au-de-
» vant du colon transverse, s'étendent sur l'intestin grêle,
» jusqu'à la base du bassin, puis se réfléchissent en ar-
» rière sur elles-mêmes, et reviennent au colon transverse ;
» là, après avoir conséquemment formé, au-devant des
» circonvolutions intestinales, un ample repli composé de
» quatre feuillets, ces deux lames péritonéales se séparent,
» pour embrasser la circonférence du colon transverse, et
» se joindre de nouveau sur le côté postérieur de cet in-
» testin, qui de cette manière est placé dans leur inter-
» valle. De leur nouvelle réunion résulte un repli très-
» lâche, étendu jusqu'à la paroi postérieure de l'abdomen,
» c'est le mésocolon transverse. Elles se séparent ensuite
» définitivement : celle qui a formé le feuillet inférieur de
» ce dernier repli, et qui est en conséquence la suite de
» la portion du péritoine qui a recouvert la face antérieure
» de l'estomac, celle-là, dis-je, se réfléchit en bas, et
» vient se joindre à la portion moyenne du péritoine. Le
» feuillet supérieur est la continuation du prolongement de
» l'arrière-cavité, lequel se réfléchit de bas en haut, passe

» au-devant de la troisième portion du duodénum, du » pancréas, de la base des piliers du diaphragme, de la » veine cave, puis tapisse le petit lobe du foie, et se » rend enfin au sillon transversal, où nous avions commencé » son trajet ». Da questa ben chiara descrizione si raccoglie, che Bichat, egualmente che gli Estensori della sua Notomia descrittiva, suppongono, che la detta cavità peritoneale venga formata dalla introduzione di una porzione di questa membrana per l' apertura detta *hiatus di Winslow*, e la paragonano ad una consimile borsa, che forma l'aracnoidea, mentre, come insegna Bichat, questa, per il foro posto dietro il corpo calloso, s' introduce nelle cavità degli emisferi. Riserbandomi a dimostrare il modo, con cui si forma questa borsa dell' aracnoidea, poichè dipende dalle successive mutazioni, cui soggiacciono gli emisferi del cervello, m' accingerò a spiegare le particolari cause, da cui deriva la formazione di questo sacco peritoneale, e ne indicherò poscia i vantaggi, che se ne ottengono, ai quali non sembra che siasi fatta grand'attenzione.

Il ventricolo nell'uomo adulto è situato trasversalmente, sicchè viene ad occupare parte del sinistro ipocondrio, e la regione epigastrica. Se si considera però nel feto, a misura che questo si trova più vicino allo stato d'embrione, varia la posizione di quest' organo, dicono gli Anatomisti, sicchè viene a rendersi sempre meno orizzontale, in guisa che quando comincia ad apparire, come osservò l' Hallero in alcuni animali, ed io stesso più volte nei teneri feti

del majale, la sua direzione si scorge affatto verticale. Infatti nei feti ben formati, dice Bichat (1), *l'extrémité pilorique est dirigée sensiblement du côté du bassin, et la grande courbure tournée à gauche.*

Ora, posto il ventricolo con direzione verticale dietro la porzione dorsale del peritoneo, a misura che cresce, e s' innalza, allontanandosi da questa linea, quasi come un raggio, il di cui perno sia l' esofago, seco strascina il peritoneo, da cui rimane involto; perciò quando giunge colla sua estremità pilorica all' altezza naturale del collo della vescichetta del fiele, uno si accorge, che ha formato una borsa, o saccoccia (che è la cavità peritoneale posteriore), la di cui parete anteriore viene dal peritoneo, che copriva la faccia destra del ventricolo, per via di tal giro, resa posteriore, mentre dalla lamina peritoneale applicata al dorso ne risulta la parete posteriore. Da quanto si è detto ne segue parimenti, che il lato del ventricolo, il quale si trovava a sinistra nella posizione verticale, si rende anteriore, e che il margine anteriore diviene superiore e concavo, quale è la sua piccola curvatura. A misura che si rende superiore questo margine, il peritoneo, che lo ricopre, si avanza verso il piloro, e viene a formare l'omento epato-gastrico, le di cui lamine annesse alla metà posteriore del solco ombelicale, ed a quello della vena porta, un poco prima di giungere alla piccola cur-

(1) Anatom. descriptive, vol. V p. 3.

vatura, si separano, si estendono sopra i due lati, e si riuniscono alla grande curvatura, che costituiva il margine posteriore. Da questo si prolungano le medesime lamine sin oltre l'ombelico, ed in su poscia rivoltandosi vengono a formare il grand' omento, il di cui doppio foglio posteriore abbraccia il *colon*, e poscia si continua nel *mesocolon trasverso*, la di cui lamina superiore concorre a formare la cavità peritoneale di cui si tratta, mentre passa a formare l' interna dell' omento epato-gastrico. Per ben comprendere quanto si è detto, consiglierei di prendere un corpo di figura conica poco presso come il ventricolo, e ricoprendolo di un pannolino alquanto esteso, nel fargli descrivere il movimento o giro esposto, si vedrà, che in questa guisa si viene a formare la cavità peritoneale posteriore, egualmente che l'*hiatus di Winslow*.

Poichè si presenta occasione opportuna, me ne servirò per render ragione della disposizione dei nervi *pneumogastrici*, ossia dell'*ottavo pajo*, che si disperdono sul ventricolo, dal che verrà parimenti confermato il giro che fa il medesimo, come si è dimostrato. Egli è noto, che questi nervi uscendo dal plesso polmonale, si portano sui lati dell' esofago, ma che, dopo un breve tragitto, il sinistro viene a scorrere sulla faccia anteriore di questo tubo carnoso, e si disperde poscia per la corrispondente superficie del ventricolo; mentrechè il destro portandosi sulla faccia posteriore del canale suddetto, co' suoi filamenti principalmente si dirama sulla posteriore dell' anzidetto viscere.

Mi sembra evidente da questa disposizione, che l' esofago viene a partecipare dell'accennato movimento di conversione, e che perciò que' nervi, che scorrevano sui lati di questo tubo, e del ventricolo nella sua prima posizione verticale, hanno pur anche subito una mutazione, per cui il destro si è reso posteriore, ed anteriore il sinistro.

Rimarrebbe ora a ricercare la cagione, che può determinare questo movimento di conversione del ventricolo; ma pensando quanto sia facile l' andar errato nell' investigazione delle cause, non mi prenderò questo difficile assunto, e rifletterò soltanto, che possono contribuirvi la relativa diminuzione del fegato, che si trova in ragione dell' accrescimento del feto, e la maniera, con cui per opposti lati si dirigono dal tripode celiaco l' arteria epatica, e la lienale, da cui partono le gastro-epiploiche.

Da tutti si conosce la necessità della posizione orizzontale e trasversale dello stomaco, ma da nessuno è stata accennata l' utilità, che ne viene dalla cavità peritoneale posteriore. Rimanendo per via di questa quasi isolato e libero da ambidue i lati il ventricolo, ne segue, che può con tutta facilità, e senza nessun impedimento o alterazione gonfiarsi, dilatarsi, o restringersi: condizione indispensabile al perfetto esercizio delle operazioni, a cui serve questo ricettacolo, che ora affatto vuoto, ora di diverse sostanze, di liquidi o di gaz si trova ripieno, epperciò in una continua agitazione, che non potrebbe aver luogo, qualora dalla membrana peritoneale venisse troppo strettamente contenuto.

DELLA PLEURA.

Se il metodo proposto per descrivere il peritoneo conduce a spiegare più naturalmente i diversi suoi prolungamenti, ed a comprendere più facilmente le relazioni, che conserva colle diverse parti, colle quali viene a trovarsi a contatto, non meno utile potrà riuscire per avere una idea ben chiara di quelle membrane conosciute sotto il nome di pleure, da cui sono intonacate le pareti toraciche, e ne sono inviluppati i visceri principali.

La natura delle pleure, secondo gli Anatomisti, è la medesima di quelle, che *serose* si chiamano dai Francesi, quale si è il peritoneo, e l' aracnoidea, ma non se ne conosce poi tutta l' estensione; imperciocchè vengono considerate, come sacchi distinti tra di loro, le due pleure che inviluppano i polmoni, ed il pericardio che circonda il cuore, e sono principalmente da Bichat paragonati a quei berretti, che rappresentano una borsa chiusa da tutte le parti, ma che se viene ad introdursi, come si suol fare, una metà nell' altra, ne succede, che la metà interna dev' esser quella, che si attacca al viscere, mentre l'altra forma un ricettacolo, in cui il viscere liberamente si muove; avvegnachè tutta l' interna superficie del sacco si trova liscia, polita, e vuota come quella del peritoneo.

Venendo ora questi tre ricettacoli formati da membrane della stessa natura, ho dubitato che potessero essere com-

poste d'una sola molto estesa membrana, la quale, non altrimenti di quello che fa il peritoneo nell'abdome, venisse ad involgere i principali visceri contenuti nel torace. Si sono poi accresciuti i miei dubbi col riflettere, che il celebre Soëmmering, esaminando le fibre tendinee, che formano la lamina esterna del pericardio, le aveva seguite fino sopra i vasi, che si portano ai polmoni; ho però creduto dover fare ricerche sull'estensione della membrana che forma questo sacco, dalle quali mi è risultato, che il pericardio, lasciando il cuore, si estende lateralmente sopra i detti vasi, e si continua colle lamine del mediastino, che da questi vengono oltrepassati.

Non era però facile l'immaginare, come mai abilissimi Anatomisti avessero potuto asserire, che il pericardio si continua colle membrane esterne del cuore, ciò che darebbe luogo al berretto, di cui superiormente si è parlato; ma esaminando questo sacco alle sue sommità tanto dalla parte anteriore, che dalla posteriore, ove circondando i grossi vasi, presenta un semi-arco, vi trovai realmente questa continuazione, la quale però più non esiste ove si prolunga sui vasi polmonali, e sui bronchi.

Per togliere adunque queste difficoltà, ed avere un'idea esatta della membrana, che forma i sacchi della pleura, ed il pericardio, e che io distinguerò col solo nome di pleura, conviene pure rappresentarsela fatta a guisa di un' ampia vescica senz'apertura, dietro cui poco per volta vanno sviluppandosi il cuore, ed i polmoni. A misura poi

che questi organi vanno crescendo, trovandosi in contatto coll' esterna superficie, se gli attaccano, ed acquistano in sì fatta guisa la membrana esterna, di cui sono ricoperti, intanto che la porzione più rimota viene a formare gli accennati sacchi, in cui sono i detti visceri contenuti. Il cuore perciò, come quello che è il primo a manifestarsi, s' inoltra dietro la lamina posteriore della pleura, che viene a servirgli di membrana esteriore; e siccome per la vicinanza se gli adatta porzione della lamina anteriore, così viene a formarsi un ricettacolo, qual è il pericardio. Intanto da ambi i lati spingendosi avanti, sebbene un poco più tardi, le arterie polmonali cogli annessi polmoni, viene da questi sollevata dietro l' anzidetta membrana, che ne diventa l'esterno inviluppo; mentre la porzione di pleura, che non è contigua, prende la forma di due distinti sacchi, che, col mezzo delle loro interne pareti formanti il mediastino, si estendono sui vasi, che partono dal cuore, e si continuano colla lamina, che costituisce il pericardio.

La pleura adunque, non altrimenti che il peritoneo, vien formato da un sacco chiuso da ogni parte, in cui, per maggior intelligenza, si possono distinguere due porzioni, una più internamente situata, che si attacca, e si estende sul cuore, sopra i vasi polmonali, e sopra i polmoni, e l' altra più superficiale, che si conforma nei due sacchi della pleura, che si prolunga pur anche sui vasi suddetti, e si continua col pericardio.

Da queste osservazioni si può conchiudere, 1.° che il

metodo, che ho proposto per descrivere le membrane *serose*, che vestono la cavità toracica, e l'abdominale, riesce più naturale, e più facile per render ragione dei varii loro prolungamenti;

2.° Che la cavità posteriore del peritoneo, stata così poco considerata dagli Anatomisti, non vien formata dalla introduzione di una porzione del peritoneo per l'apertura di Winslowio, ma bensì dal movimento di conversione, che fa il ventricolo dal sinistro verso il destro lato;

3.° Che i due sacchi della pleura, ed il pericardio sono formati da una sola membrana, che si continua con quella di cui sono esternamente rivestiti il cuore, ed i polmoni, non altrimenti che si osserva nei visceri abdominali.

LA

METEOROLOGIA TORINESE

OSSIA

RISULTAMENTI

DELLE OSSERVAZIONI FATTE DAL 1757 AL 1817.

DEL PROFESSORE A. M. VASSALLI-EANDI.

Letta nell' adunanza del dì 24 di gennajo 1819.

Se è cosa dilettevole ed utile il conoscere la storia naturale dei minerali, delle piante, e degli animali, non meno certamente lo dee essere il conoscere quella della nostra atmosfera, le sue modificazioni, e gli effetti delle medesime sopra tutti i corpi sublunari, e principalmente sopra i vegetabili, e gli animali, vale a dire il sapere la meteorologia in generale particolarmente applicata all'agricoltura, ed alla medicina.

Per tal fine i primi abitatori della terra, come provai altrove (1) con la scorta delle sacre Carte, e dei più an-

---

(1) Saggio di un trattato di meteorologia, stampato nelle Memorie della Società Italiana delle Scienze, tom. XVII. 1815.

tichi scrittori, studiarono la meteorologia; i primi filosofi ne dettarono trattati; ed al rinascimento delle scienze le Accademie, e gli uomini più dotti l'ebbero in pregio singolare, e la fecero oggetto dei loro studi (1).

Poichè videro ben essi, che, mancando all'albero della scienza generale della natura la meteorologia, trovasi esso monco di uno dei più importanti e dei più estesi rami, e che essa porge uno dei più possenti aiuti, tanto per rispetto all'agricoltura, che alla medicina, giacchè, al dire del celebre De-Mairan, colle osservazioni meteorologiche fatte accuratamente per lungo tempo si riuscirà probabilmente a rendere l'agricoltura, e la medicina più perfette e più sicure di quanto si potrebbe sperare di ottenere dalle speculazioni le più sublimi della fisica spogliata di questo soccorso (2).

Tal mira ebbe il celebre Duhamel nel pubblicare le sue osservazioni botanico-meteorologiche, paragonando continuamente le modificazioni dell'atmosfera coi prodotti della terra, con le malattie degli uomini e degli animali; altra non ne ebbe il Dottore Malouin nello scrivere le sue osservazioni medico-meteorologiche, onde far conoscere l'effetto delle varie modificazioni dell'atmosfera nelle diverse malattie. Il Dottore Berriat osservò, che i rimedi non agis-

(1) De la Hire, Cassini, Maraldi ec. V. Cotte, traité de météorologie, discours préliminaire.

(2) V. Histoire de l'Académie des sciences de Paris, années 1743 p. 15.

cono ugualmente nei tempi delle varie vicende atmosferiche, e che debbono diversificarsi nelle dosi a norma delle medesime.

Persuasi i dotti essere in gran parte vera la massima di Teofrasto, *annus fructificat, non tellus*, ciò che particolarmente si osservò nel 1817, e del precetto d' Ippocrate, *medicinam quicumque vult recte consequi, eum haec agere oportet; primum quidem anni tempestates animadvertere, quid harum quaeque possit efficere, non enim quidquam habent simile*; parecchi fra i medesimi studiarono l'applicazione della meteorologia all'agricoltura, ed alla medicina; l'Abate Toaldo, professore di geografia, astronomia e meteorologia a Padova, dettò la sua dissertazione coronata dalla Reale Società delle scienze di Montpellier sul problema proposto: = Qual è l' influenza delle meteore sulla vegetazione, e quali conseguenze pratiche possono ricavarsi, relativamente a quest'oggetto, dalle differenti osservazioni meteorologiche sinora fatte =, ed il Dottore Retz scrisse la sua dissertazione sopra la meteorologia applicata alla medicina, ed all' agricoltura, premiata dalla Reale Accademia di Bruxelles, che ne avea proposto il quesito.

Ma di troppo mi allontanerei dal mio soggetto, se volessi anche brevemente indicare ciò che già fu fatto in vantaggio della scienza meteorologica, e delle sue applicazioni all'agricoltura, ed alla medicina; accennerò soltanto brevemente quali possono essere state le cagioni principali,

per le quali con la necessaria assiduità non si continuarono i così ben intrapresi studi di tal importantissimo ramo delle scienze naturali.

La lunga serie di accuratissime osservazioni, che si richiede per potere stabilire una massima meteorologica con qualche fondamento, è forse la principale cagione che distolse molti da questi studi, tanto più che generalmente i lavori letterarii non si onorano in ragione della loro utilità, come dovrebbe essere, ma principalmente della novità, e dell' appariscente ingegno, onde gli scrittori trovarono essere ad essi molto più facile e vantaggioso con breve applicazione produrre qualche cosa che possa a un tratto rivolgere l' attenzione universale, che di aspettare molti e molti anni a pubblicare i risultamenti delle loro meditazioni.

L' impazienza di attendere lungo tempo ad osservare, e paragonare i fatti tra di loro per dedurne conseguenze almeno probabili, portò parecchi a stabilire teorie, e fondare sistemi meteorologici sopra piccol numero di osservazioni; dal che ne seguì che le loro immaginazioni non sostennero il paragone di altre esatte osservazioni, poichè *opinionum commenta delet dies*.

Gli sbagli di questi portarono molti altri a contentarsi di registrare minutamente i fatti senza paragonarli per dedurne conseguenze utili alla scienza, ed applicazioni vantaggiose; ed alcuni considerando le gravissime difficoltà che conviene superare per conseguire la scienza meteoro-

logica, e giudicando che senza avere un sistema meteorologico analogo all'astronomico, ed egualmente certo, non si possa ricavare alcun profitto dallo studio delle meteore, credettero che i registri delle medesime non possano ad altro servire che ad appagare una sterile curiosità.

Quanto una tale credenza sia lontana dal vero, appare chiaramente dalle seguenti considerazioni.

1.° Non è da meravigliarsi che la scienza meteorologica non sia così perfetta come lo è l'astronomica, perchè essa è infinitamente più difficile.

Primieramente perchè il sistema astronomico non è retto che dalla impulsione iniziale e dall'attrazione, e nel sistema delle meteore agiscono molte cause e più di tutte l'attrazione pe' suoi effetti sopra l'atmosfera, la luce, il fuoco, o calorico, l'elettricità, le acque correnti, e stagnanti, la vegetazione, le affinità, e soprattutto i venti irregolari.

In secondo luogo all'Astronomo bastano osservazioni comunque separate di spazio, di luogo, e di tempo per determinare la successione dei fenomeni.

Al Meteorologico abbisognano osservazioni continuate per conoscere la connessione delle successive modificazioni atmosferiche; la mancanza della quale assiduità è probabilmente la precipua cagione dell'incertezza che ingombra la Meteorologia.

2.° Le osservazioni meteorologiche comunque interrotte, cioè fatte soltanto due o tre volte al giorno, e ristrette alle principali, purchè esse siano esatte, possono

essere di grande utilità, come già indicai nella seconda nota ai risultati delle osservazioni meteorologiche fatte alla specola dell' Accademia dal dì 1.° di gennaio 1787 sino al medesimo giorno del 1807 (1).

Infatti chiunque desidera di determinare p. e. gli effetti probabili dell' influenza della luna sopra la nostra atmosfera, può paragonare le suddette osservazioni con l' età, la posizione, e le fasi della medesima. In tal modo si possono pure esaminare i diversi cicli delle stagioni, che sono stati proposti da varii scrittori, onde conoscere fino a qual grado siano essi degni di fede. Nella stessa guisa si possono paragonare le osservazioni meteorologiche con la storia delle epidemie, delle annate di abbondanza e di carestia, e con altri straordinari evenimenti importanti, che succedettero in diversi tempi, ricavando le notizie dei fatti, che si desiderano paragonare con le osservazioni meteorologiche, dagli scritti di economia pubblica, di storia, di medicina ec. Per mezzo di tali riscontri si possono esaminare i pronostici, ed i proverbi relativi alla meteorologia botanica, ed alla meteorologia medica, e si potranno stabilire diverse verità empiriche, le quali saranno utilissime, come molte della stessa natura sono vantaggiose nelle due arti più necessarie, l' agricoltura, e la medicina; e tali verità possono aprire l' adito a verità scientifiche.

---

(1) V. Mém. de l'Acad. des sciences de Turin, tom. XVI pag. 20.

3.° A molti difetti della meteorologia si può riparare sostituendo agli stromenti ordinari altri stromenti molto più perfetti. Così alla mancanza della continuità nelle osservazioni meteorologiche, mancanza che accennai superiormente qual fonte principale di molte incertezze nella meteorologia, si può rimediare col giovarsi del meteorografo, che io ho descritto nel vol. XII dei nostri Atti accademici, e che sarebbe già in uso, se circostanze particolari non ne avessero impedita l' esecuzione.

Molto tempo prima parecchi Fisici avevano già proposti stromenti meteorologici, che lasciano la traccia delle loro variazioni nelle diverse ore della giornata; ma tali stromenti essendo per lo più di grave spesa, e sovente infedeli, furono abbandonati (1). Sin dal 1798 ho descritto un barometro, ed un termometro, che segnano le loro variazioni per quel tempo che piace di frapporre tra l'una e l' altra osservazione (2); stromento che per più di due lustri diede prove evidenti de' suoi vantaggi agli studenti nelle pubbliche lezioni di fisica sperimentale. In seguito immaginai il meteorografo sopra indicato, al quale si possono aggiungere facilmente tutti i principali stromenti, nè pare potersi, come di assai altri analoghi stromenti proposti, dubitare della sua esattezza, essendo molto più semplice, e perciò anche di minor costo.

(1) V. Notice d'un météorographe etc. Mém. de l'Acad. des sciences de Turin, tom. XII, pag. 429, 430.

(2) V. Memorie della Società Italiana, tom VIII. pag. 516.

Per mezzo di tale stromento avendosi la desiderata continuità nell' indicazione delle variazioni atmosferiche, non vi sarà più pericolo di attribuire ad una modificazione segnata al momento dell' osservazione l' effetto di altra modificazione, che per essere stata tra l' una e l'altra osservazione non si potè registrare, non potendosi della medesima molte volte nemmeno avere alcuna idea.

4.° Non mediocre vantaggio si otterrà certamente, se alle osservazioni meteorologiche le più esatte, e le più compiute che fare si possono, aggiungansi tutte le altre che sono contenute negli annali dell' osservatorio, pubblicati per gli anni 1809, 1810, 1811 (1), vale a dire i fenomeni straordinarii, quando ve ne furono, l' altezza giornaliera delle acque dei fiumi, il paragone tra le osservazioni ed i proverbi meteorologici tanto in generale, quanto i relativi alla luna, le epoche naturali, cioè l'arrivo degli uccelli di passaggio, l' apparizione degl' insetti, le osservazioni campestri, la fioritura delle piante, i danni cagionati dagl' insetti, gli accoppiamenti, e le nascite degli animali domestici, il paragone dei proverbi concernenti all'agricoltura, con le osservazioni relative a'medesimi, esaminando le basi di tali proverbi; i matrimoni, e le nascite, le malattie, e la mortalità degli uomini; le malattie, e la mortalità degli animali domestici; infine i prezzi

(1) V. Annales de l'Observatoire de l'Académie de Turin, avec des notices statistiques concernantes l'agriculture et la médecine.

delle diverse derrate; alle quali osservazioni se ne possono aggiungere moltissime altre, p. e. la notizia delle operazioni dei più abili e più attivi agricoltori in ciascun mese dell' anno, tanto nelle montagne che nelle pianure, il giornale delle api, tenendo un alveare sopra una bilancia per determinare col peso l' accrescimento, e la diminuzione del prodotto delle api, onde determinare quanto raccolgono, e quanto consumano nelle diverse stagioni, e nelle varie vicende atmosferiche, quando più conviene trarne il loro prodotto; le ricerche relative alla mortalità giornaliera, all' età, al sesso, ed alla condizione delle persone affette dalle diverse malattie, e particolarmente alle morti subitanee, al carattere delle malattie popolari, principalmente se sono pericolose, agli effetti de' varii rimedi nelle diverse stagioni, nè' diversi paesi, e nel tempo delle varie modificazioni atmosferiche; in fine tutte quelle altre osservazioni, che possono contemporaneamente concorrere al perfezionamento della meteorologia, della storia naturale, dell'agricoltura, e della medicina.

Si potrebbero pure paragonare le suddette osservazioni con le analoghe che si fanno in altri paesi, la qual cosa per quanto spetta alle osservazioni meteorologiche, si pratica in oggi dalla Società delle scienze naturali in Aarau capitale del cantone Svizzero dell'Argovia; e quanto spetta alla parte medica, trovasi già in gran parte eseguito dall' Istituto clinico Romano, come appare dal libro pubblicato dal Professore De Matthaeis, meritamente encomiato dal

nostro collega il Professore Tantini, che lo fece conoscere all' Italia per mezzo della sua accurata analisi dello stesso libro.

Parmi non potersi mettere in dubbio, che con tali osservazioni si perfezionerebbero le scienze naturali ed economiche, e le arti tutte che le concernono; e da lungo tempo vivo nella dolce speranza che tali notizie utilissime all' uomo di stato, ai dotti, ed agli agricoltori, possano venire una volta raccolte, e continuate pel tratto di tempo necessario a rendere agli uomini i più grandi vantaggi, e particolarmente di poter prevedere gli effetti delle straordinarie modificazioni atmosferiche sopra i prodotti della terra, e sopra la sanità degli animali, onde provvedere alle carestie, ed avere, per quanto si può, una medicina *profilattica*, ed almeno non aver sempre a tentare diversi rimedi prima di conoscere il più opportuno per guarire i mali prodotti dall' intemperie delle stagioni.

Mentre le scienze naturali aspettano che qualche fortunato Meteorologico possa essere in circostanze favorevoli da presentare i vantaggi sopra indicati, persuaso dalla seconda considerazione, che anche le nude osservazioni meteorologiche possono essere di grande utilità a chiunque ne voglia e ne sappia ricavare profitto, trovandomi il corredo d' una raccolta di più di sessant' anni di osservazioni fatte in parte dal Conte Ignazio Somis, ed in parte da diversi successivi Osservatori alla nostra specola sotto la mia direzione, pensai di fare cosa nè inutile, nè disag-

gradevole presentando in ristretto le medesime osservazioni, onde far conoscere quanti sieno stati i giorni sereni e piovosi per ogni mese dell' anno; quale sia stato il numero medio dei giorni sereni, piovosi ec. in ciascun mese dell' anno dal 1757 al 1817; quale sia stata la temperatura media in Torino risultante da due osservazioni al giorno per lo spazio di sessant'anni; quali siano state le altezze massime e minime del termometro, con la data del giorno, e lo stato del cielo per ogni mese dell' anno dal 1757 al 1786; quali siano state le altezze massime, minime e medie del barometro e del termometro per ogni mese dell'anno dal 1787 al 1817; alle quali osservazioni ho aggiunto alcune altre notizie sulla quantità dell' acqua caduta, ed evaporata a Torino, al Montecenisio, ed al Gran S. Bernardo negli otto primi mesi del 1813; finalmente sopra la grande quantità d' acqua caduta a Torino, ed al Gran S. Bernardo nello stesso predetto spazio di tempo.

Le differenze, che vi sono nello stato meteorologico di sessanta annate, provano abbastanza, che il medio dedotto dalle medesime se presenta una probabilità per conoscere lo stato futuro di un' altra annata, è però ben lontano dal persuadere, che si possano inferire con qualche certezza le atmosferiche modificazioni, che si osserveranno in un tempo determinato.

ANNOTAZIONE.

Per i primi trent' anni non si è fatto il calcolo delle altezze medie del barometro, perchè le osservazioni del Conte Somis sono state fatte sovente in luoghi diversi.

Le osservazioni termometriche dei primi trent' anni sono state fatte due volte al giorno; quelle dei secondi trenta anni, tre volte. Quindi per poterle paragonare insieme convenne, nel secondo periodo, prescindere dalle osservazioni della sera; ciò che si è fatto nella tavola sesta.

Le osservazioni dello stato del cielo sono state fatte due volte al giorno nel primo periodo; ed ora una volta sola, ora tre, nel secondo. Quindi proviene, che i numeri dei giorni sereni nei due periodi non sono tali da poter essere paragonati insieme: perchè v'ha tal giorno, in cui le due ossevazioni del mattino e della sera sono, per esempio, di pioggia, o di nuvoli, nel quale vi avrebbe forse anche un' indicazione di sereno, se si fosse fatta un' osservazione di più, al mezzodì. Questo difetto non si trova nei numeri dei giorni piovosi; perchè ogni giorno, in cui piovette, è stato certamente notato dall'osservatore anche allorquando la pioggia precedette l' osservazione; e nel farne il riepilogo, non si è tenuto conto delle osservazioni della medesima natura ripetute in uno stesso giorno.

Nelle tavole indicanti i giorni sereni ed i piovosi, per riempire i vuoti provegnenti dai mesi mancanti di osser-

vazioni si è posto in luogo loro il numero medio (segnato con un asterisco) risultante dalle osservazioni rimanenti per gli stessi mesi; così si è ottenuta la somma totale, se non esatta, almeno non molto scostantesi dal vero.

Nella tavola quinta i segni + e — indicano, che il numero precedente è prossimamente minore o maggiore del numero medio vero, che porterebbe seco una frazione. La differenza però di questi due numeri è sempre minore della metà di un' unità.

Le osservazioni meteorologiche, che si serbano negli archivi dell'Accademia, cominciano dal 1753; ma siccome in esse si trovano di quando in quando lacune di alcuni mesi, si è giudicato bene di cominciare solamente le tavole dal 1757, per aver uno spazio di 60 anni giusti, facendo concorrere i primi quattro anni tralasciati nella ricerca delle medie di quei mesi, nei quali le osservazioni rimanenti non sarebbero state in numero bastante.

Numero dei giorni sereni di ogni mese e di ogni anno, dal 1757 al 1787.

	Genn.	Febbr.	Marzo.	Aprile	Magg.	Giugn.	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Nov.	Dic.	Anno intiero
1757	10	13	20*	18*	15	18	31	26	20	19*	25	23	238
1758	16	21	24	18	25	23	27	24	24	14	16	19	241
1759	28	21	22	17	17	23	26	24	21	22	22	7	250
1760	18	22	23	23	18*	19*	28	26	20	24	19	16*	256
1761	28	19	17	14	15	12	27	21	18	23	17	13	224
1762	22	24	20	24	17	16	26	19	21*	19*	22	11	241
1763	8	16	25	19	14	15	28	28	21*	27	23	18	242
1764	17	19	17	21	20	25	25	26	21*	19*	13	15	238
1765	12	12	21	20	18	19*	25*	22	24	21	13	25	232
1766	25	17	21	11	19	22	24	28	27	12	24	13	233
1767	26	12	25	19	24	17	23	25	22	22	17	20	252
1768	20	22	24	19	21	20	28	24*	17	12	24	21	252
1769	17	18	20	15	22	22	20	25	22	19	18	22	240
1770	26	15	12	19	18	24	21	27	24	19	16	14	235
1771	15	12	13	18*	18*	17	23	26	21	25	27	13	228
1772	11	15	12	16	12	26	27	19	19	24	19	16	216
1773	21	22	22	19	17	15	21	25	27	19*	19*	16*	243
1774	19	18	18	16	17	21	28	24	18	22	20	18	239
1775	16	16	27	21	14	19*	25*	24*	21*	19*	22	16*	240
1776	7	21	22	17	22	15	20	22	18	14	17	24	219
1777	21	17	21	16	10	17	21	28	24	8	22	16	221
1778	12	18	17	16	19	22	24	30	24	16	17	27	242
1779	25	26	22	24	19	16	26	23	18	17	20	16	252
1780	19	21	21	22	22	21	25	16	21*	19*	17	17	241
1781	15	19	25	13	15	11	22	16	21*	19*	19*	9	204
1782	20	18	20	12	15	29	23	22	25	26	18	17	245
1783	18	17	16	23	15	13	22	18	16	22	23	10	213
1784	22	22	17	16	24	24	27	21	19	6	22	13	233
1785	16	19	21	15	22	26	29	25	23	24	19	11	250
1786	22	22	18	13	20	16	21	26	16	18	10	20	222

Numero medio dei giorni sereni per ogni anno = 236.

Numero dei giorni sereni di ogni mese e di ogni anno, dal 1787 al 1817.

	Genn.	Febbr.	Marzo.	Aprile	Magg.	Giugn.	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Nov.	Dic.	Anno intiero
1787	20	15	16	13	11	17	16	18	15	13	8	6	168
1788	15	7	17	19	12	11	18	21	15	10	6	10	161
1789	6	19	15	12	16	18	23	21	19	9	14	15	187
1790	17	17	16	8	11	18	24	16	20	13	7	22	189
1791	15	17	27	8	10	14	16	17	18	11	12*	13*	178
1792	6	24	10	19	8	13	23	18	13	8	14	16	172
1793	19	15	6	10	7	20	22	22	11	22	10	14	178
1794	12	23	11	13	8	13	16	17	16	20	11	16	176
1795	19	9	15	14	26	9	16	19	15	12	14	16	184
1796	17	16	20	15	10	18	23	18	20	10	16	16	199
1797	19	23	13	17	6	11	21	18	10	19	15	14	186
1798	11	23	14	8	18	8	26	28	6	14	16	13	185
1799	22	14	13	6	11	14	20	22	14	14	22	13	185
1800	6	5	9	12	12	14	15	25	18	19	12	10	157
1801	9	15	16	15	9	19	25	25	10	12	3	14	172
1802	19	13	13	20	12	19	18	30	23	7	9	16	199
1803	4	11	10	13	17	20	17	17	15	14	12	12	162
1804	8	14	13	18	9	23	12	10	21	11	0	4	149
1805	6	7	15	3	13	3	11	8	11	10	15	12	114
1806	9	5	6	3	16	6	5	10	4	11	10	6	91
1807	14	8	6	8	8	8	3	12	9	11	4	5	96
1808	14	13	6	9	11	10	12	9	4	13	5	12	118
1809	9	9	9	6	5	7	5	10	10	9	11	12	102
1810	14	11	9	7	5	8	13	5	7	7	7	17	110
1811	8	5	19	3	8	6	6	9	8	11	17	16	116
1812	13	8	6	6	6	7	8	10	12	9	8	7	100
1813	7	10	10	10	6	1	8	16	9	15	11	14	117
1814	13	21	17	11	13	17	26	10	22	13	17	9	189
1815	15	19	21	11	19	16	21	22	21	19	24	20	228
1816	19	23	24	24	24	24	18	26	25	18	20	21	266

Numero medio dei giorni sereni per ogni anno = 161.

Numero dei giorni piovosi di ogni mese e di ogni anno, dal 1757 al 1787.

	Genn.	Febbr.	Marzo	Aprile	Magg.	Giugn.	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Nov.	Dic.	Anno intiero
1757	0	4	6*	10*	9	15	10	8	10	8*	4	3	87
1758	5	4	16	15	17	18	8	11	8	8	12	7	129
1759	0	3	8	10	11	10	6	9	5	8	3	16	89
1760	7	3	4	7	13*	13*	8	6	9	6	9	6	91
1761	1	3	10	14	22	24	7	12	14	6	8	10	131
1762	2	1	3	5	13	13	8	7	8*	8*	6	5	79
1763	2	10	0	10	15	17	2	2	6*	3	3	5	77
1764	0	4	8	4	11	8	12	6	8*	8*	9	9	89
1765	10	5	5	9	14	13*	8*	9	4	7	12	5	101
1766	0	2	8	19	11	12	7	8	3	16	13	2	101
1767	0	6	1	9	9	15	7	7	6	7	9	3	79
1768	2	0	0	4	8	10	5	7*	7	16*	3	4	66
1769	5	0	3	15	9	9	10	7	5	8*	7	3	81
1770	0	5	13	6	17	14	9	8	8	12	7	2	103
1771	5	0	9	10	13*	7	3	3	10	4	3	14	81
1772	8	9	13	10	18	4	7	8	14	7	10	10	118
1773	1	3	4	12	15	13	13	9	6	8*	7*	6*	97
1774	4	5	9	15	19	13	10	3	10	3	3	2	96
1775	4	0	2	5	13	13*	8*	7*	8*	8*	6	6*	82
1776	3	8	7	12	11	10	10	9	11	14	3	1	99
1777	3	7	9	8	19	15	13	6	3	16	3	4	106
1778	7	1	14	17	13	17	8	3	11	7	7	3	108
1779	1	0	14	4	12	21	7	8	10	8	2	7	94
1780	0	3	0	4	6	11	6	15	8	8*	6	3	70
1781	3	0	3	12	15	21	5	10	8	8*	7*	7	99
1782	2	1	5	19	14	10	4	13	5	9	5	6	93
1783	4	3	10	4	17	16	10	12	12	8	5	5	106
1784	6	1	8	8	6	5	3	9	10	15	7	3	81
1785	2	4	3	11	12	3	5	5	5	2	10	16	78
1786	7	2	9	15	11	21	10	6	5	3	16	4	109

Numero medio dei giorni piovosi per ogni anno = 94.

Numero dei giorni piovosi di ogni mese e di ogni anno, dal 1787 *al* 1817.

	Genn.	Febbr.	Marzo.	Aprile	Magg.	Giugn.	Luglio	Agosto	Sett.	Ottob.	Nov.	Dic.	Anno intiero
1787	5	3	7	13	8	7	10	7	5	4	9	4	82
1788	6	4	10	2	10	9	6	4	7	5	4	4	71
1789	1	2	4	9	5	6	4	10	2	9	5	1	58
1790	1	0	4	8	12	8	3	3	4	10	11	1	65
1791	4	5	1	9	13	6	7	6	4	8	6*	3*	72*
1792	8	0	9	5	16	13	4	4	8	9	4	0	80
1793	2	1	13	14	12	3	5	1	8	3	14	6	82
1794	6	0	3	10	14	11	5	2	4	4	8	2	69
1795	0	3	8	11	5	12	4	4	8	9	6	4	74
1796	7	4	1	4	9	13	4	7	6	12	7	5	79
1797	2	2	5	6	19	14	4	7	5	4	3	3	74
1798	5	0	6	12	6	17	2	1	10	10	3	2	74
1799	0	1	8	17	16	15	2	5	2	7	1	6	80
1800	8	4	4	8	8	9	5	5	3	3	8	7	72
1801	0	2	6	8	17	7	3	3	10	11	5	2	74
1802	2	2	9	1	8	0	3	0	0	12	8	4	49
1803	8	2	10	7	7	3	9	6	8	8	11	3	82
1804	10	3	7	9	13	2	13	7	2	14	8	7	95
1805	2	2	2	12	8	13	13	6	4	3	0	2	67
1806	0	2	6	13	10	12	9	12	8	6	6	3	87
1807	0	2	7	6	7	9	10	10	12	6	13	2	84
1808	0	1	1	6	9	13	8	7	13	11	10	0	79
1809	2	4	6	15	14	18	13	7	8	6	8	5	106
1810	3	4	12	13	21	15	12	13	14	6	10	5	128
1811	1	5	1	14	11	15	17	12	11	7	1	1	96
1812	0	4	11	7	12	13	10	11	6	11	6	2	93
1813	5	2	6	8	7	20	11	6	10	6	2	9	92
1814	1	0	6	10	7	15	9	9	1	14	11	3	86
1815	3	3	1	12	13	16	10	6	5	11	2	0	82
1816	2	2	2	7	6	6	8	10	5	12	6	0	66

Numero medio dei giorni piovosi per ogni anno = 80.

Stato dell' atmosfera nei diversi mesi dell' anno ricavato dalle osservazioni di sessant' anni compresi tra il 1753 ed il 1817.

Nome del mese	*Per i primi trent' anni, numero medio de' giorni in ciascun mese*						
	di vento	sereni	piovosi	annuvolati	di neve	di gragnuola	di nebbia
Gennaio	2 —	18 +	3 +	14 —	4 +	0	3 +
Febbraio	4 +	18 +	3 +	11	4 —	0	2 —
Marzo	9 —	20 —	6 +	14 —	2 —	1 ogni 30 anni	1 —
Aprile	9 —	18 +	10 —	15 +	1 —	1 —	3 ogni 10 anni
Maggio	4 +	18 +	13 +	18 —	1 ogni 30 anni	1 —	1 ogni 4 anni
Giugno	3 —	20 —	13 —	16	0	1 —	1 +
Luglio	6 —	25 —	8 —	13 +	0	1 —	2 +
Agosto	4 +	24 —	7 +	14 +	0	1 —	2 +
Settembre	4 —	21 +	8 —	14 +	0	1 ogni 5 anni	2 —
Ottobre	4 —	19	8 +	14 +	1 ogni 12 anni	1 ogni 4 anni	4 +
Novembre	3 +	19 —	7 —	12 —	1 —	1 ogni 30 anni	4 +
Dicembre	2 —	16 +	6 —	13 —	3 +	1 ogni 30 anni	5 —

Nome del mese	*Per i secondi trent' anni, numero medio dei giorni in ciascun mese*						
	di vento	sereni	piovosi	annuvolati	di neve	di gragnuola	di nebbia
Gennaio	2 +	13 —	3 +	10 —	4 +	0	5 —
Febbraio	4 —	14 —	2 +	10 —	2 +	1 ogni 30 anni	4 +
Marzo	4 +	13 +	6 —	11 +	2 —	1 ogni 4 anni	1 +
Aprile	4 +	11 +	9 +	10 +	1 ogni 6 anni	1 ogni 2 anni	1 —
Maggio	3 +	12 —	11 —	10 —	0	3 ogni 5 anni	1
Giugno	3 +	13 +	10 +	9 —	0	1 ogni 2 anni	1 —
Luglio	4 —	16 +	7 +	10 —	0	1 ogni 2 anni	1 —
Agosto	2 +	17 +	6 +	10 —	0	1 ogni 7 anni	1 +
Settembre	2 +	14 —	7 —	11 +	0	1 ogni 10 anni	2 —
Ottobre	2 +	12 +	8 +	11 —	1 ogni 30 anni	1 ogni 10 anni	4 —
Novembre	2 +	11 +	6 +	9 +	1	1 ogni 30 anni	4 +
Dicembre	3 —	13 —	3 +	9 +	3 —	0	5 +

Temperatura media di ciascun mese risultante da due osservazioni al giorno, per lo spazio di 60 anni.

Primi 30 anni dal 1757 al 1787		Secondi 30 anni dal 1787 al 1817.	
Gennajo	0,41.	Gennajo	0,02.
Febbrajo	2,89.	Febbrajo	2,55.
Marzo	6,57.	Marzo	5,68.
Aprile	10,61.	Aprile	8,69.
Maggio	13,85.	Maggio	13,53.
Giugno	16,83.	Giugno	16,13.
Luglio	19,60.	Luglio	18,24.
Agosto	18,73.	Agosto	18,12.
Settembre	15,71.	Settembre	14,86.
Ottobre	10,52.	Ottobre	10,42.
Novembre	5,23.	Novembre	5,02
Dicembre	2,11.	Dicembre	1,13.

Altezze medie annue del termometro dal 1757 al 1817, e del barometro dal 1787 al 1817.

Anno	Altezza media del termometro.	Anno	Altezza media del termometro.	Anno	Altezza media del termometro.	Altezza media del barometro.	Anno	Altezza media del termometro.	Altezza media del barometro.
1757	10 45	1772	11 18	1787	10 16	27 4 60	1802	10 19	27 5 40
1758	10 29	1773	10 03	1788	9 93	27 5 59	1803	9 81	27 3 41
1759	11 07	1774	9 94	1789	9 36	27 5 24	1804	10 12	27 3 47
1760	10 47	1775	10 68	1790	10 12	27 6 99	1805	8 54	27 3 52
1761	10 63	1776	10 22	1791	9 72	27 5 69	1806	10 00	27 3 59
1762	10 44	1777	9 56	1792	9 11	27 4 82	1807	9 91	27 3 34
1763	10 23	1778	10 25	1793	9 27	27 4 88	1808	8 65	27 3 48
1764	10 38	1779	10 65	1794	9 97	27 5 45	1809	8 99	27 3 27
1765	10 50	1780	10 45	1795	9 29	27 5 12	1810	9 32	27 3 39
1766	10 29	1781	10 54	1796	9 67	27 5 14	1811	10 14	27 4 03
1767	9 92	1782	9 51	1797	9 91	27 5 42	1812	8 57	27 3 06
1768	10 08	1783	10 40	1798	9 93	27 5 80	1813	9 36	27 3 79
1769	9 70	1784	9 61	1799	9 09	27 4 60	1814	9 04	27 3 52
1770	9 97	1785	10 09	1800	10 21	27 5 07	1815	9 78	27 4 22
1771	10 12	1786	10 29	1801	10 09	27 4 97	1816	9 52	27 3 01

Media termometrica dal 1757 al 1787 = 10. 23. Media termometrica dal 1787 al 1817 = 9. 59.

Media barometrica dal 1787 al 1817 = 27. 4,46.

Altezze medie del barometro e del termometro nei diversi mesi dedotte da tre osservazioni al giorno, dal 1787 al 1817.

Mese.	Altezza del barometro.	Altezza del termometro.
Gennajo	27. 4,076	+ 0,222
Febbrajo . . .	27. 4,209	2,621
Marzo	27. 3,892	5,679
Aprile	27. 3,832	9,265
Maggio . . .	27. 4,544	13,512
Giugno	27. 4,907	15,999
Luglio	27. 4,925	17,981
Agosto	27. 5,382	18,105
Settembre . . .	27. 5,304	14,862
Ottobre	27. 4,644	10,464
Novembre . . .	27. 4,099	5,198
Dicembre . . .	27. 3,668	1,242

Altezza media dell' anno { del barometro 27.P 4,457. / del termometro + 9°,596.

Altezze massime e minime del termometro per ogni mese dell'anno nel periodo compreso tra il 1754 e il 1787, con la data del giorno e l'indicazione dello stato del cielo.

Mese.	Altezze del termometro.		Giorno ed anno.	Stato del cielo.
Gennajo	Massima	+ 13	30. 1770	Sereno, Vento
	Minima	— 14	14. 1767	Nebbia
Febbrajo	Massima	+ 14,50	19. 1770	Sereno, Vento grande
	Minima	— 14,25	3. 1754	Sereno
Marzo	Massima	+ 19	31. 1778	Sereno
	Minima	— 9	2. 1785	Sereno
Aprile	Massima	+ 22	27. 1768	Sereno
	Minima	— 1	3. 1784	Sereno
Maggio	Massima	+ 25	27. 1779	Sereno
	Minima	+ 3,50	4. 1770	Nuvoli e neve
Giugno	Massima	+ 27	22. 1755	Sereno
	Minima	+ 4,50	1 1785	Sereno
Luglio	Massima	+ 29,50	27. 1761	Sereno
	Minima	+ 8,75	1. 1769	Sereno, Vento
Agosto	Massima	+ 29,50	12. 1771	Sereno
	Minima	+ 8,75	30. 1778	Sereno
Settembre	Massima	+ 26	5. 1766	Turbato
	Minima	+ 5	26. 1781	Vento
Ottobre	Massima	+ 19,50	1. 1756	Nuvole
	Minima	— 0,50	29. 1764	*
Novembre	Massima	+ 18	5. 1777	Sereno
	Minima	— 6	23. 1782	Sereno
Dicembre	Massima	+ 11	5. 1779	Sereno, poi vento, ed aurora boreale
	Minima	— 11	23. 1777	Sereno

Altezze massime e minime del barometro e del termometro per ogni mese dell' anno nel periodo compreso dal 1787 sino al 1817, con la data del giorno, e l' indicazione dello stato del cielo.

Mese	Altezze del barometro.		Giorno corrispond.	Stato del cielo.	Altezze del termometro	Giorno corrispond.	Stato del cielo.
Gennajo	Massima	28. 0	20. 1790	Sereno	+ 9,5	9. 1809	Sereno, e nebbia bassa
	Minima	26. 2,8	22. 1805	Annuvolato	— 13,6	26. 1795	Sereno
Febbr.	Massima	28. 1	20. 1790	Annuvolato	+ 14,5	16. 1812	Mezzo annuvolato con vento
	Minima	26. 4,4	26. 1789	Mezzo annuvolato	— 11,8	1. 1816	Sereno
Marzo	Massima	27. 11,7	14. 1790	Sereno	+ 20	13. 1810	Sereno con nuvolette sottili, e vento
	Minima	26. 4	19. 1797	Annuvolato, struggimento di neve	— 7,2	2. 1804	Sereno
Aprile	Massima	27. 10,5	29. 1788	Annuvolato	+ 20	28. 1807	Quasi sereno
	Minima	26. 4,7	15. 1807	Annuvolato, e quindi pioggia	— 2,6	4. 1790	Neve
Maggio	Massima	27. 9,4	15. 1794	Mezzo annuvolato	+ 26,4	18. 1807	Mezzo sereno piovegginoso
	Minima	26. 9,6	1. 1796	Mezzo annuvolato	+ 2	1. 1803	Sereno
Giugno	Massima	27. 11,7	21. 1790	Quasi sereno	+ 26	19. 1807	Annuvolato, poi tempor. con grand.
	Minima	27. 0	6. 1816	Piovegginoso, con vento	+ 3	5. 1810	Sereno con brinata e nebbia bassa
Luglio	Massima	27. 9,1	27. 1790	Sereno	+ 28,5	16. 1808	Sereno con vento
	Minima	26. 9,5	21. 1813	Annuvolato, freddo e piovoso	+ 7,5	13. 1796	Sereno
Agosto	Massima	27. 9,5	31. 1790	Sereno	+ 27,8	27. 1807	Sereno, e vapori presso all'orizzonte
	Minima	26. 11,4	10. 1811	Annuvolato	+ 6,5	30. 1813	Nebbia, poi sole
Settemb.	Massima	27. 9,6	23. 1790	Quasi sereno	+ 24,5	15. 1807	Annuvolato interrotto
	Minima	26. 8,7	29. 1808	Annuvolato, con vento	+ 1,9	26. 1812	Sereno con vento
Ottobre	Massima	27. 10,6	31. 1788	Annuvolato, poi sereno	+ 20,8	3. 1815	Sereno
	Minima	26. 7,5	20. 1812	Quasi sereno	— 1	20. 1805	Sereno e brinata
Novemb.	Massima	27. 11,5	2. 1802	Mezzo annuvolato	+ 13,3	11. 1811	Sereno con vento
	Minima	26. 6,4	19. 1812	Mezzo annuvolato, e nebbia bassa	— 5,8	27. 1789	Sereno e brinata
Dicemb.	Massima	27. 11,7	8. 1789	Annuvolato	+ 12	15. 1810	Mezzo annuvolato con gran vento
	Minima	26. 6,5	19. 1808	Neve	— 12	22. 1808	Sereno e nebbia bassa

Quantità della pioggia caduta in ciascun mese dell'anno, dal 1803 *al* 1818.

	Gennaio.	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Settemb.	Ottobre	Novemb.	Dicemb.
	poll.	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*
1803	8. 10	0. 2	3. 9	1. 9	2. 7,5	0. 2,2	1. 5,7	0. 9	0. 4,7	2. 2	2. 4,7	1. 3,7
1804	2. 9,2	0	0. 5,2	3. 6,5	4. 9,5	0. 1	4. 0	1. 2,7	3. 0	5. 5,5	2. 7,2	2. 4,5
1805	0. 5	1. 2	1. 6	5. 4,5	2. 1	3. 3	3. 11,2	2. 0,5	0. 5,7	0. 9	0	4. 2
1806	0	1. 5,5	4. 0,2	6. 1,5	7. 9,5	3. 0,5	2. 0,5	4. 9,5	3. 7,5	1. 5	3. 11	1. 6
1807	0	0. 0,5	5. 3	4. 10	1. 10	3. 7	3. 7	2. 0,5	4. 0,5	4. 7	8. 0,5	0. 6,5
1808	0	0. 3	0. 1	2. 4	3. 3	8. 7,5	1. 10,5	2. 9	4. 5	3. 7	7. 8,5	0
1809	0. 1,5	1. 2	2. 1	6. 3	1. 10	2. 7	6. 4,5	0. 10,7	2. 9,5	1. 5	5. 2,5	0. 6,5
1810	5. 9,5	0. 5	5. 7	3. 7,5	14. 3,4	5. 0	3. 4,5	3. 8,5	9. 3,5	5. 1	2. 6	2. 4,5
1811	0. 2	1. 4,5	0	9. 0,5	5. 3,3	6. 4	4. 7,5	7. 8	1. 6	2. 9	0. 3	0
1812	0	0. 8	4. 0,5	3. 1,5	1. 10,5	3. 10	4. 4,5	2. 4	1. 4	7. 3,5	0. 6	0. 0,5
1813	1. 10	0. 3	0. 9	3. 3,5	0. 7,6	8. 0	6. 11,5	1. 10,5	3. 8	1. 4	0. 7	4. 6,6
1814	0. 8	0	2. 7	7. 4,5	3. 8,5	4. 5,1	2. 9,5	4. 2,6	0	5. 8,1	6. 7,4	0. 2
1815	0. 1,3	0. 3,7	0. 1,2	2. 9,8	6. 1,1	10. 5,2	3. 0,6	1. 3,6	1. 8,7	4. 9,6	1. 5	0
1816	0	0	0. 9,7	4. 5,8	4. 1,3	4. 0,2	2. 7	0. 10,7	0. 5,3	2. 0,5	1. 1,9	0
1817	0. 7,7	0	0	0. 0,2	2. 2,1	2. 9,1	1. 4,4	2. 7,3	1. 3,4	1. 8,2	1. 8,7	0. 6,4
Media	1. 5,08	0. 5,81	2. 0,79	4. 3,19	4. 1,89	4. 4,9	3. 5,92	2. 7,27	2. 6,39	3. 4,03	2. 11,69	1. 2,48

Quantità media della pioggia caduta nell' anno = 32. ^{p} 11,46.

Quantità della neve caduta in ciascun anno, dal 1803 *al* 1818.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Novembre	Dicembre
	poll.	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*
1803	9. 7	2. 10	0	0	0	0
1804	0	24. 11	2. 3	0	0	4. 10
1805	45. 2	7. 4	0	0	6. 6,5	7. 2
1806	9. 10	2. 1	0	0	0	3. 11
1807	0. 9	0. 2	3. 8	0. 6	0	0. 8
1808	7. 6	0. 5	3. 6	0	0	46. 3
1809	12. 1	0	0	0. 2	6. 9	0. 11
1810	4. 0	2. 0,5	0	0	0	5. 3
1811	9. 2	5. 3	0	0	0	11. 2
1812	3. 4	1. 9	0	0	0. 9	8. 0
1813	4. 2	0	0	0	0	4. 1
1814	12. 8	0	9. 5	0	0	5. 11,1
1815	19. 2,1	4. 2	0	0	0. 4	*
1816	0. 2,6	0	0	0	0	5. 0
1817	8. 7	0	0. 1	0	0	5. 6
Medie	9. 8,98	3. 7,97	1. 3,13	0. 0,53	0. 11,50	7. 9,15

Quantità media di neve nell' anno $23.\overset{p}{5},26$.

Tav. XI.

Quantità dell'acqua evaporata in ciascun mese dell'

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Ag
	poll.	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll*	*p*
1803	*	*	1. 11,5	4. 2	4. 3,5	8. 7	7. 8	6.
1804	0. 5,5	0. 5,25	1. 10,8	3. 0,66	3. 8,5	5. 9	7. 9	5.
1805	1. 7,5	1. 10,5	4. 4	2. 11,5	6. 0,5	7. 1	8. 4,25	7.
1806	*	1. 6	3. 8	3. 10	5. 8	8. 0	9. 2	6.
1807	0. 7	2. 0	2. 2	5. 9	6. 8	7. 10	11. 0	8.
1808	*	1. 2	1. 7	4. 5	7. 0	6. 5	10. 3	8.
1809	0. 6	1. 6	3. 2	3. 0	6. 0	7. 0	7. 5,5	9.
1810	0. 5,7	1. 6,5	2. 7,7	3. 1	3. 3,2	4. 7,5	6. 11,5	5.
1811	0. 1	1. 4,5	4. 0	2. 6,3	5. 6	6. 0	7. 4,4	6.
1812	*	*	2. 11,5	3. 0	6. 7	8. 1	9. 2	8.
1813	*	0. 8,5	2. 8	4. 0	4. 5	4. 4	6. 9	
1814	0. 2,8	1. 10,3	2. 0	3. 3,5	4. 9,5	6. 0,5	7. 0	6.
1815	0. 8,3	1. 9	4. 5,5	4. 5,3	6. 5,5	6. 4,5	8. 11	10.
1816	*	2. 2	3. 5,4	3. 2,2	7. 2,3	8. 2,9	8. 9	7.
1817	1. 1,3	3. 1,8	6. 5,4	7. 11,4	8. 11,4	8. 2,9	12. 11,7	7.
Media	0. 7,68	1. 7,41	3. 1,92	3. 10,32	5. 9,22	6. 10,09	8. 7,62	7.

Evaporazione media dell'anno = 48. 8,

Altezze medie

	Torino		
	matt.	*mezz.*	*se*
	μ		
Genn.	27.4.28	27.4.41	27.
Febb.	27.4.90	27.5.72	27.
Marzo	27.4.40	27.4.35	27.
Aprile	27.3.80	27.3.94	27.
Magg.	27.3.47	27.3.86	27.
Giugn.	27.3.46	27.3.62	27.
Luglio	27 3.20	27.3.40	27.
Agosto	27.4.40	27.4.50	27.
Medie	27.6.99	27.7.22	27.
Medie totali	27. 7. 97		

Stato medio

	—
	—
	p
Gennajo	+
Febbraio	—
Marzo	—
Aprile	—
Maggio	—
Giugno	+
Luglio	—
Agosto	—

barometriche e termometriche a Torino, al Moncenisio, ed al Gran San Bernardo nei primi otto mesi dell' anno 1813.

MEDIE BAROMETRICHE							MEDIE TERMOMETRICHE								
	Moncenisio			San Bernardo			Torino			Moncenisio			San Bernardo		
ra	*matt.*	*mezz.*	*sera*	*matt.*	*mezz.*	*sera*	*matt.*	*mezz.*	*sera*	*matt.*	*mezz.*	*sera*	*matt.*	*mezz.*	
							o								
4.42	22.2.04	22.2.65	22.2.27	20.10.06	20.10.05	20.10.00	— 1,67	+ 0,50	+ 0,52	— 7,55	— 3,29	— 5,47	—9,90	—4,67	—
5.68	22.4.34	22.4.96	22.4.77	20.11.85	21. 0.11	21. 0.18	+ 0,71	+ 6,62	+ 5,63	— 3,08	+ 2,06	— 1,79	—5,67	+1,06	—
4.24	22.3.31	22.3.72	22.3.82	20.10.99	20.11.21	20.11.22	+ 3,53	+ 8,78	+ 7,73	— 0,04	+ 4,13	— 1,89	—5,99	+1,97	—
3.82	22.3.83	22.4.18	22.4.13	20.10.44	20.10.97	20.10.87	+ 5,55	+12,80	+10,01	+ 2,59	+ 6,44	+ 3,86	—3,12	+3,85	—
3.60	22.4.33	22.4.50	22.4.55	20.11.87	20.11.96	21. 0.11	+10,40	+18,42	+15,41	+ 8,63	+10,26	+ 8,03	+1,41	+8,67	+
3.32	22.3.96	22.4.16	22.4.06	20.11.95	21. 0.11	21. 0.16	+10,79	+18,20	+14,39	+ 9,85	+11,85	+ 9,06	+1,24	+8,60	+
2.60	22.4.13	22.4.18	22.4.05	20.11.96	20.11.97	21. 0.21	+11,90	+19,30	+16,20	+10,14	+12,86	+10,50	+1,85	+6,88	+
4.30	22.4.69	22.4.84	22.4.77	21. 1.00	21. 1.11	21. 1.11	+11,80	+20,10	+16,90	+10,96	+13,43	+11,52	+1,69	+6,67	+
7.00	22.3.83	22.4.15	22.4.05	20.11.51	20.11.68	20.11.73	+ 6,63	+13,09	+10,85	+ 3,94	+ 7,22	+ 4,23	—2,31	+4,13	—
	22. 4. 01			20. 11. 64			+ 10,19			+ 5,13			+ 0,09		

dell' igrometro, e quantità d' acqua caduta al Gran San Bernardo ed a Torino negli otto primi mesi del 1813.

STATO DELL' IGROMETRO						QUANTITÀ D' ACQUA CADUTA					
San Bernardo			Torino			San Bernardo			Torino		
attino	*mezzodì*	*sera*	*mattino*	*mezzodì*	*sera*	*mattino*	*mezzodì*	*sera*	*mattino*	*mezzodì*	*sera*
o	o	o	o	o	o	p	p	p	p	p	p
5,06	+ 4,36	+ 3,97	+ 4,44	+ 4,34	+ 4,23	1. 5,8	o	o	1. 5	3. 6	o. 11
3,49	— 4,99	— 4,73	2,67	+ 2,20	+ 1,98	1. 9,6	o. 6,4	o	o	o	o. 3
5,91	— 6,16	— 6,95	2,66	+ 2,09	+ 1,75	o. 9,4	o. 3,2	o	o. 6,5	o. 0,5	o. 2
7,61	— 8,51	—10,42	2,51	+ 1,95	+ 1,63	o. 3,2	o. 3,4	o. 2,3	1. 11,5	o. 7,5	o. 10,5
6,46	—10,41	—11,24	3,03	+ 2,08	+ 1,60	o. 1	o. 0,2	o. 0,5	o. 1,5	o. 0,6	o. 5,5
1,81	— 4,24	— 5,45	3,33	+ 2,70	+ 2,47	o. 0,3	o. 0,7	o. 2	2. 2,5	3. 1,5	2. 8
1,62	— 4,41	— 3,24	3,02	+ 2,27	+ 1,79	o. 10	o. 0,5	o. 0,9	2. 6	o. 4	4. 1,5
1,87	— 2,55	— 2,97	2,93	+ 2,36	+ 1,85	o. 1,5	o. 2,4	o	1. 4	o. 4,5	o. 2

MÉMOIRE

SUR

LES TRANSCENDANTES ELLIPTIQUES.

DEUXIÈME PARTIE

PAR M.r GEORGE BIDONE.

Lu dans la séance du 7 fevrier 1819.

Les formules que j'ai données sur les transcendantes elliptiques, et qui sont imprimées dans le précédent volume des Mémoires de cette Académie, se rapportent uniquement aux valeurs que ces transcendantes acquièrent lorsqu'elles sont fonctions *complètes*. Dans ces formules je me suis borné à ce que, dans tous les cas, elles donnent, au moins, sept décimales exactes de la valeur de la fonction, en conservant aux paramètres l'expression générale et indéterminée entre des limites assez étendues pour chaque formule particulière.

Ces formules présentées sous la forme d'intégrales définies, avec un petit nombre de termes, ne peuvent fournir le moyen d'avoir un plus grand degré d'approximation, ni faire connaître la loi que suivent les différens termes qui les composent. Pour cela il faut nécessairement avoir les développemens des expressions différentielles qui

mettent en évidence la formation successive des termes de l'intégrale. Ces développemens outre qu'ils donnent la loi des termes, et le moyen d'avoir tel degré d'approximation que l'on veut, offrent encore l'avantage de donner la valeur de l'intégrale sous forme indéfinie, soit par rapport aux paramêtres, soit par rapport à la variable.

Ayant de nouveau réfléchi sur cette matière, j'ai reconnu que l'on peut avoir des développemens qui convergent assez rapidement vers la valeur de l'intégrale, quelle que soit la grandeur du paramêtre; c'est-à-dire que les mêmes développemens peuvent servir pour toutes les valeurs du paramêtre. Ce sont ces développemens que j'ai l'honneur de présenter à la Classe dans ce Mémoire. La méthode est la même pour les trois espèces de transcendantes elliptiques. Les suites sont telles que la valeur de chaque terme, dans le cas le plus défavorable, est encore moindre que la neuvième partie de la valeur du terme précédent. La formation et le calcul des termes successifs de ces suites s'obtiennent par les termes qui précédent dans les mêmes suites, de sorte qu'ayant calculé le premier ou au plus les deux premiers termes de chaque suite, on a les suivans par de simples opérations algébriques.

A la fin du Mémoire je donne les transformations dont j'ai fait usage pour avoir les formules relatives aux fonctions *complètes*.

De l'intégrale $\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\cdot\sqrt{1-e^2z^2}}$

1. En développant le radical $\sqrt{1-e^2z^2}$ on a

$$\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\cdot\sqrt{1-e^2z^2}} = \int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}\cdot\left\{1+\frac{1}{2}e^2z^2+\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}e^4z^4+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}e^6z^6+\ldots\right\};$$

maintenant en prenant l'intégrale entre des limites quelconques de z comprises depuis $z=0$ jusqu'à $z=1-e$, il est facile de voir que les termes successifs du deuxième membre de l'équation précédente formeront une suite plus convergente que la progression $1 : e^2(1-e)^2 : e^4(1-e)^4 :$ etc. La quantité $e^2(1-e)^2$ est un maximum lorsque $e=\frac{1}{2}$, et dans ce cas la progression devient $1 : \frac{1}{16} : \frac{1}{16^2}$: etc.: d'où l'on peut conclure que quelle que soit la valeur de e, et quelles que soient les limites de l'intégrale, pourvu qu'elles soient comprises entre $z=0$ et $z=1-e$, les termes du développement précédent formeront dans tous les cas une suite plus convergente que la progression $1 : \frac{1}{16} : \frac{1}{16^2}$: etc.

2. En supposant $e=\frac{1}{2}$ et en prenant l'intégrale depuis $z=0$ jusqu'à $z=1-e=\frac{1}{2}$, on a

$$\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 9}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8\cdot 10}e^{10}\cdot\int\frac{z^{10}\,dz}{\sqrt{1-z^2}} < 0,000\,000\,012\ldots.$$

$$\frac{1\cdot 3\cdot 5\ldots 21}{2\cdot 4\cdot 6\ldots 22}e^{22}\cdot\int\frac{z^{22}\,dz}{\sqrt{1-z^2}} < 0,000\,000\,000\,000\,000\,17\ldots$$

ainsi les cinq premiers termes donnent, dans le cas le plus défavorable, sept décimales exactes, et les onze premiers termes en donnent quinze.

3. La valeur des différens termes du développement précédent se déduit aisément de la valeur des termes qui précédent, dans le même développement: car on a en général

$$\int \frac{z^p dz}{\sqrt{1-z^2}} = -\frac{z^{p-1}\sqrt{1-z^2}}{p} + \frac{(p-1)}{p} \cdot \int \frac{z^{p-1} dz}{\sqrt{1-z^2}};$$

d'où, en faisant

$$\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}} = A_{(0)} = \text{const.} + \text{arc. sin. } z$$

$$\int \frac{z^p dz}{\sqrt{1-z^2}} = A_{(p)}, \text{ l'on tire}$$

$$A_{(2)} = -\frac{z\sqrt{1-z^2}}{2} + \frac{1}{2} A_{(0)};$$

$$A_{(4)} = -\frac{z^3\sqrt{1-z^2}}{4} + \frac{3}{4} A_{(2)};$$

$$A_{(6)} = -\frac{z^5\sqrt{1-z^2}}{6} + \frac{5}{6} A_{(4)};$$

etc.

ainsi l'on aura

$$\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\cdot\sqrt{1-e^2z^2}} = A_{(0)} + \frac{1}{2} e^2 A_{(2)} + \frac{1.3}{2.4} e^4 A_{(4)} + \frac{1.3.5}{2.4.6} e^6 A_{(6)} + \ldots.$$

4. Pour avoir la valeur de l'intégrale $\int \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\cdot\sqrt{1-e^2z^2}}$ lorsque les limites de z sont comprises entre $z = 1-e$ et $z = 1$, on observera que l'on a

$$\frac{1}{\sqrt{1-z^2}\cdot\sqrt{1-e^2z^2}} = \frac{1}{(1+ez)\sqrt{(1-z)(1-ez)}}\cdot\frac{\sqrt{1+ez}}{\sqrt{1+z}};$$

$$\frac{\sqrt{1+ez}}{\sqrt{1+z}} = \sqrt{\frac{1+e}{2}}\cdot\sqrt{1+\frac{(1-e)(1-z)}{(1+e)(1+z)}};$$

d'où, en faisant, pour abréger, $\frac{1-e}{1+e}=m$, $\frac{1-z}{1+z}=u$, il résulte

$$\int\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\cdot\sqrt{1-e^2z^2}} = -\frac{1}{(1+e)}\cdot\int\frac{du}{\sqrt{mu+u^2}\cdot\sqrt{1+mu}}.$$

En développant le radical $\sqrt{1+mu}$ suivant les puissances de mu, on aura

$$\int\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\sqrt{1-e^2z^2}} = -\frac{1}{(1+e)}\cdot\int\frac{du}{\sqrt{mu+u^2}}\cdot\left\{1-\frac{1}{2}mu+\frac{1.3}{2.4}m^2u^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6}m^3u^3+\ldots\right\}.$$

Or en prenant l'intégrale entre des limites quelconques de z depuis $z=1-e$ jusqu'à $z=1$, c'est-à-dire depuis $u=\frac{e}{2-e}$ jusqu'à $u=0$, on voit que les termes successifs du deuxième membre de l'équation précédente forment une suite plus convergente que la progression $1 : \frac{e(1-e)}{(1+e)(2-e)} : \frac{e^2(1-e)^2}{(1+e)^2(2-e)^2}$: etc. La quantité $\frac{e(1-e)}{(1+e)(2-e)}$ est un maximum lorsque $e=\frac{1}{2}$, et dans ce cas la progression devient $1 : \frac{1}{9} : \frac{1}{9^2}$: etc. Ainsi quelle que soit la valeur de e, et quelles que soient les limites de z, pourvu qu'elles soient comprises

entre $z = 1 - e$ et $z = 1$, les termes du développement précédent forment une suite plus convergente que la progression $1 : \frac{1}{9} : \frac{1}{9^2}$: etc.

5. Supposons $e = \frac{1}{2}$, et prenons l'intégrale depuis $z = 1 - e = \frac{1}{2}$ jusqu'à $z = 1$; c'est-à-dire depuis $u = \frac{1}{3}$ jusqu'à $u = 0$, nous aurons

$$\frac{1.3.5\ldots11}{(1+e)2.4.6\ldots12}\, m^6 . \int \frac{u^6 du}{\sqrt{mu+u^2}} < 0,\ 000\ 000\ 043\ldots$$

$$\frac{1.3.5\ldots27}{(1+e)2.4.6\ldots28}\, m^{14} . \int \frac{u^{14} du}{\sqrt{mu+u^2}} < 0,\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 3\ldots$$

partant les six premiers termes du développement dont il s'agit, donnent dans tous les cas sept décimales exactes, et les quatorze premiers termes en donnent quinze.

6. Pour calculer les termes successifs de ce développement, on a en général

$$\int \frac{u^p du}{\sqrt{mu+u^2}} = \frac{u^{p-1}\sqrt{mu+u^2}}{p} - \frac{(2p-1)}{2p}\, m . \int \frac{u^{p-1} du}{\sqrt{mu+u^2}} ;$$

ainsi en faisant

$$\int \frac{du}{\sqrt{mu+u^2}} = B_{(0)} = \text{const.} - 2 \log . (\sqrt{m+u} + \sqrt{u}) ,$$

$\int \frac{u^p du}{\sqrt{mu+u^2}} = B_{(p)}$; on déduit

$$B_{(1)} = \sqrt{mu+u^2} - \frac{m}{2} . B_{(0)} ;$$

$$B_{(2)}=\frac{u\sqrt{mu+u^2}}{2}-\frac{3m}{4}.B_{(1)};$$

$$B_{(3)}=\frac{u^2\sqrt{mu+u^2}}{3}-\frac{5m}{6}.B_{(2)};$$

etc.

et l'on aura

$$\int\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)(1-e^2z^2)}}=-\frac{1}{(1+e)}.\left\{B_{(0)}-\frac{1}{2}mB_{(1)}+\frac{1.3}{2.4}m^2B_{(2)}-\frac{1.3.5}{2.4.6}m^3B_{(3)}+\ldots\right\}.$$

De l'intégrale $\int\frac{dz\sqrt{1-e^2z^2}}{\sqrt{1-z^2}}$.

7. En développant le radical $\sqrt{1-e^2z^2}$ suivant les puissances de e^2z^2, et en conservant les dénominations dont nous nous sommes servi dans le n.° 3, nous aurons

$$\int\frac{dz\sqrt{1-e^2z^2}}{\sqrt{1-z^2}}=A_{(0)}-\frac{1}{2}e^2A_{(2)}-\frac{1.1}{2.4}e^4A_{(4)}-\frac{1.1.3}{2.4.6}e^6A_{(6)}-\frac{1.1.3.5}{2.4.6.8}e^8A_{(8)}-\ldots.$$

Cette suite, analogue à celle du n.° 3, sera semblablement dans tous les cas plus convergente que la progression $1:\frac{1}{16}:\frac{1}{16^2}:$ etc., quelle que soit la valeur de e, et quelles que soient les limites de z, pourvu qu'elles soient comprises entre $z=0$ et $z=1-e$.

En supposant $e = \frac{1}{2}$ et en prenant l'intégrale depuis $z = 0$ jusqu'à $z = 1 - e = \frac{1}{2}$, cas le plus défavorable, on a

$$\frac{1.1.3.5}{2.4.6.8} e^8 A_{(8)} < 0,000\,000\,038\ldots.$$

$$\frac{1.1.3.5\ldots17}{2.4.6.8\ldots20} e^{20} A_{(20)} < 0,000\,000\,000\,000\,000\,23\ldots.$$

Ainsi les quatre premiers termes donnent dans tous les cas sept décimales exactes, et les dix premiers termes en donnent quinze.

8. Pour avoir la valeur de l'intégrale $\int \frac{dz\sqrt{1-e^2z^2}}{\sqrt{1-z^2}}$ lorsque les limites de z sont comprises entre $z = 1-e$ et $z = 1$, on fera $\frac{1-e}{1+e} = m$, $\frac{1-z}{1+z} = u$, et en développant le radical $\sqrt{1+mu}$, on aura

$$\int \frac{dz\sqrt{1-e^2z^2}}{\sqrt{1-z^2}} = -(1+e).\int \frac{du\sqrt{m+u}}{(1+u)^2\sqrt{u}}.\left\{1+\frac{mu}{2}-\frac{1.1}{2.4}m^2u^2\right.$$
$$\left.+\frac{1.1.3}{2.4.6}m^3u^3-\frac{1.1.3.5}{2.4.6.8}m^4u^4+\ldots\right\}.$$

Cette suite, analogue à celle du n.° 4, est pareillement dans tous les cas plus convergente que la progression $1 : \frac{1}{9} : \frac{1}{9^2}$: etc., quelle que soit la valeur de e et quelles que soient les limites de z, pourvu qu'elles soient com-

prises entre $z=1-e$ et $z=1$, c'est-à-dire entre $u=\frac{e}{2-e}$ et $u=0$.

En supposant $e=\frac{1}{2}$ et en prenant les intégrales depuis $z=1-e=\frac{1}{2}$ jusqu'à $z=1$, c'est-à-dire depuis $u=\frac{1}{3}$ jusqu'à $u=0$, on a

$$\frac{(1+e)1.3.5.7.9}{2.4.6.8.10.12}\,m^6.\int\frac{u^5du\sqrt{mu+u^2}}{(1+u)^2} < 0,000\,000\,004\ldots$$

$$\frac{(1+e)1.3.5\ldots23}{2.4.6.8\ldots26}\,m^{13}.\int\frac{u^{13}du\sqrt{mu+u^2}}{(1+u)^2} < 0,000\,000\,000\,000\,00012\ldots$$

d'où l'on voit que les six premiers termes donnent dans tous les cas sept décimales exactes, et les treize premiers termes en donnent quinze.

9. On pourra calculer les termes successifs du développement précédent de la manière suivante. On a en général

$$\int\frac{u^p du\sqrt{mu+u^2}}{(1+u)^2}=\int u^{p-2}du\sqrt{mu+u^2}-2\int\frac{u^{p-2}du\sqrt{mu+u^2}}{(1+u)^2}$$
$$-\int\frac{u^{p-2}du\sqrt{mu+u^2}}{(1+u)^2};$$

d'où en faisant $C_{(p)}=\int\frac{u^p du\sqrt{mu+u^2}}{(1+u)^2}$, et en observant que l'on a, d'après le n.° 6, $B_{(q)}=\int\frac{u^q du}{\sqrt{mu+u^2}}$, on aura

$$C_{(p)}=B_{(p)}+mB_{(p-1)}-2C_{(p-1)}-C_{(p-2)}.$$

Quantità della neve caduta in ciascun anno, dal 1803 *al* 1818.

	Gennaio	Febbraio	Marzo	Aprile	Novembre	Dicembre
	poll.	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*	*poll.*
1803	9. 7	2. 10	0	0	0	0
1804	0	24. 11	2. 3	0	0	4. 10
1805	45. 2	7. 4	0	0	6. 6,5	7. 2
1806	9. 10	2. 1	0	0	0	3. 11
1807	0. 9	0. 2	3. 8	0. 6	0	0. 8
1808	7. 6	0. 5	3. 6	0	0	46. 3
1809	12. 1	0	0	0. 2	6. 9	0. 11
1810	4. 0	2. 0,5	0	0	0	5. 3
1811	9. 2	5. 3	0	0	0	11. 2
1812	3. 4	1. 9	0	0	0. 9	8. 0
1813	4. 2	0	0	0	0	4. 1
1814	12. 8	0	9. 5	0	0	5. 11,1
1815	19. 2,1	4. 2	0	0	0. 4	*
1816	0. 2,6	0	0	0	0	5. 0
1817	8. 7	0	0. 1	0	0	5. 6
Medie	9. 8,98	3. 7,97	1. 3,13	0. 0,53	0. 11,50	7. 9,15

Quantità media di neve nell' anno $23.\overset{p}{5},26$.

Tav. XI.

D'après cela on aura

$$\int \frac{dz\sqrt{1-e^2z^2}}{\sqrt{1-z^2}} = -(1+e).\left\{\int \frac{du\sqrt{m+u}}{(1+u)^2\sqrt{u}} + \frac{1}{2}mC_{(0)} - \frac{1.1}{2.4}m^2C_{(1)} + \frac{1.1.3}{2.4.6}m^3C_{(2)} - \frac{1.1.3.5}{2.4.6.8}m^4C_{(3)} + \ldots\right\}.$$

De l'intégrale $\int \frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{(1-z^2)(1-e^2z^2)}}$ *où le coefficient* α^2 *qui peut être positif ou négatif, est supposé* $< e^2$.

10. En développant le radical $\sqrt{1-e^2z^2}$, on aura

$$\int \frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{1-z^2}\sqrt{1-e^2z^2}} = \int \frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{1-z^2}}.\left\{1 + \frac{1}{2}e^2z^2 + \frac{1.3}{2.4}e^4z^4 + \frac{1.3.5}{2.4.6}e^6z^6 + \ldots\right\}.$$

Cette suite, analogue à celle du n.° 1, est également dans tous les cas plus convergente que la progression $1 : \frac{1}{16} : \frac{1}{16^2}$: etc., quelle que soit la valeur de e, et quelles que soient les limites de z, pourvu qu'elles soient comprises entre $z=0$ et $z=1-e$. En faisant $e=\frac{1}{2}$, et en intégrant depuis $z=0$ jusqu'à $z=1-e=\frac{1}{2}$, on a, même en supposant $\alpha^2=-e^2$,

$$\frac{1.3\ldots9}{2.4\ldots10}e^{10}\int \frac{z^{10}dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{1-z^2}} < 0,\,000\,000\,013\ldots$$

$$\frac{1.3\ldots21}{2.4\ldots22}e^{22}\int \frac{z^{22}dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{1-z^2}} < 0,\,000\,000\,000\,000\,000\,18\ldots$$

Ainsi les cinq premiers termes donnent dans tous les cas sept décimales exactes, et les onze premiers termes en donnent quinze.

11. On formera les termes successifs de ce developpement, en observant que l'on a

$$\int \frac{z^p dz}{(1+\alpha^2 z^2)\sqrt{1-z^2}} = \frac{1}{\alpha^2}\int \frac{z^{p-2} dz}{\sqrt{1-z^2}} - \frac{1}{\alpha^2}\int \frac{z^{p-2} dz}{(1+\alpha^2 z^2)\sqrt{1-z^2}}.$$

En faisant donc

$$\int \frac{dz}{(1+\alpha^2 z^2)\sqrt{1-z^2}} = D_{(0)} \; ; \int \frac{z^p dz}{(1+\alpha^2 z^2)\sqrt{1-z^2}} = D_{(p)};$$

et en notant que l'on a, par ce qui précède,

$$\int \frac{z^{p-2} dz}{\sqrt{1-z^2}} = A_{(p-2)}, \text{ on aura}.$$

$$D_{(2)} = \frac{1}{\alpha^2} . A_{(0)} - \frac{1}{\alpha^2} . D_{(0)} ;$$

$$D_{(4)} = \frac{1}{\alpha^2} . A_{(2)} - \frac{1}{\alpha^2} . D_{(2)} ;$$

$$\vdots$$

$$D_{(p)} = \frac{1}{\alpha^2} . A_{(p-2)} - \frac{1}{\alpha^2} . D_{(p-2)} .$$

La valeur de $D_{(0)}$ sera donnée par l'une des intégrales suivantes, selon que α^2 sera positif ou négatif :

$$\int \frac{dz}{(1+\alpha^2 z^2)\sqrt{1-z^2}} = \text{const.} + \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} . \text{arc. tang.} \left(\frac{z\sqrt{1+\alpha^2}}{\sqrt{1-z^2}}\right) :$$

$$\int \frac{dz}{(1-\alpha^2 z^2)\sqrt{1-z^2}} = \text{const.} + \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} . \text{arc. tang.} \left(\frac{z\sqrt{1-\alpha^2}}{\sqrt{1-z^2}}\right).$$

L'on aura ainsi

$$\int \frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{(1-z^2)(1-e^2z^2)}} = D_{(0)} + \frac{1}{2}e^2 D_{(2)} + \frac{1.3}{2.4}e^4 D_{(4)}, + \frac{1.3.5}{2.4.6}e^6 D_{(6)} + \ldots$$

12. Pour avoir la valeur de la même intégrale, lorsque ses limites sont comprises entre $z=1-e$ et $z=1$, on fera, comme précédemment, $m=\frac{1-e}{1+e}$; $u=\frac{1-z}{1+z}$; et de plus $n=\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}$, et l'on aura

$$\int \frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} = -\frac{1}{(1+e)(1+\alpha^2)} \cdot \int \frac{(1+u)^2du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}\cdot\sqrt{1+mu}}$$

ou bien

$$\int \frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} = -\frac{1}{(1+e)(1+\alpha^2)} \cdot \int \frac{(1+u)^2du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}} \cdot \left\{1 - \frac{1}{2}mu + \frac{1.3}{2.4}m^2u^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6}m^3u^3 + \ldots\right\}.$$

Cette suite est dans le même cas que celles des n.os 4 et 8, et elle est toujours plus convergente que la progression $1 : \frac{1}{9} : \frac{1}{9^2}$: etc., quelle que soit la valeur de e, et quelles que soient les limites de l'intégrale, pourvu qu'elles soient renfermées entre $z=1-e$ et $z=1$.

En supposant $e=\frac{1}{2}$ et en intégrant depuis $z=1-e=\frac{1}{2}$ jusqu'à $z=1$, c'est-à-dire depuis $u=\frac{1}{3}$ jusqu'à $u=0$, on a, même en supposant $\alpha^2=-e^2$,

$$\frac{1}{(1+e)(1+\alpha^2)}\cdot\frac{1.3...13}{2.4...14}m^7\int\frac{(1+u)^2u^7du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}<0,000\,000\,0.1...$$

$$\frac{1}{(1+e)(1+\alpha^2)}\cdot\frac{1.3...29}{2.4...30}m^{15}\int\frac{(1+u)^2u^{15}du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}<0,000\,000\,000\,000\,000\,07...$$

partant les sept premiers termes donnent dans tous les cas sept décimales exactes, et les quinze premiers termes en donnent quinze.

13. Pour calculer les termes du développement précédent, on a

$$\int\frac{(1+u)^2u^p\,du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}=\int\frac{(1+u)^2u^{p-2}\,du}{\sqrt{mu+u^2}}$$
$$-2n\int\frac{(1+u)^2u^{p-1}\,du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}$$
$$-\int\frac{(1+u)^2u^{p-2}\,du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}.$$

En posant donc

$$\int\frac{u^q\,du}{\sqrt{mu+u^2}}=B_{(q)};$$

$$\int\frac{(1+u)^2u^r\,du}{\sqrt{mu+u^2}}=G_{(r)};$$

$$\int\frac{(1+u)^2u^p\,du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}=H_{(p)};$$

on aura

$$H_{(p)}=G_{(p-2)}-2n\,.H_{(p-1)}-H_{(p-2)};$$

où l'on a

$$G_{(p-2)} = B_{(p-2)} + 2B_{(p-1)} + B_{(p)}.$$

Les valeurs de $B_{(p)}$ sont connues par ce qui précède, et celles de $H_{(0)}$ et de $H_{(1)}$ sont données par les intégrales suivantes

$$\int \frac{(1+u)^2 du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}} = \text{const.} - 2.\log.(\sqrt{m+u}+\sqrt{u})$$

$$-\frac{\alpha\sqrt{2(1+e)(1+\alpha)}}{\sqrt{e+\alpha}}.\log.\left[\frac{\sqrt{(1+\alpha)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(e+\alpha)u}}{\sqrt{1+\alpha+(1-\alpha)u}}\right]$$

$$+\frac{\alpha\sqrt{2(1+e)(1-\alpha)}}{\sqrt{e-\alpha}}.\log.\left[\frac{\sqrt{(1-\alpha)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(e-\alpha)u}}{\sqrt{1-\alpha+(1+\alpha)u}}\right];$$

$$\int \frac{(1+u)^2 u du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}} = \text{const.} + \sqrt{mu+u^2}$$

$$-\left(m+\frac{8\alpha^2}{1+\alpha^2}\right)\log.\left(\sqrt{m+u}+\sqrt{u}\right)$$

$$+\frac{\alpha(1+\alpha)\sqrt{2(1+\alpha)(1+e)}}{(1-\alpha)\sqrt{e+\alpha}}.\log.\left[\frac{\sqrt{(1+\alpha)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(e+\alpha)u}}{\sqrt{1+\alpha+(1-\alpha)u}}\right]$$

$$-\frac{\alpha(1-\alpha)\sqrt{2(1-\alpha)(1+e)}}{(1+\alpha)\sqrt{e-\alpha}}.\log.\left[\frac{\sqrt{(1-\alpha)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(e-\alpha)u}}{\sqrt{1-\alpha+(1+\alpha)u}}\right];$$

dans ces deux intégrales on a $n = \frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2}$. Si $n = \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}$, on trouvera

$$\int \frac{(1+u)^2 du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}} = \text{const.} + 2\log.(\sqrt{m+u}+\sqrt{u})$$

$$-\frac{\alpha N\sqrt{1+e}}{k}\cdot\log.\left(\frac{h(1+e)(m+u)+2ku+2M\sqrt{(1+e)(mu+u^2)}}{\sqrt{(1+u)^2+\alpha^2(1-u)^2}}\right)$$

$$+\frac{2\alpha M\sqrt{1+e}}{k}\cdot\text{arc. tang.}\left(\frac{\sqrt{(h-1)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(k-e)u}}{\sqrt{(h+1)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(k+e)u}}\right)$$

$$-\frac{\alpha M\sqrt{1+e}}{k}\cdot\text{arc. tang.}\left(\frac{\alpha(1-u)}{1+u}\right);$$

$$\int\frac{(1+u)^2u\,du}{(1+2nu+u^2)\sqrt{mu+u^2}}=\text{const.}+\sqrt{mu+u^2}$$

$$-\left(m-\frac{8\alpha^2}{1-\alpha^2}\right)\log.(\sqrt{m+u}+\sqrt{u}$$

$$+\frac{\alpha[(1-\alpha^2)N-2\alpha M]\sqrt{1+e}}{(1+\alpha^2)\sqrt{e^2+\alpha^2}}\cdot\log.\left[\frac{h(1+e)(m+u)+2ku+2M\sqrt{(1+e)(mu+u^2)}}{\sqrt{(1+u)^2+\alpha^2(1-u)^2}}\right]$$

$$-\frac{2\alpha[(1-\alpha^2)M+2\alpha N]\sqrt{1+e}}{(1+\alpha^2)\sqrt{e^2+\alpha^2}}\cdot\text{arc. tang.}\left(\frac{\sqrt{(h-1)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(k-e)u}}{\sqrt{(h+1)(1+e)(m+u)}+\sqrt{2(k+e)u}}\right)\Bigg]$$

$$+\frac{\alpha[(1-\alpha^2)M+2\alpha N]\sqrt{1+e}}{(1+\alpha^2)\sqrt{e^2+\alpha^2}}\cdot\text{arc. tang.}\left(\frac{\alpha(1-u)}{1+u}\right);$$

où l'on a fait

$$h^2=1+\alpha^2;\quad k^2=e^2+\alpha^2;\quad M^2=hk+e+\alpha^2;$$

$N^2=hk-e-\alpha^2$: d'après cela on aura

$$\int\frac{dz}{(1+\alpha^2z^2)\sqrt{(1-z^2)(1-e^2z^2)}}=-\frac{1}{(1+e)(1+\alpha^2)}\cdot\left\{H_{(0)}-\frac{1}{2}\cdot mH_{(1)}\right.$$

$$\left.+\frac{1\cdot3}{2\cdot4}\cdot m^2H_{(2)}-\frac{1\cdot3\cdot5}{2\cdot4\cdot6}\cdot m^3H_{(3)}+\ldots.\right\}.$$

14. Il ne sera pas inutile de remarquer, que le calcul des suites données aux n.os 3, 7 et 11 étant plus aisé que celui des suites données aux n.os 6, 9 et 13, on aura dans plusieurs cas de l'avantage à augmenter la convergence de ces dernières suites, et à diminuer celle des premières; ce que l'on peut obtenir facilement, en changeant les limites de l'intégration. Ainsi, par exemple, en prenant à l'aide des suites des n.os 3, 7 et 11, la première partie de l'intégrale depuis $z=0$ jusqu'à $z=1-e^2$, ces suites perdront de leur convergence, et en gagneront celles des n.os 6, 9 et 13, qui donnent l'autre partie de l'intégrale depuis $z=1-e^2$ jusqu'à $z=1$. Il est pareillement visible que lorsque la petitesse des quantités e^2 et m le comporte, on peut dans chacune des suites précédentes étendre les limites de l'intégration depuis $z=0$ jusqu'à $z=1$.

15. Je terminerai ce Mémoire en donnant ici les transformations d'où j'ai déduit les formules que j'ai publiées sur les fonctions elliptiques complètes. Ces transformations peuvent être utiles pour avoir des expressions abrégées de la valeur de ces transcendantes, eu égard au degré d'approximation qu'on se propose, et aux diverses valeurs des paramètres et des limites de l'intégrale.

Les transformations, dont il s'agit, sont les suivantes, qu'il est facile de vérifier;

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}}=\frac{(8-8e^2z^2+e^4z^4)}{4(1-e^2z^2)(2-e^2z^2)\sqrt{1-z^2}}\cdot\sqrt{1-\frac{e^8z^8}{(8-8e^2z^2+e^4z^4)^2}}\,.$$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} = \frac{(2-e^2z^2)}{2(1-e^2z^2)\sqrt{1-z^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{e^4z^4}{(2-e^2z^2)^2}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} =$$

$$\frac{\{3+e+(1+3e)z\}}{2(1+z)(1+ez)\sqrt{2(1+e)}\sqrt{(1-ez)(1-z)}} \cdot \sqrt{1-\frac{(1-e)^2(1-z)^2}{\{3+e+(1+3e)z\}^2}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} =$$

$$\frac{[7+e+(1+7e)z]\sqrt{2(1+e)}}{2(1+ez)[5+3e+(3+5e)z]\cdot\sqrt{(1-ez)(1-z)}} \cdot \sqrt{1-\frac{(1-e)^3(1-z)^3}{(1+e)(1+z)[7+e+(1+7e)z]^2}};$$

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} = \frac{[4-(1+3e^2)z^2]}{(1-e^2z^2)[4-(3+e^2)z^2]} \cdot \sqrt{1-\frac{(1-e^2)^3z^6}{(1-z^2)[4-(1+3e^2)z^2]^2}};$$

cette dernière transformation ne peut servir que pour des limites de z moindres que l'unité.

En multipliant les deux membres des équations précédentes par $1-e^2z^2$, ou par $\frac{1}{1+\alpha^2z^2}$, on aura les transformations relatives aux deux autres espèces de fonctions elliptiques. Il est aisé de voir, qu'étant donnés la valeur du paramètre, les limites de l'intégrale, et le degré d'approximation qu'on se propose, on peut, entre ces diverses transformations, choisir la plus convenable; et en développant le dernier radical qu'elle renferme, on aura des termes exactement intégrables, et on verra fa-

cilement le nombre qu'il en faudra prendre pour avoir le degré d'approximation que l'on s'est proposé.

16. On peut avoir d'autres transformations semblables, dont le dernier radical est composé de deux parties, l'une desquelles reste toujours très-petite par rapport à l'autre, quelles que soient les valeurs du paramètre et de la variable. Telles sont, par exemple, les suivantes :

$$\frac{1}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} =$$

$$\frac{[1+(\sqrt{2(1+e)}-1)z]}{(1+z)(1+ez)\sqrt{(1-ez)(1-z)}} \cdot \sqrt{1+\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{1+e})^2z(1-z)}{[1+(\sqrt{2(1+e)}-1)z]^2}};$$

$$\frac{dz}{\sqrt{(1-e^2z^2)(1-z^2)}} =$$

$$\frac{-(2-m^2y^2)dy}{(1+e)(1-m^2y^2)\sqrt{2my+(4-m^2)y^2}} \cdot \sqrt{1-\frac{m^4y^4}{(2-m^2y^2)^2}};$$

où l'on a

$$m = \frac{1-e}{1+e}; \quad y = \frac{1-z}{2+m+(2-m)z}.$$

Ces transformations, ainsi que les précédentes, peuvent être poussées aussi loin que l'on veut, à l'aide de l'équation identique

$$\sqrt{1-P} = \left(\frac{2-P}{2}\right) \cdot \sqrt{1-\frac{P^2}{(2-P)^2}};$$

mais les expressions approchées qu'on en tire, deviennent plus compliquées à mesure que, par l'effet de ces mêmes transformations, le développement du radical offre une convergence plus rapide.

MONOGRAPHIA

ICHNEUMONUM PEDEMONTANAE REGIONIS (*)

AUCTORE J. L. C. GRAVENHORST

HISTORIAE NAT. PROF. IN UNIVERSITATE VRATISLAVIENSI.

Exhibita die 24 januarii 1819.

Praeses et Sodales. Cum fere ante decem annos, Monographiam Ichneumonum europaeorum conscribendi consilium coepissem, literis publicis Entomologos Europae invitabam, ut quae de his insectis collegissent et observavissent, mecum communicare vellent, quo Monographia ista quam perfectissime progredi posset. Spei et intentioni meae effectus illius promulgationis bene respondebant; nam non solum e pluribus Germaniae regionibus, sed etiam ex Italia et Gallia, multi Entomologi, humanitate et liberalitate singulari, Ichneumonum magnam copiam

(*) Cautum est, inscriptioni, qua auctor in suo ms. usus est, nempe Monographia Ichneumonum *Taurinensium*, hanc emendatiorem sufficere, ut apertius intelligatur species quae in hac Monographia continentur, in diversis Pedemontii, Sabaudiae, et Niceae regionibus repertas fuisse.

mihi transmittebant, cum venia retentionis illimitata, et observationes institutas de vitae eorum genere mecum communicabant, ita ut talibus studii entomologici fautoribus gratias quam maximas agere me oporteat.

Inter illos viros autem, quibus multa debeo, Itali sunt tres nobilissimi celeberrimique, Maximilianus de Spinola, Fridericus de Sanvitale, et Bonelli, qui, haud anxii de incolumitate insectorum manibus meis commissorum, licet ea inopinato jam fere per decem annos retinuerim, nunquam remissionem eorum, ante Monographiae ipsius confectionem sollicitaverunt, cujus humanitatis maximae erga me signum animo gratissimo agnosco.

Jus et aequitas autem poscunt, ut tandem silentii longissimi rationem reddam (nam e promulgatione mea supra allegata publicum entomologicum Monographiam istam Ichneumonum, a me promissam, jam ante sex annos expectare poterat). Causae retardationis nempe erant: 1. *magna ipsa copia Ichneumonum e multis regionibus mihi commissorum, copia, speciebus novis et varietatibus adeo uber, ut prima Monographiae lineamenta jam conscripta omnino delere, et opus valde augmentatum iterum inchoare cogerer:* 2. *mutatio iterata domicilii mei; nam anno* 1810, *Gottingam relinquens, vocationem sequebar in cathedram historiae naturalis Universitatis quae illo tempore Trajecti ad Viadrum florebat. Jam vero anno sequente Universitas inde Vra-*

tislaviam transferebatur, ubi nunc per septem annos munere Professoris historiae naturalis fungor. Hae translocationes et itinera, cum collectione haud parva rerum ad historiam naturalem spectantium, tum institutio Musei publici Universitatis, tandem etiam alia officia, cum professione mea conjuncta, haec omnia exiguum tantum tempus in Monographiae Ichneumonum elaborationem impendere mihi concedebant.

Quo autem Entomologis ostenderem, illam Monographiam haud omnino derelictam et oblivioni traditam esse, anno 1814 *Monographiam edidi Ichneumonum pedestrium (Cryptorum apterorum) cujus exemplar his literis subjungo. Interea autem Monographia Ichneumonum alatorum eo provecta est, ut ejus fundamenta (genera et familiae) stabilita, species et varietates examinatae et descriptae, synonyma (eheu! valde confusa et saepe inextricabilia) quatenus fieri potuit, creta et determinata sint. Conspectus generum et familiarum, adnexa appendice, genera et familias Ichneumonidum adscitorum exhibente, auctore C. G. Nees ab Esenbeck, Entomologo meritissimo, in actis Societatis Caesareo-Leopoldinae naturae scrutatorum editus est; hujusque exemplar Vobis, Viri nobilissimi et celeberrimi, transmitto. Specierum europaearum fere* 1200, *harumque varietatum numerosarum agmen, quod in museo meo conservo, sub genera illa et familias distributum quidem est, sed descriptiones illarum specierum et varietatum, schedulis adhuc inordinatis adumbratae,*

revisionem desiderant generalem, priusquam manuscriptum prelo committi possit.

Rebus sic stantibus haud absonum esse putavi, Vobis, Viri nobilissimi et doctissimi, Monographiam Ichneumonum, qui in regione vestra degunt, his scriptis proponere, simulque Viro doctissimo, professori Bonelli, qui sedulitate et studio quam maximo Ichneumones collegit, et totam suam horum Piezatorum collectionem, humanitate et liberalitate singulari, mihi commisit, hac occasione publicas agere gratias.

Accipiatis quaeso, Viri nobilissimi doctissimique, hoc opusculum animo benevolo, et favete

Auctori.

ICHNEUMON (*).

Caput transversum: *scutellum* planum: *abdomen* petiolatum, aut subpetiolatum, rarius subsessile, teretiusculum, rarius depressum. (*Terebra* abscondita aut subexerta).

FAMILIA I.

Abdomen petiolatum, oblongum aut subovatum: *segmentum* 1 globosum, scabrum, petiolo longo lineari arcuato: *alae* cellula cubitali intermedia 5-angulari: *antennae* et *pedes* mediocres. (*Terebra* abscondita aut subexerta).

SECTIO 1. Scutello et abdomine totis nigris.

1. I. COMITATOR. Orbitis oculorum frontalibus pallidis, femoribus tibiisque anterioribus subtus pallidis. (Antennarum annulo albo). Femina.

Longitudo 5 - 6 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus ferrugineis. *Antennae* dimidii corporis longitudine, apice involutae (**); articulis 9 - 13, vel 11 - 15 supra albis. *Thorax* gibbulus. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* femoribus anticis aut anterioribus apice subtus fer-

---

(*) Piezatorum ea, quae sub nomine generali *Ichneumonidum* comprehendo, secundum alarum superiorum cellulas, his characteribus distinctivis designavi in CONSPECTU GENERUM ET FAMILIARUM ICHNEUMONIDUM: *cellulis alarum* completis: *cellula radiali* una magna: *cellula cubitali interiore* cum cellula discoidali interiore coalita.

(**) Antennae omnium Ichneumonum, tam marium quam feminarum vita porrectae sunt; morte autem antennae feminarum curvatae aut spiraliter involutae esse solent, imprimis apice.

rugineis, posticis interdum subtus fusco-ferrugineis; tibiis vel rufo-ferrugineis, anticis subtus fulvis, posticis apice fuscis, vel nigris, anticis subtus flavis, mediis fusco-ferrugineis, tarsis nigricantibus aut ferrugineis, anticis subtus pallidioribus. *Abdomen* oblongo-ovatum, thorace paullo angustius, capite thoraceque paullo longius, nigrum, interdum subcaerulescens.

Varietas hujus speciei his discedit. *Longitudo* paullo infra 5 lin. *Caput* totum nigrum. *Antennae* articulis 9-14 supra albis. *Alae* stigmate piceo. *Pedes* femoribus anterioribus subtus apice ferrugineis; tibiis anticis subtus flavis, mediis fusco-ferrugineis; tarsis anticis subtùs luteis. *Abdomen* caeruleo-nigrum.

I. comitator auctorum plurimorum. Nemo autem nec orbitarum pallidarum nec coloris ferruginei pedum anticorum mentiõnem fecit. Nullo modo autem huc referri possunt. *I. comitator* Christ p. 354 et Sulzer Gesch. tab. 26 fig. 14 (qui ad I. bilineatum, speciem nostram septimam, spectat); *I. comitator* Oliv. p. 177 n. 64 (qui ad *Cryptum enervatorem* Fabr. pertinet; cuique etiam Reaumurii Ichneumon, VI tab. 29 fig. 1-4, a pluribus auctoribus ad *I. comitatorem* citatus, jungendus est).

I. auspex Müll. n. 1792.

I. molitorius Schrank Fn. Boica n. 2072 var. d?

2. I. ALBIGUTTATUS (n. sp.). Orbitis oculorum frontalibus,

puncto marginali segmenti tertii et quarti, nec non latere infero tibiarum anticarum albis. (Antennarum annulo albo). Femina.

Statura et *partium proportio* praecedentis. *Longitudo* 5 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus albis. *Antennae* articulis 10-14 supra albis. *Thorax* puncto albo infra alas. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, cellula cubitali intermedia subtriangulari. *Pedes* femorum anteriorum puncto apicali nec non tibiarum anticarum latere infero albidis. *Abdomen* caeruleo-nigrum, segmentis 2-4 summo margine ferrugineis, 3 et 4 praeterea puncto marginali dorsali glauco-albido.

3. I. NIGRITARIUS (n. sp.). Orbitis oculorum facialibus et annulo antennarum albis, femoribus tibiisque anterioribus subtus testaceis. Mas.

Longitudo 6 lin. *Caput* orbitis oculorum facialibus albis. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores, articulis 14-17 supra albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufescente. *Pedes* femoribus anticis subtus totis, mediis apice solo testaceis; tibiis anterioribus subtus fulvo-testaceis; tarsis anterioribus subtus fulvis. *Abdomen* thorace angustius, eo autem duplo longius, segmentis 2-6 latitudine aequali.

I. molitorius Boic. n. 2072 var. d?

4. I. FASCIATUS. Tibiis, tarsis, orbitis oculorum internis, punctoque ad alarum radicem albis. Mas.

Statura sequentis, abdomine vix paullo graciliore, antennis

paullo brevioribus. *Longitudo* 7 lin. *Caput* palpis, macula mandibularum, orbitis oculorum internis, punctoque ad orbitas oculorum occipitales albis. *Antennae* articulo primo puncto albo. *Thorax* puncto ante alas alteroque infra alas albo. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anticis subtus testaceis, mediis puncto apicali testaceo; tibiis anterioribus albidis, latere altero apicem versus nigris, posticis albis apice nigro; tarsis albis, anteriorum articulis apice rufis, posticorum articulis 1 - 3 apice fuscescentibus, 4 et 5 totis fuscis. *Abdomen* punctum, segmento primo et secundo rugulis longitudinalibus.

I. fasciatus Gmel. n. 294. Sed *I. fasciatus* Panzeri et Fabricii ad Cryptos apteros pertinet.

5. I. LINEATOR. Orbitis oculorum internis et lineolis duabus ante scutellum albis; tibiis anterioribus subtus rufis. Mas.

Longitudo 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum internis et parte externarum albidis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio vix paullo longiores. *Thorax* punctis duobus ad alarum radicem lineolisque duabus tenuibus ante scutellum albis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate nigro. *Pedes* antici femorum tibiarumque latere infero rufo; medii tibiarum latere infero ferrugineo. *Abdomen* capite thoraceque longius, paullo angustius, caerulescens.

Varietas. Longitudo 6 lin. *Caput* orbitis oculorum occipitalibus et externis totis nigris. *Thorax* totus niger. *Pedes* anteriores latere altero femorum et tibiarum testaceo.

I. lineator Fabr. Oliv., Villers, Gmel.

Cryptus lineator Fabr. Piez.

Dom. Bonelli hujus speciei *mares* solummodo misit. In Germania mares et feminae saepe occurrunt. *Femina statura* tota crassior est quam mas. *Antennae* corporis dimidii longitudine, involutae, articulis 10-15 supra albis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine.

I. nigrator Fabr. Sed *I. nigrator* Müll. n. 1839, totus niger, huc non pertinere videtur; an ejus varietas?

6. I. CASTIGATOR. Femoribus tibiisque rufis. Mas.

Longitudo 5 lin. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate luteo. *Abdomen* thorace fere duplo longius et perpaullum angustius, lineari-oblongum aut oblongo-ovatum.

Varietas. Tibiis posticis apice nigris.

I. adustus Gmel. n. 268.

Dom. Bonelli nec nisi *marem* misit. In Germania mares et feminae occurrunt. *Femina* a mare discedit *statura* paullo crassiore; *abdomine* oblongo, apice compressiusculo, obtuso; *antennis* apice incurvis, subtus basin versus rufis.

I. castigator Fabr.

Schaeffer Ic. Rat. tab. 72 fig. 4.

7. I. BILINEATUS. Abdomine nigro-caerulescente, femoribus tibiisque rufis, orbitis oculorum internis albidis. Fem.

Statura et *partium proportio* sicut in speciei 5 femina.

Longitudo 5 lin. *Caput* orbitis oculorum internis obsolete albis. *Antennae* apice involutae, articulis 12-15 supra albis. *Pedes* femoribus anterioribus latere convexo nigris, tibiis apice nigricantibus. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate nigro.

Dom. Bonelli *feminam* solam misit. *Mas*, qui cum femina in Germania habitat, hic est: *statura* gracilior quam femina. *Longitudo* 5 lin. *Caput* orbitis oculorum internis albis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores. *Scutellum* punctis 2 apicalibus pallidis obsoletissimis. *Alae* sicut in femina. *Pedes* femoribus tibiisque rufis, harum posticis apice nigris. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius paulloque angustius,

I. bilineatus Gmel. n. 265.

I. comitator Christ p. 354; Sulzer Gesch. tab. 26 f. 14 (confer quae ad speciem primam monui).

8. I. TIBIATOR (n. sp.). Femoribus anticis pro parte rufis; tibiis anticis rufis, posterioribus extus albis. Mas.

Longitudo 2 $\frac{1}{4}$ lin. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores. *Alae* hyalinae, stigmate piceo-testaceo. *Pedes* antici rufi, coxis et trochanteribus nec non latere convexo femorum nigris; medii nigri, femorum apice ferrugineo, tibiis latere altero albis; postici nigri, tibiarum linea longitudinali, nec basin, nec apicem attingente, alba. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine, thorace paullo angustius, sublineari-oblongum, apice subcompressiusculo-clavatum; segmento primo apicem versus sensim dilatato,

linea longitudinali impressa, et tuberculis lateralibus vix distinguendis.

SECTIO 3. Scutello pallide notato: abdomine toto nigro.

9. I. SUBSERICANS. Subsericans; facie et antennarum articulo primo subtus flavis; stigmate, femoribus, tibiisque fulvis. Mas.

Longitudo 7 lin. *Caput* ore et facie flavis, facie interdum maculis duabus nigricantibus. *Antennae* porrectae, corpore dimidio longiores; articulo primo subtus albo. *Thorax* vel totus niger, vel punctis 2 aut 1 ad radicem alarum albis. *Scutellum* vel totum vel pro parte flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* fulvi, coxis et trochanteribus nigris, anterioribus subtus flavis; tarsis posticis fuscis. *Abdomen* thoracis latitudine, capite thoraceque fere duplo longius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; subopacum, apice nitidiore.

I. fossorius Linn. Oliv. Vill. Fuessl. Gmel. Christ, huc pertinet. Sed *I. fossorius* Fabr. cum specie sequente jungendus est.

10. I. FOSSORIUS. Femoribus tibiisque fulvis (antennarum annulo albo). Fem.

Longitudo 5 lin. *Antennae* dimidii corporis longitudine, apice incurvae, articulis 9 - 13 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate luteo. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus nec non pedum posticorum tarsis et apice tibiarum nigris. *Abdomen* oblongo-ovatum,

thoracis latitudine, capite thoraceque paullo longius; segmentis 1 - 3 subopacis, sequentibus nitidulis.

Dom. Bonelli *feminam* solam misit. *Mas* autem hic est: *Long.* 6 - 7 lin. (feminae plurimae etiam longitudinem 6 lin. superare solent). *Antennae* porrectae, dimidii corporis longitudine, nigrae, articulis 2 et sequentibus subtus rufis. *Abdomen* est paullo longior paulloque angustior quam in femina. *Pedes* et *Alae* sicut in femina.

I. fossorius Fabr. Walcken. Müll.

Ichn. Geoffr. II p. 345 n. 55 ?

11. I. MULTICOLOR. Orbitis oculorum internis albis; stigmate, femoribus, tibiisque rufis. Mas.

Statura et *proportio partium* praecedentis. *Longitudo* 7 lin. *Caput* orbitis oculorum internis pallidis obsoletis. *Scutellum* apice album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo. *Pedes* fulvi; coxis et trochanteribus, nec non pedum posticorum tarsis et tibiarum apice, nigris. *Abdomen* opacum, segmentis ultimis nitidis.

Dom. Bonelli hunc *marem* misit. In Germania mas et femina occurrit. *Femina* autem haec est. *Statura* et *proportio partium* sicut in femina speciei praecedentis. *Longitudo* paullo ultra 6 lin. *Caput* orbitis oculorum tenuissimis, flavo-albis, in vertice bis interruptis, mandibulis ferrugineis. *Antennae* articulis 1 et 2 nigris, 3 - 10 fusco-ferrugineis, 11 - 16 nigris supra albis, sequentibus nigris. *Thorax* punctis 2 ad radicem alarum, 2 in dorso protho-

racis, flavo-albidis. *Scutellum* flavo-albidum. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* sicut in mare.

I. multicolor Gmel. n. 225. Sed *I. multicolor* Oliv. et Fourcr. est *Ceropales maculata* Fabr.

12. I. MONOSTACON (n. sp.). Orbitis oculorum internis albidis; stigmate fusco; femoribus tibiisque rufis. Mas. *Statura* et *proportio partium* sicut in mare specici praecedentis, sed tubercula lateralia segmenti primi minus prostant, quo pars anterior hujus segmenti sensim in petiolum transit. *Longitudo* 6 lin. *Caput* palpis pallidis, orbitis oculorum internis albidis. *Thorax* puncto minutissimo albido infra alas. *Scutellum* apice albidum. *Alae* apice subfumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus nec non pedum posticorum tarsis et tibiarum apice nigris. *Abdomen* subopacum, apice nitidum.

An varietas speciei praecedentis?

13. I. ALBICILLUS (n. sp.). Facie, coxis anticis, lineis duabus ante scutellum, lineaque ante alas albis; femoribus tibiisque rufis, posticis fuscescentibus. Mas. *Longitudo* 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* ore, facie et orbitis oculorum omnibus albis, macula faciali attamen nigra. *Antennae* porrectae, corpore breviores; articulo 1 subtus albo. *Thorax* linea ante alas, lineola infra alas, lineola obliqua ante singulum scutelli angulum, lineaque transversa infra scutellum albis. *Scutellum* margine laterali albo. *Alae* hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali alba. *Pedes* antici coxis albis, trochanteribus nigris, femoribus tibiisque fulvis,

subtus pallide testaceis, tarsis exalbidis; medii coxis et trochanteribus nigris, femoribus castaneis, subtus testaceis, tibiis rufis, subtus pallide testaceis, tarsis pallide testaceis; postici coxis et trochanteribus nigris, femoribus castaneis supra fuscis, tibiis tarsisque fuscis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et paullo angustius; segmentis 2 - 5 fere latitudine aequali, nigro-caeruleis, punctis, disco subdepressiusculis, margine summo rufis.

14. I. DIGRAMMUS (n. sp.). Orbitis oculorum internis et linea ante alas albis; femoribus tibiisque rufis, his apice nigris; stigmate fusco. Mas.

Longitudo 4 lin. *Caput* palpis pallidis; orbitis oculorum internis et puncto laterali clypei albis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores, subtus, basi excepta, ferrugineae. *Thorax* lineola ante alas, punctoque infra alas albis. *Scutellum* apice album. *Alae* subfumato-hyalinae, apice obscuriores, stigmate fusco, cellula cubitali intermedia triangulari. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus nec non tibiarum posticarum apice nigris. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et angustius, nitidulum, punctum, segmentorum 2 - 6 marginibus summis castaneis.

15. I. RESTAURATOR. Punctis duobus apicalibus scutelli, duobusque ante scutellum albis. Mas.

Longitudo 7 lin. *Caput* palpis mandibulisque albidis, his apice nigris; puncto laterali clypei, orbitis oculorum internis et externis, albis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores. *Thorax* puncto supra singulum

scutelli angulum, lineola transversa infra scutellum, punctisque duobus minutis ad radicem alarum albis. *Scutellum* punctis duobus apicalibus albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femorum latere inferiore testaceo-piceo; tibiis anterioribus fusco-ferrugineis, anticis intus testaceo-piceis, tarsis anterioribus fuseo-ferrugineis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et angustius, subnitidulum.

I. restaurator Fabr. Ent. S. p. 165 n. 133 Fabr. Piez. p. 67 n. 74.

Cave, ne hanc speciem confundas cum *I. restauratore* Fabr. Ent. S. p. 151 n. 76, et *Crypto restauratore* Fabr. Piez. p. 83 n. 48, cui *I. restaurator* Oliv. Villers, Gmel. Christ, et Rossi consociandus est.

16. I. LUCTUOSUS (n. sp.). Scutelli apice, orbitisque oculorum internis albis. Mas.

Longitudo 6 - 7 lin. *Caput* palpis albidis, orbitis oculorum internis albis. *Antennae* porrectae, corporis dimidii longitudine, vel paullo longiores. *Thorax* vel totus niger, vel punctis duobus unove ad alarum radicem albis. *Scutellum* vel fere totum, vel apice solo, vel tantum punctis 2 apicalibus, albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* anteriores latere altero femorum tibiarumque testaceis. *Abdomen* thorace fere duplo longius, ejus autem latitudine, fuscum aut nigrum, incisuris distinctius obsoletiusve castaneis.

17. I. LEUCOCERUS (n. sp.). Antennarum annulo, orbitis

oculorum internis, punctisque ad radicem alarum albis; abdominae caerulescente. Mas et femina.

Mas. Longitudo 7. lin. *Caput* orbitis oculorum facialibus et puncto laterali clypei albis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore longiores, articulis 11 - 13 supra albis. *Thorax* lineola infra alas, puncto ante alas, et colli margine supero albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* antici femoribus subtus macula apicali rufo-testacea, tibiis subtus pallide testaceis; medii femoribus subtus macula apicali ferruginea, tibiis fuscis. *Abdomen* thorace paullulum angustius, capite thoraceque duplo longius, caeruleo-nigrum, opacum, apice nitidum.

Femina. Longitudo 6 - 7 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus tenuissimis albidis. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae, articulis 10 - 16 supra albis. *Thorax* colli margine supero et punctis 2 ad alarum radicem albis. *Scutellum* macula alba. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anterioribus subtus puncto apicali testaceo; tibiis anticis subtus albidis. *Abdomen* thorace longius et paullo angustius, oblongo-ovatum, caeterum sicut in mare.

18. I. SEMIORBITALIS (n. sp.). Orbitis oculorum internis, punctoque articuli primi antennarum albis; pedum anteriorum tarsis tibiis et latere altero femorum fulvis. Mas.

Longitudo 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* palpis piceis; orbitis oculorum facialibus punctisque duobus parvis infra antennas albis.

Antennae porrectae, dimidio corpore paullo longiores, subtus articulo primo albo, sequentibus fusco-ferrugineis. *Scutellum* album. *Alae* subhyalinae, stigmate fusco. *Pedes* graciliores quam in reliquis hujus familiae cospeciebus; antici tarsis et tibiis nec non femorum latere infero pallide fulvis; medii femorum latere infero apicem versus fulvo, tibiis fulvis, latere extero apicem versus nigro, tarsis fulvo-fuscescentibus; postici tibiis luteis, apice et summa basi nigris. *Abdomen* thorace paullo angustius eoque fere duplo longius, subtilissime punctum, opacum; segmento secundo margine summo et macula laterali obscuro-castaneis, tertio summo margine castaneo.

19. I. DELIRATORIUS. Punctis ad radicem alarum, annuloque tibiarum albis (facie alba). Mas.

Longitudo 7 lin. *Caput* ore et facie albis, orbitis oculorum externis ferrugineis. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores, articulo primo subtus albo. *Thorax* punctis duobus ad radicem alarum albis. *Scutellum* album, basi nigra. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo, squamula radicali nigra puncto albo. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris puncto albo; femoribus nigris, anterioribus subtus testaceis; tibiis albis, anterioribus extus apicem versus fuscis, posticis apice et summa basi nigris; tarsis anterioribus albis. *Abdomen* capite thoraceque longius et angustius.

I. deliratorius auctorum.

I. molitorius Schrank Boic. n. 2072 b.

I. palmarius Fourcr. p. 411 n. 54.

Ichn. Geoffr. II p. 344 n. 53.

Dom. Bonelli *marem* solum misit, sed sexus ambo in Germania obveniunt. *Femina* haec est. *Longitudo* 6 lin. *Caput* immaculatum. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice incurvae, articulis 10 - 14 supra albis. *Thorax* niger, interdum puncto obsoleto albo ante alas. *Scutellum* album. *Alae* stigmate ruſo. *Pedes* antici femoribus subtus apice albis, tibiis albis, extus apice nigris, tarsis fuscis aut ferrugineis; posteriores annulo lato albo ante basin tibiarum. *Abdomen* thoracis latitudine, eoque vix duplo longius, apice acuto; segmentis 2 - 4 latitudine aequali.

Ad hanc feminam sine dubio pertinent illi Ichneumones, quorum quidam auctores sub *I. molitorio*, qua ejus varietatum abdomine toto nigro, mentionem faciunt.

I. molitorius Panz. Faun. 19 tab. 16. Grayenh. Verz. n. 3725.

20. I. EDICTORIUS. Punctis ad radicem alarum, tibiisque albis. Mas.

Longitudo fere 6 lin. *Antennae* porrectae, vix corporis dimidii longitudine. *Thorax* puncto ante alas lineolaque infra alas albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali fusca puncto albo. *Pedes* femoribus anticis subtus albidis, mediis subtus apice albidis; tibiis albis, anterioribus latere extero apicis fusco, posticis apice toto nigricante, tarsis anticis exalbidis, mediis albido-fuscescentibus. *Abdomen* oblongo-lanceolatum, thoracis latitudine, eoque duplo longius, confertissime punctum,

nitidulum; segmentis 2 et 3 subopacis, nigro-fuscis, margine summo obsoletim castaneo.

I. edictorius Linn. Oliv. Villers, Gmel. Christ, Fabr. (Ent. Syst. p. 146 n. 52). Excludendi autem sunt: *Cryptus edictorius* Fabr. (Piez. p. 77 n. 26), *I. edictorius* Schrank (Austr.) Dwigub.

21. I. BIANNULATUS (n. sp.). Orbitis oculorum internis, punctis ad alarum radicem, annuloque tibiarum et tarsorum albis. Mas.

Longitudo 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* macula mandibulari, orbitis oculorum internis et puncto ad orbitas oculorum occipitales albis. *Thorax* punctis duobus ad alarum radicem albis. *Scutellum* punctis duobus apicalibus albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anticis subtus testaceis; tibiis anticis albidis, extus nigris, mediis albidis, apice et extus nigris, posticis nigris, basin versus albis; tarsis anticis ferrugineis, posterioribus fusco-nigris articulo primo albo. *Abdomen* capite thoraceque longius et angustius, apice nitidum, segmentis — — 5 latitudine aequali, 2 - 4 dorso subdepressiusculo, ruguloso, rugulis sensim obsoletioribus.

22. I. PALLIPES (n. sp.). Tibiis albis, femoribus albo-maculatis. Mas.

Statura et *partium proportio* sicut in mare speciei praecedentis; antennis autem brevioribus. *Longitudo* 7 $\frac{1}{2}$ lin. *Thorax* punctis duobus albis ad radicem alarum. *Scutellum* album. *Alae* subluteo-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* coxis

et trochanteribus nigris; femoribus anticis albido-testaceis, supra nigris, mediis nigris, apice albido, posticis nigris, tibiis albis apice nigro, anticis extus fuscis; tarsis anterioribus ferrugineis, mediis supra fuscis, posticis fuscis.

Dom. Bonelli *marem* hujus speciei misit; mas et femina in Germania occurrunt. *Femina* haec est. *Longitudo* 6 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus albidis tenuibus, externis rufis. *Antennae* dimidio corpore vix paullo longiores, apice incurvae, articulis 10 - 17 supra albis. *Thorax* vel totus niger vel punctis 2 ad alarum radicem albis. *Alae* sicut in mare. *Pedes* femoribus anticis subtus exalbidis; tibiis albis, anterioribus extus apicem versus nigris, posticis basi et apice nigris. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine, oblongo-ovatum, nigro-caerulescens, interdum summis segmentorum marginibus subcastaneis.

SECTIO 4. Scutello pallide notato: abdomine nigro, segmentis ultimis albo-notatis.

23. I. SATURATORIUS. Annulo antennarum albo; femoribus tibiisque rufis, tibiis posticis apice nigris. Mas et Femina.

Mas. Longitudo fere 6 lin. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullo longiores; articulis 2 - 14 subtus rufis, 15 - 19 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate nigro, cellula cubitali intermedia subtriangulari. *Pedes* antici femoribus subtus rufis, tibiis rufis; medii femoribus subtus apice rufis, tibiis subtus rufis, postici tibiis ante basin obscuro-castaneis. *Abdomen* capite thoraceque

longius et paullo angustius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; segmento ultimo albo.

Femina. Longitudo 3 - 4 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus albidis, obsoletis. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice incurvae, articulis 9 - 16 vel omnibus vel plurimis eorum supra albis. *Scutellum* album. *Alae* sicut in mare. *Pedes* vel 1 rufo-fulvi, coxis et trochanteribus nigris; postici tarsis et tibiarum apice nigricantibus; vel 2 nigri, femoribus anterioribus subtus ferrugineis; tibiis ferrugineis, mediis extus fuscescentibus, posticis apicem versus nigris; tarsis anterioribus rufo-ferrugineis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, oblongo-ovatum, apice acutum; segmentis 2 et 3 subtiliter punctis, subnitidulis, summo margine castaneo, sequentibus nitidissimis, 7 dorso albo.

I. saturatorius auctorum ad varietatem femoribus tibiisque rufis pertinet, excepto *I. saturatorio* Borowski, ad speciem 38 removendo.

I. bimaculatus auctorum plurimorum, et *I. bimaculatorius* Panz. Fauna 80 tab. 8, varietati femoribus tibiisque maxima parte nigris consociandus est; sed *I. bimaculatus* Fabr. Christ, et Gmel. n. 276, satis ab hac specie nec non inter se discrepant.

24. I. SALICATORIUS (n. sp.). Tibiis luteis, posticis apice nigro (facie flava, segmentis 2 et 3 castaneo-maculatis). Mas.

Longitudo fere 6 lin. *Caput* ore et facie flavo-albidis. *Antennae* porrectae, corpore breviores, articulo 1 subtus albido. *Thorax* punctis duobus ad radicem alarum albis. *Scutellum* albidum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* femoribus anterioribus subtus fulvis; tibiis flavis, posticarum apice nigro; tarsis anterioribus rufis. *Abdomen* oblongum, capite thoraceque longius, thoracis latitudine, subtiliter punctum, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; segmentis 2 et 3 castaneis, puncto discoidali nigro, 5 et 6 puncto dorsali albo, 7 puncto longitudinali ovali albo.

Dom. Bonelli *marem* mihi commisit; in Germania sexus uterque occurrit. *Femina* haec est: *Longitudo* 6 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus luteis. *Antennae* corpore dimidio paullulum longiores, curvatae, articulis 9 - 15 albis. *Thorax* punctis 2 ad radicem alarum flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* sicut in mare. *Pedes* femoribus anterioribus subtus apice fulvis; tibiis flavis, posticis apice nigro; tarsis rufis. *Abdomen* oblongum, thoracis latitudine, capite thoraceque paullo longius, apice obtuso, segmento 2 subopaco, subtilissime puncto, sequentibus nitidis, 7 macula dorsali flava.

25. I. PEDESTRINUS (n. sp.). Ano subcompresso, obtuso, subalbo-notato; femoribus tibiisque fulvis; annulo antennarum albo.

Longitudo 7 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus subpallescentibus. *Antennae* graciliores quam plurimis hujus familiae feminis, corpore dimidio vix paullo longiores,

apice involutae, articulis 11 - 15 supra albis. *Thorax* puncto flavicante infra alas. *Scutellum* flavo-album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* fulvi, coxis et trochanteribus nec non tarsis posticis nigris. *Abdomen* capite thoraceque longius, thorace vix paullo angustius, nitidum, apice subcompresso-obtusum; segmento 2 subtilissime puncto, subopaco, 7 puncto dorsali albicante.

26. I. ANATOR. Punctis duobus scutellaribus, nec non lineis aut punctis ad alarum radicem albis; femoribus tibiisque rufis; (orbitis oculorum internis albis). Mas.

Longitudo 3 - 4 lin. *Caput* ore rufo, orbitis oculorum internis albidis. *Antennae* porrectae, corporis dimidii longitudine, articulis 3 et sequentibus subtus ferrugineis. *Thorax* colli margine supero, linea ante alas, lineolaque infra alas albis. *Scutellum* punctis 2 albis. *Alae* subfumato-hyalinae; stigmate fusco, squamula radicali puncto albo. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus, nec non tarsis posticis, nigris. *Abdomen* subsericans, thorace paullo angustius, capitis thoracisque longitudine; segmento 6 margine, 7 toto, albis.

I. anator Fabr. Ent. Syst. II p. 169 n. 149.

Cryptus anator Fabr. Piez. p. 87 n. 74.

I. biscutatus Gmel. n. 233.

Dom. Bonelli *marem* misit. Mas et femina in Germania degunt. *Femina* haec est: *Longitudo* fere sicut in mare. *Antennae* corpore dimidio paullo breviores, apice involutae; articulis 10 - 12 supra albidis, 3 - 9 interdum ferru-

gineis. *Thorax* punctis duobus ad alarum radicem albis. *Scutellum* punctis duobus albis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* sicut in mare. *Abdomen* thoracis longitudine et latitudine, caeterum sicut in mare.

I. cinctorius auctorum.

Cryptus cinctorius Fabr. Piez. 78 n. 33.

27. I. QUADRIALBATUS (n. sp.). Femoribus tibiisque rufis (annulo antennarum albido). Fem.

Statura et *partium proportio* sicut in I. saturatorii (n. 23) femina. *Longitudo* 5 lin. *Antennae* articulis 12 - 18 supra albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate nigro, cellula cubitali intermedia subtriangulari. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nec non tarsis posticis et tibiarum posticarum apice nigris. *Abdomen* segmentis 2 et 3 subtilissime punctis, subopacis, summo margine obsolete castaneis; sequentibus nitidis; 6 summo margine, 7 dorso albo.

Dom. Bonelli hanc *feminam* misit. In Germania mas et femina occurrunt. *Mas* autem hic est: *Statura* et *partium proportio* sicut in mare I. saturatorii (n. 23). *Longitudo* 3 - 4 lin. *Antennae* totae nigrae. *Alae* subluteo-hyalinae aut fumato-hyalinae, stigmate rufo aut fusco. *Pedes* sicut in femina. *Abdomen* segmento 7 dorso albo.

28. I. COMPUTATORIUS. Annulo antennarum albo. Femina. *Longitudo* 5 - 6 lin. *Antennae* corpore dimidio paullo breviores, apice involutae, articulis 9 - 16 vel omnibus vel plurimis eorum supra albis. *Thorax* interdum puncto albo infra alas. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate

rufo. *Pedes* antici femoribus vel subtus totis vel tantum apice ferrugineis, tibiis subtus plerumque ferrugineis aut testaceis, tarsis ferrugineis; medii tarsis, plerumque etiam latere interiore tibiarum, rarius quoque femorum apice, ferrugineis; postici plerumque tibiarum medio vel latere interiore ferrugineo. *Abdomen* oblongo-ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine; segmentis 6 et 7, interdum etiam 5, macula dorsali albida; 2 et 3 interdum fuscis vel incisura castanea.

I. computatorius Müll. n. 1769.

Multi auctores hanc speciem cum *I. moditorio* Linn. confuderunt.

SECTIO 5. Scutello pallido, abdomine tricolore.

29. I. EXTENSORIUS. Antennarum annulo albo; segmentis 2 et 3 rufis; tibiis rufis, posticarum apice nigro. Femina.

Longitudo 4 - 5 lin. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae; articulis 9 - 16 vel omnibus vel plurimis eorum supra albis. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* femoribus anticis vel latere inferiore toto vel apice rufis, mediis plerumque apice rufis; tibiis rufis, interdum vel omnibus vel posticis solis intus flavicantibus, apice posticarum semper nigro; tarsis anterioribus rufis, posticis fuscescentibus. *Abdomen* ovatum capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice acutum; segmentis

2 et 3, rarius etiam lateribus quarti, rufis; 5 - 7 vel solis 6 et 7 macula dorsali alba.

Dom. Bonelli *feminas* quasdam misit. Feminae et mares in Germania occurrunt, illae autem multo frequentiores. *Mas* hic est: *Longitudo* 5 - 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Antennae* sicut in femina. *Thorax* puncto albido infra alas. *Alae* sicut in femina. *Pedes* paullo graciliores quam in femina, rufi; coxis et trochanteribus omnibus, femoribus posticis, nec non apice tibiarum posticarum, nigris, tarsis posticis fuscis. *Abdomen* capite thoraceque longius et paullulum angustius; segmentis 2 et 3 rufis; 4 - 7 margine medio dorsali albo.

Sine dubio ad hanc speciem pertinet *I. extensorius* plurimorum auctorum; sed ob brevitatem descriptionum haud certitudine irrefutabili eruere possum, num illarum descriptionum quaedam forsan quoque ad unam alteramve specierum cognatarum (v. c. ad species 30, 33, 35, 36) spectent; apparet enim, has species saepe pro varietatibus I. extensorii haberi.

Ad feminas autem pertinent *I. vexatorius* et *I. lusorius* Gravenh. Verz. n. 3733 et 3734.

30. I. CONFUSOR (n. sp.). segmentis 2 et 3 rufis; tibiis flavis, apice obscuris (annulo antennarum albo). Fem. *Longitudo* 5 lin. *Antennae* vix dimidii corporis longitudine, apice involutae, articulis 8 - 14 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali rufa. *Pedes* femoribus anterioribus apice ferrugineis; tibiis flavis, anterioribus apice et latere exteriore rufis, po-

sticis apice nigris, basi summa rufescentibus; tarsis rufis. *Abdomen* ovatum, capitis thoracisque latitudine et longitudine; segmentis 2 et 3 rufis, 6 et 7 macula dorsali alba.

31. I. AMMONIUS (n. sp.). Antennis medio albis, basin versus rufis; tibiis rufis; segmentis 2 et 3 rufis, 6 et 7 puncto dorsali albo. Mas et femina.

Nescio, an haec species, his characteribus, in Subalpina regione occurrat; Dom. Bonelli nec nisi varietatem feminae misit, huc describendam: *Longitudo* 4 $\frac{1}{3}$ lin. *Caput* puncto albo orbitarum occipitalium. *Antennae* dimidii corporis longitudine, apice incurvae; articulis 13 - 16 supra albis, sequentibus subtus ferrugineis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco-piceo. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris, tarsis posticis fuscescentibus. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice acutum; segmentis 2 et 3 castaneis, 4 macula laterali obscuro-castanea, 6 et 7 macula transversa alba.

Species genuina autem haec est: *Mas*: *Statura* et *partium proportio* sicut in mare speciei 29, ano attamen obtusiore. *Longitudo* 5 lin. *Caput* orbitis oculorum internis sanguineis. *Antennae* articulis 2 - 7 subtus ferrugineis, sensim pallidioribus, 7 - 13 supra albis. *Thorax* interdum punctis 2 albis ad alarum radicem. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate et squamula radicali rufis. *Pedes* femoribus anterioribus apice rufis; tibiis rufis, posticarum apice nigra; tarsis rufis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 6 et 7 puncto dorsali albo.

Femina. Statura et *proportio partium* sicut in varietate supra descripta. *Longitudo* 5 lin. *Caput* sicut in mare. *Antennae* articulis 1 - 7 ruso-ferrugineis, 8 - 13 supra albis. *Thorax* totus niger. *Scutellum* et *alae* sicut in mare. *Pedes* femoribus omnibus apice rufis; tibiis rufis, anterioribus apice ruso-ferrugineis, posticis apice fuscis, medio subflavicantibus. *Abdomen* sicut in mare coloratum.

32. I. STRAMENTARIUS (n. sp.). Segmentis 2 et 3, punctis analibus, tibiisque flavis, his apice obscuris (annulo antennarum albo). Fem.

Statura et *partium proportio* sicut in specie 30. *Longitudo* 6 lin. *Antennae* articulis 9 - 14 supra flavo-albis. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* femoribus anterioribus apice summo ferrugineis; tibiis flavis, posteriorum apice nigro; tarsis ferrugineis, posticis articulorum apicibus nigris. *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis, ultimis tribus puncto dorsali flavo.

33. I. TERMINATORIUS (n. sp.). Segmentis 2 et 3 luteis, incisura nigra; tibiis luteo-flavis, apice obscuris (antennarum annulo albo). Fem.

Statura et *partium proportio* sicut in specie 30. *Longitudo* 6 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus lutescentibus tenuissimis. *Antennae* articulis 10 - 16 supra albidis. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali rufa. *Scutellum* luteum. *Pedes* femoribus anterioribus apice ferrugineis; tibiis luteo-flavis, anterioribus apice ferrugineis, posticis apice nigris; tarsis ferrugineis. *Abdomen* segmentis

2 et 3 luteis, incisura nigricante, tribus ultimis puncto dorsali flavo.

34. I. CERINTHIUS (n. sp.). Segmentis 2 et 3 flavis, incisura nigra; tibiis flavis; apice obscuris (annulo antennarum albo). Fem.

Haec species praecedenti peraffinis est, sed statura tota graciliore, nec non antennis pedibusque longioribus et gracilioribus, differt. *Longitudo* 5 - 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus obsoletissime sanguineis. *Antennae* corpore dimidio paullo longiores, articulis 11 - 16 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* femoribus anticis subtus et apice, mediis solo apice, rufis; tibiis flavis, anterioribus apice rufescentibus, posticis apice nigris; tarsis rufis. *Abdomen* ovatum, capitis thoracisque latitudine et longitudine, vel paullo longius; segmentis 2 et 3 flavis, incisura fusca, ultimis duobus puncto dorsali flavo.

35. I. RAPTORIUS. Antennis medio albis, basin versus rufis; segmentis 2 et 3 rufis, 5 - 7 macula dorsali alba; tibiis rufis. Mas.

Statura et *partium proportio* sicut in specie 29. A specie 31 haec differt antennis brevioribus et crassioribus.

Dom. Bonelli maris varietatem misit antennis bicoloribus. *Longitudo* 5 lin. *Antennae* nigrae, articulis 9 - 14 supra albidis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali ferruginea; cellula cubitali intermedia subtriangulari. *Pedes* femoribus anterioribus apice

I. sarcitorius Linn. Vill. Oliv. etc., sed *I. sarcitorius* Fabr. et Panz. sicut *I. sarcitorii var. B* Linn. in Fauna suecica n. 1580 ad speciem sequentem pertinent.

I. bipartitus Vill. n. 3.

38. I. VADATORIUS. Segmentis 2 et 3 rufis, incisura nigra, 4 - 7 albo-marginatis; femoribus tibiisque rufis, posticis apice nigris. Mas et Fem. (Mas. Orbitis oculorum internis et antennis basin versus flavis. Fem. antennarum annulo albo).

Mas. Longitudo inter 6 - 7 lin. *Caput* facie flavo-alba, linea media longitudinali lata nigra; ore rufescente. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullo longiores; articulis 1 - 14 fulvis, 1 et 2 interdum supra nigris. *Thorax* puncto infra alas, plerumque etiam linea ante alas, albidis. *Scutellum* albidum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali rufa. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris, his apice rufis; femoribus tibiisque dilute rufis, posticorum apice nigro; tarsis rufis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine; segmentis 2 et 3 rufis, margine summo, 3 etiam basi summa, nigris; sequentibus dorso glauco-albido-marginatis.

I. vadatorius Illig. in Rossii Faun. ed. II tom. II p. 59, in adnotatione ad *I. ambulatorium*.

I. ambulatorius Panz. Faun. 78 t. 10. Sed I. ambulatorius Fabr. aliorumque auctorum huc non pertinet.

I. pictus Oliv. Vill. Schrank, Gmel.

Femina. Longitudo 5 - 6 lin. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae; articulis 1 et 2 nigris, 3 - 5 ferrugineis, supra plerumque fuscis, 8 - 12 albo-flavis subtus ferrugineis. *Thorax* puncto infra alas albo. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici apicibus femorum et tibiarum tarsisque nigris. *Abdomen* ovatum, capite thoraceque vix paullo longius, thoracis latitudine, pictum sicut in mare.

I. sarcitorius Fabr. Panz. Cederhj. Müll. Linn. (Faun. Suec. n. 1580 B) Gravenh. (Verz. n. 3731), nec non *I. sarcitorius* Illig. (in adnotatione ad *I. saturatorium* Rossii Fn. ed. II). De vero *I. sarcitorio* Linn. etc. vide speciem praecedentem.

I. saturatorius Borowsky t. LVII A. fig. 1.

I. sanguineus Christ tab. 35 fig. 7.

39. I. ATRIPES (n. sp.). Puncto ad alarum radicem nec non margine segmentorum 6 et 7 albis; segmentis 2 et 3 rufis. Fem.

Statura speciei 29, sed abdominis apice obtusiore, pedibus brevioribus validioribus. *Longitudo* fere 6 lin. *Antennae* articulis 8 - 14 subtus ferrugineis. *Thorax* puncto infra alas albo. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* tibiis tarsisque anticis subtus rufis, mediis subtus obscure-ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 fulvo-rufis, 3 summo margine nigro, 6 et 7 margine dorsali albo.

ferrugineis, tibiis tarsisque rufis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 4 - 7 macula dorsali marginali alba.

Species genuina, quae in Germania habitat, haec est: *Mas. Longitudo* 4 - 6 lin. *Antenna* articulis 1 et 2 nigris, 3 - 8 vel totis rufis aut ferrugineis, vel supra fuscis, 9 - 15 vel omnibus vel plurimis supra albis. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae aut subfumato-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali ferruginea, cellula cubitali intermedia pentagona. *Pedes* femoribus anterioribus apice ferrugineis; tibiis rufis, posticis apice plerumque nigris; tarsis rufis, posticis nigricantibus. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 4 - 7 vel 5 - 7 macula dorsali marginali alba.

Femina. Longitudo 3 $\frac{1}{2}$ - 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* ore et facie interdum ferrugineis. *Antennae* sicut in mare. *Scutellum* et *Alae* sicut in mare. *Pedes* femoribus anterioribus subtus rufis, rarius totis rufis, posticis nigris, interdum basi rufis; tibiis et tarsis sicut in mare. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 5 - 7 macula dorsali alba.

I. raptorius Linn. Faun. Suec. n. 1579. Multi alii auctores speciem sub nomine *I. raptorius* receperunt; plurimi autem eam cum *I. extensorio* confuderunt. Alii sine dubio verum *I. raptorium* varietatibus *I. extensorii* consociaverunt. *I. raptorius* Fabr. et Walk. autem nec ad illum nec ad hunc pertinere videtur.

36. I. GROSSORIUS. Segmentis 2 et 3 rufis, tibiis basin

versus flavis, macula coxarum posticarum alba. (Antennarum annulo albo). Fem.

Statura et *partium proportio* sicut in specie 29. *Longitudo* 9 - 10 lin. *Antennae* articulis 7 - 18 vel omnibus vel plurimis eorum supra albis. *Scutellum* album. *Alae* fuscescenti-hyalinae, stigmate ferrugineo, squamula radicali nigra puncto albo. *Pedes* coxis macula alba, quae autem in coxis anterioribus minor est quam in postieis; tibiis flavis, anticis apice fusco-ferrugineis, posterioribus basi et apice nigris; tarsis anterioribus ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis; 4 ventre rufo, puncto dorsali marginali albo; 5 - 7 macula dorsali flavo-alba.

I. grossorius Fab. Panz. Graven.

I. bicinctus Christ t. 35 fig. 1.

I. primatorius Gmel. n. 196.

I. raptorius Pontopp. n. 2 tab. XVII.

37. I. SARCITORIUS. Segmentis 2 et 3 rufis, hoc basi nigra, 6 albo; femoribus tibiisque rufis, posticis apice nigro; (annulo antennarum albo). Fem.

Statura et *partium proportio* sicut in specie 29. *Longitudo* 4 - 5 lin. *Antennae* articulis 3 - 9 plerumque subtus ferrugineis, 8 - 16 vel totis vel plurimis eorum supra albis. *Thorax* puncto albo infra alas. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus, nec non apicibus femorum tibiarumque posticorum nigris. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis; hoc basi nigro, 6 supra albo.

I. sarcitorius Linn. Vill. Oliv. etc., sed *I. sarcitorius* Fabr. et Panz. sicut *I. sarcitorii var. B* Linn. in Fauna suecica n. 1580 ad speciem sequentem pertinent.

I. bipartitus Vill. n. 3.

38. I. VADATORIUS. Segmentis 2 et 3 rufis, incisura nigra, 4 - 7 albo-marginatis; femoribus tibiisque rufis, posticis apice nigris. Mas et Fem. (Mas. Orbitis oculorum internis et antennis basin versus flavis. Fem. antennarum annulo albo).

Mas. Longitudo inter 6 - 7 lin. *Caput* facie flavo-alba, linea media longitudinali lata nigra; ore rufescente. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullo longiores; articulis 1 - 14 fulvis, 1 et 2 interdum supra nigris. *Thorax* puncto infra alas, plerumque etiam linea ante alas, albidis. *Scutellum* albidum. *Alae* luteo-hyaliuae, stigmate fulvo, squamula radicali rufa. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris, his apice rufis; femoribus tibiisque dilute rufis, posticorum apice nigro; tarsis rufis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine; segmentis 2 et 3 rufis, margine summo, 3 etiam basi summa, nigris; sequentibus dorso glauco-albido-marginatis.

I. vadatorius Illig. in Rossii Faun. ed. II tom. II p. 59, in adnotatione ad *I. ambulatorium*.

I. ambulatorius Panz. Faun. 78 t. 10. Sed I. ambulatorius Fabr. aliorumque auctorum huc non pertinet.

I. pictus Oliv. Vill. Schrank, Gmel.

Femina. Longitudo 5 - 6 lin. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae; articulis 1 et 2 nigris, 3 - 5 ferrugineis, supra plerumque fuscis, 8 - 12 albo-flavis subtus ferrugineis. *Thorax* puncto infra alas albo. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici apicibus femorum et tibiarum tarsisque nigris. *Abdomen* ovatum, capite thoraceque vix paulto longius, thoracis latitudine, pictum sicut in mare.

I. sarcitorius Fabr. Panz. Cederhj. Müll. Linn. (Faun. Suec. n. 1580 B) Gravenh. (Verz. n. 3731), nec non *I. sarcitorius* Illig. (in adnotatione ad *I. saturatorium* Rossii Fn. ed. II). De vero *I. sarcitorio* Linn. etc. vide speciem praecedentem.

I. saturatorius Borowsky t. LVII A. fig. 1.

I. sanguineus Christ tab. 35 fig. 7.

39. I. ATRIPES (n. sp.). Puncto ad alarum radicem nec non margine segmentorum 6 et 7 albis; segmentis 2 et 3 rufis. Fem.

Statura speciei 29, sed abdominis apice obtusiore, pedibus brevioribus validioribus. *Longitudo* fere 6 lin. *Antennae* articulis 8 - 14 subtus ferrugineis. *Thorax* puncto infra alas albo. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* tibiis tarsisque anticis subtus rufis, mediis subtus obscure-ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 fulvo-rufis, 3 summo margine nigro, 6 et 7 margine dorsali albo.

40. I. DECEPTOR. Segmentis 1 - 3 tibiisque rufis, harum posticis apice nigris (annulo antennarum albo). Fem. *Statura* et *partium proportio* speciei 29. *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 3 lin. *Antennae* articulorum 8 - 15 plurimis supra albis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate luteo aut fusco. *Pedes* femoribus anticis subtus apicem versus rufis, mediis plerumque apice rufis, posticis interdum basi rufis; tibiis rufis, posticis vel posterioribus apice nigris; tarsis rufis, posticis autem plerumque fuscis. *Abdomen* segmentis 1 - 3 rufis, petioli basi nigra; 4 plerumque macula laterali rufa; 6 et 7 macula dorsali alba.

I. deceptor Schrank, Oliv. Christ.

I. deceptorius Villers.

Varietas feminae, quam Dom. Bonelli, cum feminis quibusdam genuinis, mihi commisit, haec est: *Longitudo* fere 5 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus tenuibus albis. *Antennae* articulis 11 - 15 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anterioribus apice rufis, posticis subtus subnigro-castaneis; tibiis anticis rufis, mediis rufis extus fuscis, posticis nigris basin versus obscuro-castaneis; tarsis anterioribus rufis. *Abdomen* segmento primo nigro, macula apicali obscuro-castanea; 2 et 3 rufis; sequentibus nigris, macula laterali rufa; 5 - 7 macula dorsali marginali alba.

Sexus uterque in Germania et in Italia occurrit. Dom. Bonelli attamen *mares* haud misit. Descriptionem marium, circa Parmam et Florentiam captorum, hic addam: *statura*

est gracilior quam in feminis. *Longitudo* 4 lin. *Antennae* porrectae, corpore dimidio longiores, articulis 2 et sequentibus interdum subtus rufis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate piceo aut fusco. *Pedes* antici femoribus luteis, supra basin versus fuscis, tibiis vel totis fulvis vel extus fuscescentibus, tarsis fulvis aut fuscescentibus; mediis femoribus apice luteo, tibiis vel totis rufis vel fuscis subtus basin versus rufis, tarsis fuscis; postici interdum summo apice femorum et tibiarum castaneis. *Abdomen* lineari-lanceolatum, capite thoraceque longius et paullo angustius; segmentis 1 - 3 rufis, 4 basi rufo apice nigro, sequentibus nigris, 6 et 7 macula dorsali alba.

41. I. HOSTILIS (n. sp.). Segmentis 1 - 3, tibiis anterioribus, femoribusque rufis; scutelli apice et segmentorum 4 - 7 margine albis (annulo antennarum albo). Fem.

Longitudo 4 lin. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice curvatae, articulis 10 - 13 supra albis. *Scutellum* puncto apicali minuto albo. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate nigro. *Pedes* anteriores summa femorum basi et tibiarum latere extero fuscis; postici femoribus solis rufis. *Abdomen* ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice obtusiusculum; segmento 1 rufo, petiolo nigro, 2 et 3 rufis, sequentibus nigris albo-marginatis.

42. I. CINGULATORIUS (n. sp.). Segmentis 1 - 3 rufis, 5 - 7 albo-marginatis; femoribus rufis, anterioribus basi posticis apice nigris; tibiis rufis, posticis apice nigris. Mas.

Longitudo fere 4 lin. *Caput* orbitis oculorum internis tenuibus albidis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore longiores. *Thorax* punctis 2 albis ad alarum radicem. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anterioribus apice, posticis basi rufis; tibiis nigris, anticis subtus flavis aut fulvis. *Abdomen* lanceolato-ovatum, capitis thoracisque longitudine, thorace angustius; segmentis 1 - 3 rufis, petiolo nigro, sequentibus nigris margine albo.

Dom. Bonelli quidem nec nisi marem misit, sed utrumque sexus in Italia occurrit. *Femina*, circa Genuam capta, haec est: *Longitudo* 4 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus tenuibus albis. *Antennae* dimidio corpore longiores, tenuiores quam in mare, apice curvatae, articulis 9 - 13 supra albis. Reliquis femina cum mare congruit.

Notandum est, individua italica colore pedum obscuriore a germanicis (maribus et feminis) discrepare, quae hoc respectu melius cum diagnosi congruunt.

43. I. MILITARIS (n. sp.). segmentis 2 et 3 rufis. Mas et Fem. (F. annulo antennarum albo).

Statura nec non *partium forma et proportio* speciei 40. *Mas. Longitudo* fere 4 lin. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate nigro. *Pedes* antici femorum apice summo et tibiarum latere altero testaceis, medii tibiis subtus fusco-ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 6 margine albo, 7 toto albo.

Femina: *Longitudo* fere 4 lin. *Antennae* articulis 10 - 14 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae,

stigmate piceo. *Pedes* sicut in mare. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 6 et 7 macula dorsali alba.

44. L. CALLIGERUS (n. sp.). Antennis tricoloribus; segmentis 1 - 3 rufis; femoribus anterioribus rufis, macula nigra; tibiis rufis; posticis apice nigro; puncto infra alas albo. Mas et Fem. (Mas: antennarum articulo 1 subtus et orbitis oculorum facialibus albis. Fem.: annulo antennarum albo):

Mas: *Statura* et *partium forma et proportio* speciei 40. *Longitudo* 3 lin. *Caput* orbitis oculorum internis latis et puncto laterali clypei flavis. *Antennae* articulo 1 subtus flavo, sequentibus subtus rufis. *Thorax* colli margine supero et punctis 2 ad alarum radicem albis. *Scutellum* album. *Alae* subhyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anticis rufis latere convexo nigricantibus, mediis basi nigris apice rufis; tibiis rufis, posticis apice nigro, tarsis anterioribus rufis. *Abdomen* segmento primo apice rufo, 2 et 3 rufis, sequentibus nigris; 5 et 6 margine, 7 dorso albis.

Femina: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 29. *Longitudo* 3 lin. *Antennae* articulis 10 - 13 supra albis, sequentibus subtus ferrugineis. *Thorax* colli margine supero et puncto infra alas albo. *Scutellum* album. *Alae* sicut in mare. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris; antici femoribus supra basin versus fuscis; medii femoribus supra nigricantibus; postici apice femorum tibiarum tarsisque nigris. *Abdomen* segmentis 1 - 3 rufis, petiolo nigro; sequentibus nigris, 5 - 7 macula dorsali alba.

45. I. SEXALBATUS (n. sp.). Puncto infra alas albo; segmentis 1 - 4, femoribus, tibiisque rufis, harum posticis apice nigro (Antennarum annulo albo). Femina.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 29. *Longitudo* 4 lin. *Caput* clypeo rufo, orbitis oculorum frontalibus, flavicantibus. *Antennae* articulo 1 subtus rufo, 9 - 16 supra albis. *Thorax* colli margine supero et puncto infra alas albis. *Scutellum* album. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris; anteriores femoribus extus fuscis; postici tarsis nec non femorum tibiarumque apice fuscis. *Abdomen* segmentis 1 - 4 rufis, hoc disco fusco; sequentibus nigris, 6 et 7 dorso albis.

46. I. MULTIPICTUS (n. sp.). Segmentis 1 - 3 pedibusque rufis, coxis et trochanteribus nec non femoribus posticis nigris; (antennis tricoloribus). Fem.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* speciei 40. *Longitudo* 3 lin. *Antennae* articulis 3 - 8 rufis, 9 - 13 albis subtus fulvis, sequentibus subtus rufescentibus. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate testaceo. *Pedes* anteriores rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici coxis et trochanteribus nigris, his apice rufis, femoribus nigris, basi et summo apice rufis, tarsis tibiisque rufis, his apice nigris. *Abdomen* segmentis 1 - 3 rufis, 3 margine nigricante; sequentibus nigris, 6 et 7 macula dorsali alba.

47. I. SUAVIS (n. sp.). Segmentis 1 - 3 rufis; pedibus

rufis, posticorum femoribus tibiisque apice nigris (antennis tricoloribus) Fem.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 40 et 46. *Longitudo* fere 4 lin. *Caput* mandibulis rufis. *Antennae* art. 1 subtus rufo, 2 - 7 rufis, 8 - 16 albis subtus puncto rufo. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo. *Pedes* rufi, postici tarsis nec non apice femorum tibiarumque nigris. *Abdomen* segmentis 1 - 3 rufis, sequentibus nigris, 4 macula laterali rufa, 6 et 7 dorso albo.

SECTIO 6. Scutello pallido: abdominis apice, plerumque etiam medio, flavo-maculato, aut cingulato.

48. I. VAGINATORIUS. Facie flavo-maculata; segmentis 2, 3, 6 et 7 margine toto, 4 margine medio interrupto, flavo; tibiis femoribusque fulvis, posticis apice nigris. Mas.

Longitudo 5 - 6 lin. *Caput* facie et clypeo flavis, interdum macula faciali nigra. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores; vel rufae, articulo primo fusco subtus flavo, vel fuscae subtus rufae. *Thorax* puncto albo-flavo infra alas. *Scutellum* albo-flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* fulvi, tibiis tarsisque pallidioribus, coxis et trochanteribus nigris; postici apicibus femorum tibiarum et articulorum tarsi nigris. *Abdomen* oblongo-ovatum, thoracis latitudine, capite thoraceque paullo longius; segmentis 2 et 3 margine flavo

integro; 4 margine flavo plerumque medio interrupto; 5 plerumque toto nigro, rarius margine flavo medio interrupto; 6 et 7 margine flavo integro.

I. vaginatorius auctorum; excepto *I. vaginatorio* Müll. Fool. Dan. n. 1779 et Schrank Faun. Austr. n. 705, qui ad *Banchum pictum* Fabr. pertinere videtur.

I. flavatus Gmel. n. 237.

I. curvatorius Müll. n. 1782.

49. I. XANTHORIUS. Segmentis flavo-marginatis; pedibus flavis, nigro-maculatis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie praecedente. *Longitudo* paullulum ultra 6 lin. *Caput* ore et facie flavis, mandibularum basi nec non linea longitudinali faciei nigris. *Antennae* rufae, articulis 1 et 2 nigris subtus flavis. *Thorax* linea ante alas, lineola infra alas, puncto infra scutellum, maculisque duabus magnis metathoracis flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* coxis nigris, posterioribus macula flava; femoribus nigris, anterioribus subtus et apice testaceis; tibiis flavis, anterioribus supra posticis apice fulvis; tarsis flavis. *Abdomen* segmentis omnibus margine flavo.

Dom. Bonelli *marem* solum misit; sed feminas quoque ex Italia accepi. Descriptio *feminarum*, circa Genuam captarum, haec est: *Statura* et *partium forma atque proportio* sicut in specie sequente; sed antennis paullo crassioribus, abdominis

apice acutiore. *Longitudo* 5 - 6 lin. *Caput* orbitis oculorum internis flavis. *Antennae* articulo 1 nigro, subtus flavo, 2 - 16 ferrugineis, 9 - 16 supra pallidè fulvis. *Thorax* puncto infra alas et punctis duobus metathoracis flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* sicut in mare. *Pedes* anteriores tibiis et femorum apicibus flavis, tarsis luteis; postici macula coxarum tibiisque flavis, his apice nigris, tarsis ferrugineo-fulvis. *Abdomen* segmentis omnibus flavo-marginatis, 5 - 7 autem marginibus latera versus abbreviatis.

I. xantorius Gmel. p. 2678 n. 197.

50. I. INFRACTORIUS. Segmento 2 basi, 3 basi et margine, sequentibus margine flavis; tibiis tarsisque fulvis. Mas et Fem. (Mas: antennis rufis, facie flava; Fem.: antennis rufis apice fusco, orbitis oculorum internis flavis).

Mas: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 48. *Longitudo* 7 ½ lin. *Caput* facie flava, interdum medio nigra, palpis rufescentibus. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores, articulo 1 nigro subtus flavo, 2 nigro, sequentibus rufis, supra interdum fuscis. *Thorax* puncto infra alas flavo. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* fulvi; coxis, trochanterum basi, femoribusque nigris, his attamen basi apiceque luteis, anterioribus praeterea subtus luteis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 basi, sequentibus margine flavis.

Femina: *Longitudo* 6 lin. *Caput* orbitis oculorum internis flavis. *Antennae* corpore breviores, apice convolutae, pal-

lide fulvae, apice fuscae. *Thorax* lineola parva infra alas punctoque ante alas flavis. *Scutellum* et *alae* sicut in mare. *Pedes* fulvi; coxis, trochanterum basi, femoribusque nigris, his autem basi apiceque luteis. *Abdomen* oblongo-ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice obtuso; segmento 2 basi, 3 basi et margine, sequentibus margine flavis.

I. infractorius Panz. Faun. 78 tab. 9. Sed *I. infractorius* auctorum caeterorum, ob antennas alboannullatas et omnia segmenta flavo-marginata, ad hanc speciem referri non potest.

51. I. MERCATORIUS. Antennis rufis; orbitis oculorum internis, segmentis 2 et 3 basi, sequentibus margine, tibiis tarsisque, nec non macula coxarum flavis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in speciebus 48 et 50. *Longitudo* 6 lin. *Caput* orbitis oculorum internis et clypei macula laterali flavis, ore rufo. *Antennae* articulo 1 nigro subtus flavo, 2 toto fusco, sequentibus rufis subtus fulvis, ultimis fuscescentibus. *Thorax* puncto infra alas flavo. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* coxis nigris, macula flava; trochanteribus nigris, apice ferrugineo; femoribus nigris, anterioribus subtus et apice flavis, posticis geniculo flavo; tibiis et tarsis luteo-flavis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 basi, sequentibus margine flavis. (Segmentum 7 totum nec non sexti margo desunt).

I. mercatorius Fabr. Ent. p. 143 n. 41.

52. I. 4 MACULATUS. Orbitis oculorum internis, puncto ad alarum radicem, segmentis 2 et 3 basi, sequentibus margine flavis; pedibus luteo-fulvis, coxis et femorum apicibus nigris. Femina.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in speciei 50 femina. *Longitudo* 7 lin. *Caput* orbitis oculorum internis palpis et mandibulis flavis, his apice nigro. *Antennae* rufae, apicem versus fuscae, articulo 1 supra nigro. *Thorax* colli margine supero, puncto ante alas lineolaque infra alas flavis; metathorace spinis 2 acutis armato. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* flavi; coxis nigris; femoribus anterioribus supra in medio nigris, posticis nigris basi flava; tibiis apice ferrugineis, posticis summo apice nigris, tarsis ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 vitta transversa basali, latera versus sensim dilatata, sequentibus margine flavis.

I. 4 maculatus Schrank Fn. Boic. n. 2090.

I. bidentorius Rossi Fn. Etr. n. 751. Sed *I. bidentorius* reliquorum auctorum huc haud pertinet.

53. I. FASCIATORIUS. Metathorace bispino; facie, ano et segmentorum 2 et 3 basi flavis; pedibus luteo-flavis, coxis femoribus nec non tibiarum posticarum apice nigris. Mas.

Longitudo 6 - 8 lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores; subtus dilute rufae aut flavescentes, articulo primo flavo. *Thorax* colli margine supero, punctisque duobus ad alarum radicem flavis; meta-

thorace spinis duabus acutis armato. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* luteo-flavi; coxis nigris, anticis puncto flavo; femoribus anterioribus superne macula longitudinali nigra, posticis nigris basi flava; tibiis posticis apice nigris. *Abdomen* oblongo-ovatum, capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine; segmento 2 basi flavo, apice nigro; 3 flavo, margine apicali nigro; 4 plerumque in angulis baseos flavo; 6 margine flavo; 7 toto flavo.

I. fasciatorius auctorum.

I. sarcitorius Sulzer Kennz. t. 18 fig. 115 (haud confundendus cum *I. sarcitorio* reliquorum auctorum).

I. armatorius Rossi Fn. n. 752 (haud cum *I. armatorio* auctorum confundendus).

I. dimicatorius Gmel. p. 2680 n. 198.

I. bidentatus Oliv. p. 172 n. 40 (qui autem ab *I. bidentato* Gmel. n. 245 differt).

54. I. XANTHOZOSMUS (n. sp.). Lineolis duabus ad radicem alarum, facie, segmenti secundi basi et lateribus, segmento tertio toto, sequentibus margine flavis; pedibus fulvis, posticorum coxis trochanteribus nec non femorum tibiarum et tarsorum apicibus nigris. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in speciei 50 mare. *Longitudo* 8 lin. *Caput* facie et ore flavis. *Antennae* articulo primo subtus flavo. *Thorax* lineolis duabus ad alarum radicem flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* sublutco-

hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* anteriores flavo-fulvi, coxis nigris subtus flavis, trochanteribus flavis, femoribus subtus flavis; postici fulvi, coxis, trochanterum basi, femorum tibiarumque apice, tarsisque nigris, articulo primo tarsorum flavo apice nigro. *Abdomen* segmento 1 nigro; 2 luteo, macula magna marginali nigra; 3 luteo; sequentibus nigris, 4 - 6 margine flavicante.

Varietas: *Longitudo* 7 lin. *Abdomen* nigrum; segmento secundo luteo, macula marginali nigra; 3 luteo, margine summo nigricante; sequentibus totis nigris.

55. I. ALBIPICTUS (n. sp.). Annulo antennarum albo; capite thorace et scutello albo-lineatis; segmentis 1 - 4 margine medio interrupto, 6 et 7 margine integro albo. Mas.

Longitudo 6 lin. *Caput* palpis albidis, mandibulis medio rufis; orbitis oculorum internis et puncto genarum albis. *Antennae* porrectae; articulis 16 - 20 supra albis (ultimis deficientibus). *Thorax* lineolis duabus ad radicem alarum, una ante singulum scutelli angulum, una transversa infra scutellum albis. *Scutellum* margine laterali et apicali albo. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali puncto albo. *Pedes* anteriores femoribus subtus fusco-castaneis apicem versus pallidioribus, tibiis fuscis subtus sordide albis. *Abdomen* capite thoraceque longius et angustius, segmentis 2 - 5 fere latitudine aequali; 1 - 3 margine albo, medio subinterrupto; 4 vestigio laterali marginis albi; 6 linea marginali transversa abbreviata alba; 7 toto albo.

Longitudo fere 4 lin. *Caput* orbitis oculorum internis tenuibus albidis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore longiores. *Thorax* punctis 2 albis ad alarum radicem. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* femoribus anterioribus apice, posticis basi rufis; tibiis nigris, anticis subtus flavis aut fulvis. *Abdomen* lanceolato-ovatum, capitis thoracisque longitudine, thorace angustius; segmentis 1 - 3 rufis, petiolo nigro, sequentibus nigris margine albo.

Dom. Bonelli quidem nec nisi marem misit, sed utrumque sexus in Italia occurrit. *Femina*, circa Genuam capta, haec est: *Longitudo* 4 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus tenuibus albis. *Antennae* dimidio corpore longiores, tenuiores quam in mare, apice curvatae, articulis 9 - 13 supra albis. Reliquis femina cum mare congruit.

Notandum est, individua italica colore pedum obscuriore a germanicis (maribus et feminis) discrepare, quae hoc respectu melius cum diagnosi congruunt.

43. I. MILITARIS (n. sp.). segmentis 2 et 3 rufis. Mas et Fem. (F. annulo antennarum albo).

Statura nec non *partium forma et proportio* speciei 40. *Mas. Longitudo* fere 4 lin. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate nigro. *Pedes* antici femorum apice summo et tibiarum latere altero testaceis, medii tibiis subtus fusco-ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, 6 margine albo, 7 toto albo.

Femina: *Longitudo* fere 4 lin. *Antennae* articulis 10 - 14 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae,

Antennae articulo primo subtus flavo. *Thorax* colli margine supero, punctis duobus ad alarum radicem, maculisque duabus metathoracis flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* fulvo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* coxis nigris macula flava; trochanteribus nigris apice flavo; femoribus flavis, anterioribus supra basin versus, posticis apice nigris; tibiis flavis, posticis apice nigro; tarsis flavis, posticis fulvis. *Abdomen* segmento 1 flavo, petiolo nigro; 2 et 3 flavis; 4 nigro, lateribus et margine flavis; sequentibus nigris.

Varietas: *Thorax* metathorace toto nigro. *Abdomen* segmento quarto nigro, summo margine latera versus flavo.

58. I. EQUITATORIUS. Facie, punctisque duobus ad alarum radicem flavis; segmentis 1 - 4 flavis, basi nigris; pedibus flavis, coxis et trochanteribus nigris. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie sequente. *Longitudo* 6 - 7 lin. *Caput* ore et facie flavis, hac macula aut puncto nigro. *Antennae* articulo primo subtus flavo aut ferrugineo. *Thorax* punctis duobus ad alarum radicem punctoque infra scutellum flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* flavi; coxis nigris, anterioribus macula flava; trochanteribus nigris, apice pallide fulvo. *Abdomen* segmento 1 nigro, apice flavo; 2 flavo, basi fusca; 3 et 4 flavis, basi fusca aut nigra; sequentibus nigris.

Varietas: *Abdomen* segmentis 1 - 4 sicut in specie genuina; 5 et 6 autem ferrugineis basi fusca, 7 toto ferrugineo.

I. equitatorius Gmel. p. 2679 n. 90 Panzer in Kob Baum trockn. tab. II fig. 19.

59. I. LUCTATORIUS. Punctis seu lineolis ad radicem alarum, segmentis 2 et 3, tibiisque flavis, harum posticis apice nigro; facie flava. Mas.

Longitudo 6 - 8 lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores, articulo primo subtus flavo. *Thorax* puncto ante alas flavo. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis subtus et apice flavis, mediis apice flavis; tibiis flavis, posticis apice nigro; tarsis flavis. *Abdomen* oblongo-lanceolatum, thoracis latitudine, capite thoraceque paullo longius; segmentis 2 et 3 flavis, 4 macula laterali basali flava.

Varietas 1: *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis, hoc autem punctis duobus baseos fuscis.

Varietas 2: *Antennae* subtus rufae, articulo primo albido. *Thorax* punctis duobus ad alarum radicem flavis.

Varietas 3: *Caput* facie nigra, orbitis oculorum et punctis duobus infra antennas flavis. *Thorax* punctis duobus flavis ad alarum radicem. *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis aut fulvis.

Varietas 4: *Caput* facie nigra, orbitis oculorum flavis. *Thorax* vel totus niger, vel puncto flavo infra alas.

Varietas 5: *Longitudo* 5 lin. *Caput* orbitis oculorum internis et punctis duobus infra antennas flavis. *Antennae* totae nigrae. *Thorax* puncto flavo infra alas. *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis, 4 rufo margine nigro.

I. luctatorius auctorum.

I. auratus Gmel. n. 238.

I. compressus Fourcr. n. 60?

Praeter varietates descriptas Dom. Bonelli etiam individuum misit scutello toto nigro, de quo adhuc dubius sum, num pro varietate hujus Ichneumonis, num potius pro specie genuina et peculiari habendum sit. *Statura* et *partium forma* ac *proportio* omnino cum I. luctatorio congruit. *Longitudo* 6 lin. *Caput* orbitis oculorum internis tenuibus flavis. *Antennae thorax* et *scutellum* nigra, immaculata. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* sicut in I. luctatorio. *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis, incisura tenui rufa; 4 basi summa rufo.

60. I. ILLUMINATORIUS (n. sp.). Facie et segmentis 2 et 3 flavis, tertio autem basi fusca; antennis subtus fulvis; tibiis et tarsis flavis, posticis apice nigris. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in praecedente. *Longitudo* inter 4 et 5 lin. *Caput* ore facie et orbitis oculorum frontalibus flavis. *Antennae* subtus articulo 1 flavo, sequentibus flavo-fulvis. *Thorax* lineola infra alas, puncto ante alas, punctoque infra scutellum flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate testaceo, squamula radicali flava. *Pedes* anteriores flavi, coxarum basi et femorum latere supero nigris; postici nigri, tibiis flavis apice nigro, tarsis fuscis articulo primo flavo. *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis, 3 autem linea transversa basali fusca.

61. I. SUBANNULATUS (n. sp.). Antennis subannulatis, subtus fulvis; facie, segmentis 2 et 3, tibiisque flavis, harum posticis apice nigro. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 59. *Longitudo* 4 ½ lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* articulo 1 fusco subtus flavo, 2 fusco, 3 - 13 fuscis subtus fulvis, 14 - 16 fulvis puncto laterali fusco, sequentibus fuscis subtus fulvis sensim obscurioribus. *Thorax* punctis duobus flavis ad radicem alarum. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali fusca puncto flavo. *Scutellum* flavum. *Pedes* femoribus anterioribus subtus et apice flavis; tibiis flavis, posticis apice toto, mediis tantum lateris exterioris apice nigro; tarsis fulvis, posticis fuscis, articulo 1 toto 2 basi fulvo. *Abdomen* segmentis 2 et 3 flavis.

62. I. VIRIDATORIUS (n. sp.). Litura viridi-flava segmenti tertii; pedibus fulvis, coxis et trochanteribus nigris (facie flava). Mas.

Longitudo paullo ultra 6 lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores, articulo primo subtus flavo. *Thorax* linea ante alas et puncto infra alas flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo, squamula radicali flava. *Pedes* fulvi; coxis et trochanteribus nigris, anterioribus subtus flavis; femoribus anterioribus linea nigra longitudinali; tibiis posticis basin versus flavicantibus, apice nigro. *Abdomen* thorace angustius et duplo longius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali, 3 cingulo baseos viridi-flavicante.

Hunc *marem* Dom. Bonelli mecum communicavit. Mas et femina etiam in Germania occurrunt. *Femina* autem haec est: *Statura* crassior quam in mare. *Longitudo* 6 - 7 lin. *Antennae* articulis 9 - 17 vel 10 - 16 albidis subtus rufis; corporis dimidii longitudine, apice curvatae. *Scutellum* albidum. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* fulvi, coxis et trochanteribus nigris; posticorum tarsis et tibiarum apice plerumque nigris. *Abdomen* thoracis latitudine, capite thoraceque paullo longius, oblongo-ovatum, apice obtusum; pictura variabili, nempe 1. segmenti tertii cingulo nec non segmentorum 4 - 7 margine glaucis, 2. segmentis 4 - 7 margine glauco, 3. cingulo segmenti tertii glauco.

63. *L.* NATATORIUS. Punctis duobus basalibus segmenti secundi et tertii nec non margine tenui segmentorum ultimorum albidis; pedibus fulvis, coxis et trochanteribus nec non femorum tibiarumque posticorum apice nigris (annulo antennarum albo). Femina.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* feminae praecedentis corpore attamen paullo crassiore. *Longitudo* 7 lin. *Caput* orbitis oculorum internis albis. *Antennae* articulis 11 - 15 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* fulvi, coxis et trochanteribus nigris; postici tarsis, tibiarum et femorum apice nigris. *Abdomen*, segmento 2 punctis duobus subtransversis basalibus flavo-albidis; 3 guttis duabus flavo-albidis basalibus; 5 - 7 margine albido.

I. natatorius Fabr.

I. mediatorius Panz. Fn. 80 tab. 7. Sed *I. mediatorius* Fabr. huc non pertinet.

I. sugillatorius Fab. Piez. n. 1. Sed *I. sugillatorius* Linn. et Fabr. Ent. Syst. n. 1 ad speciem sequentem pertinet. Quidam auctores, Olivier nempe et Bechstein, hanc et sequentem speciem pro varietatibus unius ejusdemque speciei habuerunt, sed erronee.

I. constellatus Fourcr. n. 55.

I. bipunctatus. Schrank Fn. Boic. n. 2080.

I. quadripunctorius Müll. Zool. Dan. Prodr. n. 1773.

64. I. SUGILLATORIUS. Antennarum annulo, orbitis oculorum internis, nec non puncto laterali apicali segmentorum albis. Femina.

Longitudo 6 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus albidis tenuibus. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae, ante apicem subdilatato-compressae, articulis 9 - 13 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* antici subtus tarsis ferrugineis, tibiis et femorum apice luteo-albidis; medii tarsis tibiisque fuscescentibus. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine, subpurpurescenti-coeruleum, segmentis 1.-4. macula marginali laterali rotunda alba.

Dom. Bonelli *feminam* quidem solam misit, sed sexus uterque tam in Italia quam in Germania occurrit. *Mas* prope Genuam captus hic est: *Statura* paullo gracilior quam

in femina. *Longitudo* 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum facialibus albis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio longiores, articulis 12 - 14 supra albis. *Thorax* linea ante alas punctoque infra alas albis. *Scutellum* album. *Alae* et *pedes* sicut in femina. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et vix paullo angustius, segmentis 2 - 4 latitudine aequali; nigro-coeruleum, segmentis 1 - 4 macula marginali laterali alba.

I. sugillatorius auctorum; istis autem restrictionibus, quarum jam sub specie praecedente mentionem feci.

I. *moratorius*. Fabr. Piez. p. 54 n. 2.

65. I. LEUCOSTIGMUS (n. sp.). Orbitis oculorum, antennarum latere infero basin versus, linea ante alas, coxis tibiisque anterioribus, nec non punctis duobus apicalibus segmenti primi albis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 67. *Longitudo* 7 lin. *Caput* ore, facie, orbitis oculorum frontalibus et vestigio orbitorum externorum albis; mandibularum basi nec non linea lata longitudinali faciei nigris. *Antennae* articulo 1 nec non articulis 3 - 14 subtus albis. *Thorax* linea brevi alba ante alas. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate nigro. *Pedes* anteriores macula coxarum alba, femoribus subtus apicem versus albis, tibiis subtus albis; postici tibiis subtus exalbidis. *Abdomen* subnitidulum, confertissime et subtiliter punctum; segmento primo puncto albo in singulo angulo apicali, sequentibus summo margine rufescente.

66. I. NIVATUS. (n. sp.). Facie, antennarum annulo, ge-

niculis, nec non segmenti primi puncto marginali albis. Mas.

Longitudo paullo ultra 6 lin. *Caput* ore, facie et orbitis oculorum frontalibus albis. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores; articulis 1 et 2 subtus, 11 - 13 supra albis. *Thorax* puncto ante alas et lineola infra scutellum albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali alba. *Pedes* coxis anterioribus macula alba, trochanteribus latere altero exalbido; femoribus apice summo albidis, anticis subtus ferrugineo-fuscis; tibiis subtus exalbidis, basi summa tota alba. *Abdomen* capite thoraceque longius, thoracis latitudine, confertissime punctum, subopacum, apicem versus nitidulum; segmento 1 macula parva exalbida apicali; sequentibus margine summo rufescente; 4 et 5 dorso castaneo-nebuloso.

67. I. ALBILINEATUS (n. sp.). Orbitis oculorum internis, linea ante alas, margine seu punctis duobus segmenti primi, nec non tibiarum latere altero albis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 64. *Longitudo* 6 lin. *Caput* orbitis oculorum internis albis. *Thorax* colli margine supero, linea ante alas, puncto infra alas, punctisque duobus infra scutellum albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate et squamula radicali fuscis, hac puncto albo. *Pedes* femoribus anticis subtus totis, mediis subtus apice ferrugineis; tibiis albis, anterioribus latere altero, posticis latere altero et apice fuscis;

tarsis anterioribus subtus albidis, posticis articulorum trium mediorum annulo albo. *Abdomen* segmento primo margine vel integro vel medio interrupto albo.

I. nigratorius Panz. ad Schaeff. Icon. tab. 20 fig. 11. Nomen, quod Panz. huic Ichneumoni dedit, haud recepi, quia sub hac denominatione quatuor species distinctae describuntur; nam I. nigratorius Fabr. Panz. Müll. et Pontopp. invicem satis discrepant.

68. I. CRETATUS (n. sp.). Facie, linea ante alas, scutelli margine laterali, segmenti primi macula albis; pedibus anterioribus subtus, tibiisque posticis latere altero albis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie praecedente, corpore attamen paullo graciliore. *Longitudo* 6 lin. *Caput* ore facie et orbitis oculorum externis albis, macula faciali alba. *Antennae* articulo primo subtus albo. *Thorax* linea ante alas lineolaque infra alas albis. *Scutellum* margine laterali albo. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate et squamula radicali fuscis, hac puncto albo, cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* anteriores subtus albi; tibiis posticis albis, subtus et apice nigris. *Abdomen* nigro-coeruleum, confertim et subrugulose punctum, subopacum, apicem versus nitidulum et rarius punctum; segmento primo macula apicali alba.

SECTIO 8. Scutello pallido: abdomine vel toto rufo, vel rufo-nigroque.

69. I. LUTEIVENTRIS (n. sp.). Abdomine pedibusque luteis, petiolo et coxis posticis nigris; facie et linea ante alas flavis. Mas.

Longitudo 7 lin. *Caput* facie ore et orbitis oculorum omnibus luteo-flavis. *Antennae* fere corporis longitudine, porrectae; articulis 1 et 2 nigris subtus flavis, sequentibus fulvis, supra fuscescentibus, ultimis totis fuscis. *Thorax* colli margine, linea ante alas, lineola infra alas, lineolaque transversa infra scutellum flavis; metathoracis maculis duabus rufis. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate et squamula radicali flavis. *Pedes* dilute rufi; anteriores coxis et trochanteribus flavis; postici coxis subtus testaceis, supra nigris macula ferruginea, trochanteribus testaceis, femoribus supra macula nigra. *Abdomen* thorace paullo angustius at duplo longius, segmentis 2 - 5 fere latitudine aequali; petiolo nec non segmenti secundi basi summa nigris.

70. I. FLAVATORIUS. Luteus; abdominis apice, geniculis posticis, maculisque thoracis dorsalibus nigris. Mas et Femina. (Femina antennarum annulo pallido).

Mas: *Longitudo* 8 lin. *Caput* oculis et ocellis nigris. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores, fuscae, articulo primo subtus flavo. *Thorax* maculis duabus, longitudinalibus, majoribus minoribusve, nigris in dorso prothoracis. *Scutellum* subelevatum, flavum. *Alae* luteo-hyalinae, margine apicali obscuriore, stigmate et squamula radicali luteis.

Pedes femoribus posticis apice fuscis aut nigris. *Abdomen* thorace paullo angustius, at duplo longius; segmentis 6 et 7, vel 7 solo, nigris.

Varietas: *Thorax abdomen* et *femora* tota lutea.

I. flavatorius Fabr. et Panz. F. 78 t. 12.

I. ictericus Christ p. 34 n. 2.

Femina: *Antennae* corpore dimidio paullo longiores, apice curvatae; articulis 1 et 2 ferrugineis, sequentibus ferrugineis aut fuscis, 7 - 17 sordide albis subtus ferrugineis, reliquis fuscis. *Abdomen* segmentis 5 - 7 nigris. Caetera cum mare congruunt.

Varietas: *Thorax* et *femora* tota lutea.

I. flavatorius Panz. Faun. 100 tab. 12.

I. ferrugineus auctorum, excepto autem *I. ferrugineo* Fabr. qui in Systemate Piez. generi Ophionum adscriptus est.

I. sociatorius Panz. ad Schaef. t. 244. f. 5.

I. culpatorius Schrank F. Boic. 2083.

71. I. RUSORIUS. Orbitis oculorum internis, punctoque ad radicem alarum albis; tarsis, tibiis abdomineque luteis, segmento primo nigro. Mas.

Longitudo 9 - 10 lin. *Caput* orbitis oculorum internis et parte externarum albis. *Thorax* puncto ante alas, alteroque infra alas, albis. *Scutellum* flavo-album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* femoribus summo apice ferrugineis, anticis subtus pallide testaceis; tibiis et tarsis rufo-fulvis, tibiis anticis subtus pallide testaceis. *Abdomen* capite thoraceque

o fere longius, thorace paullo angustius, luteo-rufum, ento primo nigro.

rietas: *Pedes* femoribus posticis vel totis nigris vel e altero toto fusco-ferrugineo, mediis vel summo apice atere altero toto testaceis; tibiis anterioribus fuscis aut s subtus testaceis; tarsis vel totis vel apicem versus fuscis.

I. fusorius auctorum, excepto attamen *I. fusorio* Schrank Faun. Boic. n. 2075, qui forsan ad speciem tem pe et.

I. fuscus Linn. et Ville .

Dom. Bonelli nec nisi *mares* hujus speciei mecum communicavit; sed sexus uterque tam in Italia quam in Germania haud raro occurrit. *Femina* em haec est: *Statura* paullo crassior est am are. *itudo* 7 - fere 11 lin. *Caput* o f a . *Antennae* corporis dimidii articulis 10 - 16 vel omnibus f *Thorax* puncto infra alas, plerumque antero ante alas, albo. *Scutellum* album. *Alae* fusco-hyalinae, stigmate rufo aut fusco. *Pedes* apice summo femorum anticorum, plerumque etiam mediorum, ferrugineo; tibiis fulvis aut ferrugineis, anticis interdum - supra fuscis subtus testaceis; tarsis rufis aut fuscescentibus. *Abdomen* oblongo-lanceolatum, capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine, apice acutum; luteo-rufum, segmento primo nigro.

I. expectorius Panz. ad Schaeff. Icon. tab. 70 fig. 6 et tab. 6 fig. 12. Huc etiam pertinet Schaeff.

Elem. tab. 72 fig. 1. Monendum est, plures auctores hos Schaefferi Ichneumones erronee ad *I. pisorium* (n. 72) citavisse.

I. fugatorius Panz. ad Sch. Ic. t. 114 fig. 1.

I. lentorius Panz. Faun. 71 tab. 11.

72. I. PISORIUS. Linea ante alas lineolaque infra alas flavis; abdomine luteo, petiolo obscuriore. Mas. et Fem. (Mas: facie flava, pedibus flavicantibus nigro-maculatis: femina; orbitis oculorum frontalibus et annulo antennarum albis; pedibus nigris, tibiis medio flavis).

Mas: *Longitudo* paullo ultra 10 lin. *Caput* ore, facie, orbitisque oculorum omnibus flavis. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores, articulis 1 et 2 subtus flavis. *Thorax* linea ante alas, lineola infra alas, punctoque pectoris laterali, flavis. *Scutellum* flavum. *Alae* luteo-hyalinae, stigmate rufo, squamula radicali flava. *Pedes* anteriores testaceo-flavi, femoribus supra nigris; postici testaceo-flavi, coxis nec non femorum tibiarumque apicibus nigris. *Abdomen* capite thoraceque fere duplo longius, thorace paulo angustius, ferrugineum, petiolo fusco.

I. Pisorius Rossi Fn. Etr. p. 754 n. 5.

Femina. *Longitudo* 9 lin. *Caput* orbitis oculorum omnibus, in occipite interruptis, macula genarum et basi mandibularum albido-flavis. *Antennae* dimidii corporis longitudine, apice involutae, articulis 8 - 16 supra albis. *Thorax* margine supero colli, linea ante alas lineolaque infra

albo-flavis, praeterea lineolis duabus dorsalibus pa-
s luteis prothoracis. *Scutellum* albo-flavum. *Alae* fu-
o-hyalinae, stigmate et squamula radicali fuscis, hac
o albo. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris, macula
; femoribus nigris, anterioribus subtus totis posticis
n basin versus testaceis; tibiis flavis, mediis apice-
ineo, posticis apice et summa basi nigris; tarsis rufis,
is apice fusco. *Abdomen* oblongo-lanceolatum, capite
s, ora s latitudine, apice acutum,
n, peti o co.

I. pisorius auctorum.

73. I. REPENTINUS. (n. sp. Segmentis 2 - 7 tibiisque
rufis, harum a btus albidis; (annulo an-
tennarum albo). a.
do 5 $\frac{1}{2}$ curvatae, corpore dimidio
- 4 supra albis. *Scutellum*
n stigmate rufo. *Pedes* femo-
ribus anticis subtus totis, mediis apicem versus ferrugineis;
tibiis anterioribus ferrugineis, subtus exalbidis, posticis rufis,
apice et summa basi nigris; tarsis anticis ferrugineis. *Ab-
domen* elongato-ovatum, thorace longius, ejusque latitu-
dine, apice obtusum subcompressiusculum; rufum, segmento
primo nigro.

74. I. MESOCASTANUS (n. sp.). Abdomine castaneo, basi
apiceque nigro; tibiarum semiannulo albo. Mas.
Longitudo 5 linearum. *Antennae* porrectae, corporis dimidii
longitudine. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate et squamula

radicali nigris, hac puncto albo. *Scutellum* album. *Pedes* antici latere infero femorum tibiarum et tarsorum albo; medii femoribus subtus apicem versus ferrugineis, tibiis subtus basi albis; postici tibiis latere altero ante basin albis. *Abdomen* elongato-ovatum, thorace fere duplo longius, ejus autem latitudine; segmentis 2 - 4 castaneis, 4 attamen apice nigro.

75. I. DIVISORIUS (n. sp.). Segmentis 2 et 3 rufis; tibiis albis, apice nigris. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in praecedente. *Longitudo* 7 - 8 lin. *Caput* mandibulis basi rufis. *Thorax* vel puncto ante alas, vel lineola ante alas alteraque infra alas albis. *Scutellum* album. *Alae* subluteo-hyalinae, stigmate fulvo aut nigro, squamula radicali nigra puncto albo. *Pedes* femoribus anticis subtus totis, mediis tantum apice albidis; tibiis anterioribus subtus et tota basi albis, posticis albis, apice et summa basi nigris; tarsis anticis ferrugineis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis, summo margine obscuro.

76. I. PICEATORIUS (n. sp.). Facie, antennarum primo articulo, punctisque ad alarum radicem albis; segmenti secundi dorso piceo; tibiis luteis, posticis apice nigro. Mas.

Longitudo fere 6 lin. *Caput* ore et facie flavo-albidis. *Antennae* porrectae, corporis dimidii longitudine; articulo 1 subtus albo. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate luteo-piceo, cellula cubitali intermedia subtrigona.

Pedes coxis anterioribus macula flavicante; femoribus anterioribus subtus flavo-testaceis; tibiis anterioribus flavo-testaceis, latere altero apicem versus nigris, posticis nigris, basi et latere altero luteis; tarsis anterioribus luteis. *Abdomen* thorace paullo angustius et fere duplo longius, subtilissime punctum subnitidulum; segmento 2 piceo-ferrugineo, basi lateribus et linea transversa ante marginem nigris; 3 summo margine et macula laterali obsoleta luteo-ferruginea.

77. I. ALTICOLA (n. sp.). Segmentis 2 - 4 rufis, hoc margine nigro; cellula cubitali intermedia triangulari (annulo antennarum albo). Femina.

Haec est diagnosis speciei genuinae. Dom. Bonelli autem varietatem ejus misit, segmento 4 toto nigro: *Longitudo* 5 lin. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice curvatae, articulis 7 - 12 supra albis. *Thorax* lineola infra alas alba. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, cellula cubitali intermedia trigona. *Pedes* antici femorum geniculis ferrugineis, tibiis tarsisque subtus sordide luteis; medii tibiis subtus ferrugineis; postici tibiis subtus ante basin fusco-ferrugineis. *Abdomen* oblongo-lanceolatum, capitis thoracisque longitudine, thorace angustius, segmentis 2 et 3 rufis.

78. I. RUFINUS (n. sp.). Orbitis oculorum, punctis duobus ad alarum radicem, duobusque ante scutellum, nec non scutelli margine laterali albis; abdomine rufo; femoribus et tibiis rufis, posticis apice nigris (annulo antennarum albo). Femina.

Haec species variat. Dom. Bonelli individuum mecum communicavit, a specie genuina praesertim scutello toto nigro discedens: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 95 sectionis IX. *Longitudo* 5 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* vestigio orbitarum frontalium et occipitalium pallidarum. *Antennae* articulis 12 - 16 supra albis. *Thorax* lineola brevi albida ante singulum scutelli angulum. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris; femoribus anterioribus supra fuscescentibus; tibiis posticis apice nigricante; tarsis posticis fuscis. *Abdomen* rufum; segmento primo, nec non basi segmentorum 2 - 4 nigris.

79. I. SERENUS. (II. sp.). Punctis duobus apicalibus scutelli, duobus aliis ante scutellum, uno vel duobus ad radicem alarum, albis; abdomine pedibusque rufis; segmento primo, coxis et trochanteribus, nigris, femoribus nigro-maculatis. Mas et Femina. (Fem. annulo albo antennarum).

Mas: *Longitudo* paullo ultra 7 lin. *Caput* palpis, macula mandibularum, orbitis oculorum faciei et parte externarum albis. *Antennae* porrectae, corpore breviores. *Thorax* punctis duobus ad radicem alarum, nec non puncto ante singulum scutelli angulum albis. *Scutellum* punctis duobus apicalibus minutis albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus rufis, supra nigris; tibiis rufis, extus nigricantibus; tarsis fuscis. *Abdomen* capite thoraceque longius, thorace angustius, confertissime punctum, incisuris profundioribus quam in reliquis

cospeciebus, segmentis 2 - 5 fere latitudine aequali, rubro-rufum; segmento primo, et basi summa secundi, nec non incisuris 2 et 3 nigris.

Femina: *Longitudo* 7 lin. *Caput* orbitis oculorum frontalibus et parte externarum tenuissime albis. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae; articulis 10 - 17 supra albis. *Thorax* puncto albo ante alas, alteroque ante singulum scutelli angulum. *Scutellum*, *alae* et *pedes* sicut in mare. *Abdomen* oblongo-ovatum, thoracis latitudine, capite thoraceque paullo longius, confertissime punctum, incisuris profundis; rufum, segmento 1 nigro apice ferrugineo.

Varietas: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sicut in mare, sed cellula cubitali intermedia trigona. *Caput* orbitis oculorum externis nigris. *Thorax* punctis 2 albis ante scutellum deficientibus. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate luteo, cellula cubitali intermedia trigona. *Pedes* femoribus anticis subtus flavo-testaceis, mediis subtus rufis, posticis basi rufis; tibiis anterioribus flavis, extus fuscis, posticis obscuro-rufis, extus et apice nigris. *Abdomen* obscuro-rubrum; segmento 1 toto, 4 - 6 dorso, nigris. Caetera sunt sicut in mare supra descripto.

80. I. SEMIRUFUS (n. sp.). Segmentis 1 - 4 tibiisque anterioribus rufis (annulo albo antennarum). Fem. *Longitudo* paullo ultra 3 lin. *Antennae* corpore dimidio paullulum longiores, apice involutae, articulis 10 - 16 supra albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo-testaceo, cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* femo-

ribus anticis subtus totis, mediis tantum apicem versus luteis; tibiis rufis, posticis apice nigro; tarsis anticis totis, mediis subtus rufis. *Abdomen* oblongo-ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice acuto; rufum, petiolo et segmenti quarti lateribus fuscis; segmentis 5 - 7 nigris.

Dom. Bonelli hanc *feminam* misit. Mares in Italia et Germania occurrunt; *Mas* prope Genuam captus hic est: *Statura* paullo gracilior quam in femina. *Longitudo* fere 4 lin. *Caput* orbitis oculorum internis albis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullo longiores, subtus ferrugineae, basin versus fuscae. *Thorax* puncto albo ad radicem alarum. *Scutellum* punctis duobus apicalibus albis. *Alae* subhyalinae, stigmate fusco, cellula cubitali intermedia subtriangulari. *Pedes* paullo graciliores quam in femina; anteriores femoribus subtus rufis, tibiis rufis subtus flavis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et paullo angustius, elongato-ovatum, segmentis 2 - 4 rufis, hoc disco nigro.

81. I. SEDULUS (n. sp.). Orbitis oculorum et linea ante alas albis; abdomine rufo, apice nigro; femoribus rufis, nigro-maculatis; tibiis rufis, posticarum apice nigro. Mas.

Haec species varietatibus abundat. In diagnosi non nisi individuorum genuinorum characteres distinctivi dati sunt; sed omnia quae Dom. Bonelli misit individua sunt spuria: *Longitudo* 3 $\frac{1}{2}$ - 4 lin. *Caput* palpis, macula mandibularum et orbitis oculorum plerumque albis. *Antennae* porrectae,

corpore dimidio paullo longiores; articulis 1 - 3 plerumque totis nigris, interdum autem 1 subtus albo, 2 et 3 subtus rufis, sequentibus autem semper rufis. *Thorax* linea ante alas, lineolaque infra alas, plerumque etiam colli margine supero et lineola transversa infra scutellum, albis. *Scutellum* plerumque totum, rarius apice solo, album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco aut piceo, squamula radicali rarius tota fusca aut tota alba, plerumque fusca puncto albo. *Pedes* coxis nigris, anterioribus plerumque macula alba; trochanteribus nigris; femoribus anterioribus nigris subtus rufis aut luteis, mediis interdum apice solo rufo, posticis plerumque totis nigris, rarius subtus aut basi rufis; tibiis anterioribus vel totis rufis, vel subtus luteis aut flavicantibus supra fuscis, posticis rarius totis nigris, plerumque basin versus rufis aut ferrugineis; tarsis fuscis, anterioribus plerumque subtus luteis. *Abdomen* lanceolato - cylindricum, capite thoraceque paullo longius et paullo angustius; segmento 1 nigro, margine rufo; 2 - 3 rufis; 4 plerumque toto rufo, interdum margine aut dorso nigro; 5 rarius toto rufo aut toto nigro, plerumque nigro basi aut lateribus rufis; 6 plerumque toto nigro, interdum basi et lateribus rufo, rarissime toto rufo; 7 toto nigro.

Dom. Bonelli *feminam* hujus speciei haud misit, quae autem in Germania cum maribus, licet his multo rarior, occurrit: *Longitudo* 3 $\frac{1}{2}$ - 4 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* palpis mandibulisque ferrugineis, orbitis oculorum internis albidis aut ferrugineis. *Antennae* corpore dimidio paullo longiores, apice

incurvo; articulis 8 - 14 vel omnibus vel plurimis eorum supra albis. *Thorax* margine superiore colli, linea ante alas, lineola infra alas, lineolaque transversa infra scutellum albo-flavis. *Scutellum* flàvescens aut rufum. *Alae* hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali lutea, cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* coxis anterioribus albidis, macula fusca, posticis nigris; femoribus anterioribus rufis, interdum subtus fuscescentibus, posticis vel totis rufis vel nigris basi rufa; tibiis tarsisque rufescentibus. *Abdomen* capite thoraceque paullulum longius et angustius, rufum; segmentis 6 et 7 nigris; interdum quinti margine et tertii dorso nigris.

82. I. TRICINGULATUS (n. sp.). Facie alba, puncto centrali nigro; lineola infra alas alba; segmentis 1 - 3 castaneo-marginatis; femoribus tibiisque rufis, posticis apice nigris. Mas.

Longitudo fere 3 lin. *Caput* ore, facie et orbitarum externarum parte pallide flavis, puncto faciali nigro. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores, articulo primo subtus flavo. *Thorax* lineola infra alas flava. *Scutellum* flavum. *Alae* subhyalinae, stigmate fusco-piceo, squamula radicali exalbida puncto nigro, cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* rufii; coxis et trochanteribus nigris, anterioribus subtus puncto albo; postici tarsis nec non femorum tibiarumque apicibus nigris. *Abdomen* lanceolatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine; segmenti primi margine castaneo; secundi basi lateribus et summo margine castaneis; tertii margine summo castaneo.

83. I. INIMICUS (n. sp.). Facie flavo-maculata; lineola infra alas alba; segmentis 2 - 5 rufis; femoribus tibiisque rufis, tibiis posticis apice nigro. Mas.

Longitudo 2 lin. *Caput* orbitis oculorum internis et macula faciali flavis. *Antennae* porrectae, filiformes, corporis longitudine; subtus articulo primo flavo, sequentibus fulvis. *Thorax* lineola alba infra alas; metathorace scabro, spinis duabus brevibus armato. *Scutellum* albidum. *Alae* subhyalinae, stigmate et squamula radicali piceis. *Pedes* rufo-fulvi, coxis et trochanteribus nec non tibiarum posticarum apice nigris, tarsis posterioribus fuscescentibus. *Abdomen* thorace angustius et longius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; segmento 1 nigro, margine rufo; 2 - 5 rufo-fulvis, 5 disco nigricante; 6 et 7 nigricantibus.

84. I. CULPATORIUS. Segmentis 2 et 3 rufis; tibiis luteo-flavis, posticis apice nigris. (Annulo antennarum albo, incisura secunda abdominis fusca). Femina.

Longitudo 4 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* ore et orbitis oculorum internis ferrugineis. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice convolutae; articulo 1 nigro, subtus rufo, 2 et 3 nigris, 4 - 6 ferrugineis, 7 - 13 albido-flavescentibus, sequentibus nigris. *Scutellum* flavum. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate et squamula radicali ferrugineis. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis rufo-fulvis, supra basin versus nigris, mediis nigris apice rufo, posticis nigris; tibiis luteo-flavis, posticis apice nigro; tarsis luteis. *Abdomen* ovato-oblongum, capitis thoracisque longitudine et latitudine;

segmentis 2 et 3 rufis, margine et basi tenuissime fuscescentibus; 7 dorso fusco-ferrugineo.

I. culpatorius Fabr. Rossi, Vill. Oliv. et Walken. Sed *I. culpatorius* Linn. Gmel. et Christ huc haud pertinere videtur; nullo modo autem *I. culpatorius* Schrank, Müll. et Panz. (ad Schaeff. Ic. tab. 103 fig. 4) huc referri potest.

Praeter hanc feminam Dom. Bonelli quoque individua quaedam mascula mecum communicavit, quae autem a maribus genuinis hujus speciei, circa Genuam et Parisios captis, pluribus characteribus discrepant. Interim autem ea pro varietatibus marium recipio.

Mares genuini: *Statura* gracilior est quam in feminis. Hac statura graciliore, pedibusque longioribus et gracilioribus, a reliquis hujus familiae maribus quoque discrepant. *Longitudo* 5 lin. vel paullo minor. *Caput* ore et facie albis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore longiores; subtus articulo 1 flavo, sequentibus fulvis. *Thorax* punctis duobus ad alarum radicem albis. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali fusca puncto luteo. *Pedes* graciles, elongati; anteriores flavi aut fulvi, coxis et trochanteribus nec non femorum latere convexo nigris; postici nigri, tarsis tibiisque fulvis aut flavis, tibiis apice nigro. *Abdomen* capite thoraceque longius et angustius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; segmentis 2 et 3 rufis.

Varietates marium, quas Dom. Bonelli mecum communicavit, hae sunt: *Statura* crassior est, antennae et pedes

breviores sunt et fortiores, quam in maribus genuinis. *Longitudo* 3 - 5 lin. *Caput* orbitis oculorum internis flavis; facie vel nigra, vel nigra punctis duobus flavis, vel flava punctis duobus nigris. *Antennae* vel nigrae totae, vel articulo 1 subtus flavo, vel articulis reliquis omnibus subtus rufis. *Thorax* plerumque punctis 2 vel puncto uno ad radicem alarum albis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate rufo aut piceo, squamula radicali fusca interdum puncto albo. *Scutellum* album. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus nigris, anterioribus subtus vel totis vel tantum apice rufis aut luteo-testaceis; tibiis rufis, rarius flavis, posticis autem semper apice nigro; tarsis rufis, posticis nigris aut fuscis. *Abdomen* segmentis 2 et 3 rufis; 1 interdum margine rufo, 4 interdum angulis baseos rufis.

85. I. AMPUTATORIUS. Segmentis 2 et 3; femoribus tibiisque rufis; punctis duobus albis ad radicem alarum. Mas.

Mares genuinos Dom. Bonelli haud misit, sed varietatem femoribus nigro-maculatis: *Statura* paullo gracilior quam in maribus genuinis. *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 6 lin. *Caput* plerumque palpis et mandibulis luteis, punctis duobus faciei rufis, orbitis oculorum internis flavis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullulum longiores. *Thorax* puncto infra alas, interdum altero ante alas, albo. *Scutellum* album. *Alae* luteo-hyalinae aut fumato-hyalinae, stigmate fulvo aut luteo, squamula radicali fusca interdum puncto albo. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis

vel totis rufis vel latere supero nigris, mediis rufis supra nigris, posticis nigris vel latere altero toto vel tantum apice rufis; tibiis luteis aut fulvis, posticis interdum apice nigris; tarsis vel omnibus luteis, vel posterioribus fuscis.

I. erectorius Fabr. ?

Mares et feminae circa Genuam et in Germania capti sunt. *Femina* haec est: *Longitudo* 5 - 7 lin. *Antennae* corpore dimidio paullulum longiores, apice curvatae, articulis 8 - 14 vel omnibus vel eorum plurimis supra albis. *Thorax* puncto albo infra alas. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus, nec non tarsis posticis, nigris. *Abdomen* oblongo-ovatum, capite thoraceque paullo longius et paullo angustius, apice obtuso subcompressiusculo; segmentis 2 et 3 rufis.

I. amputatorius Panz. (ad Schaeff. Ic. tab. 73 fig. 9).

86. I. MESSORIUS (n. sp.). Puncto infra alas albo; segmentis 2 et 3 tibiisque rufis, harum posticis apice nigro (annulo antennarum albo). Femina.

Longitudo paullo ultra 5 lin. *Antennae* corpore dimidio paullulum longiores, apice curvatae, articulis 9 - 14 supra albis. *Thorax* lineola infra alas alba. *Scutellum* album. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate testaceo. *Pedes* anteriores rufi, coxis et trochanteribus nigris, femoribus nigris, anticis subtus totis, mediis apice summo, rufis; postici nigri, tibiis rufis apice nigro. *Abdomen* oblongo-ovatum, capitis thoracisque

longitudine et latitudine, apice obtuso subcompressiusculo; segmentis 2 et 3 rufis.

Dom. Bonelli feminae individuum misit; sed mas et femina in Germania quoque degunt. *Mas* hic est: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sicut in mare speciei 85. *Longitudo* paullo infra vel paullo ultra 6 lin. *Thorax* punctis aut lineolis duobus albis ad radicem alarum. *Scutellum* album. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo, squamula radicali nigra puncto albo. *Pedes* antici rufi, coxis et trochanteribus nigris, femoribus plerumque basin versus aut latere supero toto nigris, tarsis fuscis; medii nigri, femoribus rufis, basi et latere altero vel toto vel tantum apice nigris, tibiis rufis extus fuscis; postici nigri, interdum tibiis rufis apice nigro. *Abdomen* segmentis 2 et 3, nec non plerumque summis angulis baseos quarti rufis.

87. I. MENSTRUALIS (n. sp.). Abdominis apice rufo, femoribus fulvis, anterioribus basi nigris; tibiis fulvis, basin versus albicantibus. Mas.

Speciei genuinae unicum tantum individuum possideo, idque prope Norimbergam captum. Dom. Bonelli autem varietatem hanc mecum communicavit, pedum colore discrepantem. *Longitudo* 6 lin. *Antennae* porrectae, corpore dimidio paullo longiores. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate ferrugineo. *Pedes* nigri; antici latere altero femorum tibiarum et tarsorum pallide testaceo; medii femoribus subtus apicem versus testaceis, tibiis subtus pallide testaceis;

postici tibiarum latere altero in medio pallide testaceo. *Abdomen* lanceolatum, capite thoraceque paullo longius et paullo angustius, opacum, confertissime punctum; segmentis 1 et 2 dorso subtiliter rugulosis, 4 et 5 marginibus rufescentibus, 6 rufo basi nigra, 7 toto rufo.

SECTIO 9. Scutello nigro: abdomine vel toto rufo, vel rufo-nigroque.

88. I. ARROGATOR. Alis nigro-fuscis, stigmate fulvo; segmentis 2 et 3 fulvis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* maris speciei sequentis. *Longitudo* 8 - 9 lin. *Alae* nigro-hyalinae, stigmate fulvo, cellula cubitali intermedia trigona. *Pedes* antici tibiis tarsisque subtus fusco-ferrugineis.

I. arrogator auctorum.

I. melanopterus Gmel. p. 2698 n. 266 (haud confundendus cum *I. melanoptero* Gmel. n. 400, qui ad aliud genus pertinet).

89. I. FUMIGATOR (n. sp.). Segmentis 2 et 3 rufis. Mas. et Femina.

Mas: *Longitudo* 6 - 7 lin. *Antennae* porrectae, corpore breviores. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate ferrugineo. *Pedes* antici femorum apice et tibiarum latere interiore testaceis. *Abdomen* thorace duplo longius, ejusque latitudine; segmentis 2 et 3 rufis, disco nigricante.

Femina: *Longitudo* 5 - 6 lin. *Antennae* dimidii corporis longitudine, involutae, articulis mediis plerumque subtus fuscescentibus. *Alae* sicut in mare. *Pedes* paullo crassiores

in mare, tibiis anticis intus ferrugineo-rufis. *Abdo-* ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, ntis 2 et 3 rufis aut castaneis.

I. agilis Christ ? Sed haud confundendus cum *I. agili* auctorum aliorum, qui ad Cryptos apteros pertinet.

Varietas feminae: *Longitudo* 6 lin. vel paullo minor. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* tibiis anticis subtus vel ferrugineis vel albido-testaceis. *Abdomen* vel segmentis 2 et 3 rufis, mar gro, vel segmento 2 rufo, 3 nigro in angulis baseos r staneis, macula disci nigro-castanea obsoleta.

90. I. HAEMORRHOÏDALIS (n. p.). Abdomine rufo; segmento primo nec non macula dorsali segmentorum 3 - 6 nigris. Mas.

Longitudo 6 lin. *Caput* palpis et orbitis oculorum internis albis. *Antennae* porrectae, corpore breviores. *Thorax* punctis 2 ad radicem alarum albis. e subfumato-hyalinae, stigmate fusco; cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* anteriores, femoribus tibiisque subtus testaceis; postici tibiis basin versus ferrugineis. *Abdomen* oblongo-ovatum, depressiusculum, thorace paullo angustius et fere duplo longius, subtilissime et confertissime punctum; segmento 1 subtiliter ruguloso nigro, 2 - 5 castaneis macula dorsali basali nigricante, 6 et 7 castaneis.

91. I. SPUTATOR. Segmentis 2 et 3 tibiisque rufis, harum posticis apice nigris; antennarum annulo albo. Mas et femina.

Mas: *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 6 lin. *Antennae* porrectae, corpore breviores; articulis 9 - 14 vel omnibus vel eorum plurimis supra albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* femoribus anticis apice rufis; tibiis rufis, posticis apice nigro, anterioribus rarius supra fuscis. *Abdomen* lanceolatum, capite thoraceque longius et paullo angustius, segmentis 2 et 3 rufis.

Femina a mare differt his notis: *Antennae* paullo graciliores quam in mare, apice curvatae. *Abdomen* paullo brevius et latius est quam in mare, apice obtusiusculo; segmentis 2 et 3, interdum etiam macula apicali segmenti primi, rufis.

I. sputator auctorum.

Crypturus sputator La-Mark. Sed *I. sputator* Grav. Verz. n. 3738 ad speciem sequentem pertinet.

1. *Varietas* maris: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* maris genuini. *Longitudo* paullo ultra 6 lin. *Antennae* articulis 1 et 2 nigris, 3 - 6 nigris subtus ferrugineis, 7 - 10 albis subtus ferrugineis, 11 - 14 totis albis, 15 - 17 fuscis puncto albo, sequentibus fuscis subtus ferrugineis. *Thorax* suturis lateralibus obsoletim castaneis. *Scutellum* apice obsoletim castaneo. *Alae* subluteo-hyalinae, stigmate testaceo, cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* coxis nigris, posterioribus macula castanea; trochanteribus nigris; femoribus anticis nigro-fuscis latere altero testaceo, mediis nigro-fuscis geniculo testaceo, posticis nigris; tibiis rufis, posticis apice fusco; tarsis anticis rufis,

rioribus fuscis. *Abdomen* segmento 1 apice castaneo, 2 [illegible]o castaneo, 3 fusco puncto laterali castaneo, sequen- nigris.

Varietas maris; *Abdomen* totum nigrum. Caetera cum genuino congruunt.

I. ferruginosus Gmel. n. 254 (haud confundendus cum *I. ferruginoso* Gmel. n. 356).

I. molitorius Schrank Fn. Boica n. 2072 var. d.

92. I. CULPATOR. Coxis p[illegible] dente armatis; segmentis 2 et 3 tibiisque rufis; (antennarum annulo albo). Femina.

Individua genuina hujus speciei Dom. Bonelli haud misit, sed varietatem, corpore minore et segmento tertio toto nigro: *Longitudo* 5 lin. *Antennae* corpore breviores, apice curvatae, articulis 9 - 14 supra albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate rufo. *Pedes* coxis posticis subtus dente armatis; femoribus anterioribus [illegible]; tibiis rufis, anterioribus intus fulvis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice paullo acutiore quam in specie praecedente; segmento secundo nigro-castaneo, reliquis totis nigris.

I. culpator Schrank Fn. Boica n. 2077.

93. I. APRICUS (n. sp.). Segmento secundo nec non angulis baseos tertii castaneis; orbitis oculorum internis et puncto infra alas albis. Mas.

Longitudo 4 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* orbitis oculorum facialibus, linea transversa clypei et puncto infra antennas albis. *Antennae* porrectae, corporis longitudine. *Thorax* puncto infra alas,

alteroque obsoletiore ante alas albis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, cellula cubitali intermedia subtrigona. *Pedes* femoribus anticis latere altero toto, mediis solo apice albidis; tibiis anterioribus latere altero albido, posticis basin versus fuscis. *Abdomen* capite thoraceque longius et angustius; segmento 2 obscuro-castaneo, 3 angulis baseos obscuro castaneis.

94. I. MELANO-CASTANUS (n. sp.). Abdomine castaneo, basi nigra; femoribus anterioribus rufis, macula nigra; tibiis anterioribus rufis. Mas et Femina (Femina antennarum annulo albo).

Mas: *Statura* tota, nec non pedes et antennae, longiores sunt et graciliores quam in femina. *Longitudo* 5 - 6 lin. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo, cellula cubitali intermedia irregulari subtriangulari. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis rufis, mediis vel totis nigris vel subtus rufis, posticis nigris; tibiis anterioribus luteo-fulvis, mediis apice nigro, posticis nigris ante basin ferrugineis; tarsis anticis lutescentibus, posterioribus fuscis. *Abdomen* capite thoraceque longius et paullulum angustius; segmentis 1 - 3 nigris, 3 attamen apice rufo, 4 - 6 vel totis rufis vel maculis duabus discoidalibus fuscis, 7 rufo.

Femina: *Longitudo* 5 lin. *Antennae* corpore dimidio longiores, apice curvatae, articulis 8 - 14 supra albis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate ferrugineo, cellula cubitali intermedia pentagona. *Pedes* nigri; femoribus anticis subtus

83. I. INIMICUS (n. sp.). Facie flavo-maculata; lineola infra alas alba; segmentis 2 - 5 rufis; femoribus tibiisque rufis, tibiis posticis apice nigro. Mas.

Longitudo 2 lin. *Caput* orbitis oculorum internis et macula faciali flavis. *Antennae* porrectae, filiformes, corporis longitudine; subtus articulo primo flavo, sequentibus fulvis. *Thorax* lineola alba infra alas; metathorace scabro, spinis duabus brevibus armato. *Scutellum* albidum. *Alae* subhyalinae, stigmate et squamula radicali piceis. *Pedes* rufo-fulvi, coxis et trochanteribus nec non tibiarum posticarum apice nigris, tarsis posterioribus fuscescentibus. *Abdomen* thorace angustius et longius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; segmento 1 nigro, margine rufo; 2 - 5 rufo-fulvis, 5 disco nigricante; 6 et 7 nigricantibus.

84. I. CULPATORIUS. Segmentis 2 et 3 rufis; tibiis luteo-flavis, posticis apice nigris. (Annulo antennarum albo, incisura secunda abdominis fusca). Femina.

Longitudo 4 $\frac{1}{2}$ lin. *Caput* ore et orbitis oculorum internis ferrugineis. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice convolutae; articulo 1 nigro, subtus rufo, 2 et 3 nigris, 4 - 6 ferrugineis, 7 - 13 albido-flavescentibus, sequentibus nigris. *Scutellum* flavum. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate et squamula radicali ferrugineis. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis rufo-fulvis, supra basin versus nigris, mediis nigris apice rufo, posticis nigris; tibiis luteo-flavis, posticis apice nigro; tarsis luteis. *Abdomen* ovato-oblongum, capitis thoracisque longitudine et latitudine;

anterioribus subtus luteis; tibiis tarsisque anterioribus subtus ferrugineis. *Abdomen* thorace angustius et longius; segmento 1 nigro, 2 rufo basi nigra, 3 et 4 rufis, 5 et 6 fuscescentibus margine rufo, 7 fusco.

97. I. CELERATOR. Segmentis 1-4 pedibusque rufis; coxis et trochanteribus nec non geniculis posticis nigris; antennis tricoloribus. Femina.

Longitudo paullo ultra vel paullo infra 3 lin. *Antennae* corpore dimidio paullulum longiores, apice involutae; articulo 1 nigro aut ferrugineo, 2-5 rufis aut ferrugineis, 6-9 fuscis aut ferrugineis, 10-13 albis subtus fuscis, sequentibus fuscis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali albida. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus nec non femorum posticorum apice nigris; tibiarum posticarum apice summo, plerumque etiam tarsis posticis, fuscis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine; apice subobtuso; segmento primo rarius nigro margine rufo, plerumque rufo petiolo fusco, 2-4 rufis.

I. celerator Grav. Verz. n. 3740.

98. I. LATRATOR. Segmentis 2-4 rufis; pedibus anterioribus rufis, coxis nigris; posticis nigris, tibiis rufis apice nigro; stigmate fulvo (antennarum annulo albo). Femina.

Femina, quam Dom. Bonelli mecum communicavit, haud ad speciem genuinam pertinet, sed hujus varietas est: *Longitudo*: fere 4 lin. *Antennae* corporis dimidii longitudine, involutae; articulo tertio subtus ferrugineo, 9-14 supra

albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fulvo. *Pedes* nigri; femoribus anterioribus apice, posticis summa basi rufis; tibiis rufis, posticis apice nigro; tarsis rufis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, segmentis 2 - 4 latitudine aequali; segmento 1 nigro macula apicali rufa, 2 et 3 rufis, sequentibus nigris.

Mares Dom. Bonelli haud misit, apud nos autem feminis frequentiores sunt: *Longitudo* 3 - 4 lin. *Caput* plerumque ore et orbitis oculorum internis flavescentibus. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullo longiores; subtus interdum articulo 1 flavicante, sequentibus ferrugineis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate testaceo. *Pedes* rufi; femoribus posticis nec non coxis et trochanteribus nigris; tibiis posticis apice nigro; tarsis posticis fuscis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et angustius; segmento primo plerumque apice rufo, 2 - 4 rufis, 4 plerumque pro parte nigro.

I. latrator Fabr. Ent. Syst. n. 139.
» » Oliv. n. 123.
» » Villers et Gmelin.

Nullo modo autem huc pertinet *Ophion latrator* Fabr. Piez. n. 23, licet Fabr. ipse ad hunc Ophionem istum Ichneumonem citaverit; nec *I. latrator* Oliv. n. 103.

99. I. MELANOGONOS. Coxis posticis calcaratis; abdomine rufo, apice nigro; pedibus rufis, posticorum geniculis nigris; (antennis tricoloribus). Femina.

Longitudo fere 3 lin. *Caput* palpis pallidis, mandibularum

basi rufa. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice curvatae, rufae, articulis 9 - 11 pallidioribus, sequentibus supra fuscis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali fulva. *Pedes* rufi; postici femorum tibiarumque apice nigro, coxis subtus dente valido armatis. *Abdomen* lanceolato-ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice acuto; segmentis 1 - 4 rufis, sequentibus nigris.

I. melanogonos Gmel n. 357.

100. I. OPPRIMATOR (n. sp.). Segmentis 2 - 4 rufis; pedibus rufis, posticis nigro-maculatis. Mas et Femina. (Mas ore et antennis subtus fulvis; femina antennis basin versus rufis).

Mas: *Longitudo* fere 3 lin. *Caput* ore fulvo. *Antennae* porrectae, corpore breviores, subtus fulvae. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali pallida. *Pedes* rufi; postici coxarum basi nec non femorum et tibiarum apice nigris. *Abdomen* capite thoraceque longius, thoracis latitudine, segmentis 2 - 5 fere latitudine aequali, 2 - 4 rufis.

Femina: *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice involutae, articulis 2 - 5 rufis. *Abdomen* sicut in mare, sed apice acuto incurvo. Caetera sicut in mare.

101. I. RUFILIMBATUS (n. sp.). Segmentis 2 - 4 rufis, macula dorsali nigra; ore nec non femorum et tibiarum anticorum latere interiore flavis. Mas.

Longitudo fere 3 lin. *Caput* ore, clypeo et puncto ad orbitas oculorum faciales flavis. *Antennae* porrectae, corpore breviores; subtus articulo 1 flavo, sequentibus fusco-ferru-

s. *Alae* subhyalinae, stigmate piceo, squamula radicali
. *Pedes* nigri, antici tarsis tibiis et femorum latere
iore apiceque flavo-luteis; medii femorum apice et
rum latere interiore flavo-luteis, tarsis fuscis, postici
na femorum et tibiarum basi rufescente. *Abdomen* ca-
e thoraceque paullo longius et angustius, segmentis 2 - 5
dine aequali; nigrum, segmentis 2 et 3 rufis, macula
a dorsali nigra; 4 marginibus omnibus rufis, 5 summo
e dorsali rufo.

102. I. ERYTHROCERUS (n. sp.). Antennis, pedibus et segmentorum marginibus rufis. Mas.

Dom. Bonelli hujus speciei v rietatem antennis obscurioribus misit: *Longitudo* lin. *Antennae* porrectae, graciles filiformes, dir corpore longiores; articulo 1 toto n o, 1 neis supra fuscis, ultimis s inae, stigmate piceo, squali intermedia subtriangulari. *Pedes* luteo-fulvi, coxis et trochanteribus nigris, his apice lutescente; postici femoribus apicem versus fuscis, tibiis apice summo fusco, tarsis subfuscescentibus. *Abdomen* capite thoraceque longius et angustius, segmentis 2 - 6 quadratis, incisuris 1 - 4 luteis.

SECTIO 10. Scutello nigro: abdomine tricolore.

103. I. TERGENUS (n. sp.). Abdomine rufo, apice nigro, ano albo (antennarum annulo albo). Femina.

Longitudo 4 $\frac{1}{2}$ lin. *Antennae* dimidio corpore vix paullo

longiores, apice involutae, articulis 10 - 14 supra albis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate nigro. *Pedes* antici femorum apice summo et tibiarum latere interiore luteo-flavescentibus, tarsis fusco-ferrugineis: medii tibiis tarsisque fusco-ferrugineis. *Abdomen* oblongo-ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine; segmentis 1 - 3 rufis, 4 rufo apice nigro, 5 nigro, 6 et 7 supra albis.

Marem Dom. Bonelli haud misit. Unicum autem quod vidi *maris* individuum, in museo Comitis ab Hoffmannsegg, e Lusitania est, et his characteribus a femina discedit: *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullo longiores, totae nigrae. *Abdomen* segmentis 1 - 3 rufis, 4 nigro basi rufa margine albo, 5 nigro margine albo, 6 et 7 supra albis.

SECTIO 11. Thorace rufo, aut albo-lineato: scutello rufo, aut albo: abdomine vel tricolore, vel bicolore, vel albo-notato, apice semper albo.

104. I. ERYTHRAEUS (n. sp.). Rufus; abdominis apice nigro, macula alba; femoribus nigris; scutelli apice albo (antennarum annulo albo). Femina.

Longitudo fere 4 lin. *Caput* palpis pallidis, mandibulis rufis, orbitis oculorum totis albis. *Antennae* subgraciles, filiformes, incurvae, corporis dimidii longitudine, fuscae; articulo 1 subtus rufo, 11 - 14 supra albis, sequentibus subtus ferrugineis. *Thorax* pectore, regione circa scutellum, lineaque dorsali longitudinali obsoleta, nigris; lineola transversa infra scutellum et punctis duobus ad alarum radicem albis. *Scutellum* apice albo. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco,

mula radicali lutea, cellula cubitali intermedia subtrian-
i. *Pedes* coxis et trochanteribus nigro-alboque pictis;
ibus nigris, anticis subtus luteis, mediis subtus fer-
eis, tibiis fuscis, anticis subtus testaceis, mediis subtus
, posticis basin versus obscuro-castaneis; tarsis fuscis.
tomen capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice acuto; segmentis 1 - 3 obscuro-rubris, 4 rubro apice nigro, 5 nigro, 6 nigro margine albo, 7 dorso toto albo.

FAMILIA III.

Abdomen petiolatum, procerum, subcylindricum: *segmentum* 1 antice sub-convexum, leve: petiolo lineari, haud multo angustiore quam pars anterior, hujusque longitudine: *antennae* et *pedes* graciles. (*Terebra* exerta, brevissima).

105. I. TRUNCATOR. Protho dorso, scutello, pedibus antennisque rufis. Femina.

Longitudo 3 lin. *Caput* palpis rufescentibus. *Antennae* graciles, filiformes, dimidio corpore vix longiores, incurvatae, rufae; articulo 1 nigro, 11 - pra subpallidioribus. *Thorax* prothoracis dorso et macula laterali rufo-sanguineis. *Scutellum* elevatum rufo-sanguineum. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate et squamula radicali testaceis. *Pedes* graciles rufi, unguibus nigris. *Abdomen* subcylindricum, thorace duplo longius, thoracis latitudine; segmento 1 apicem versus sensim dilatato.

I. truncator Fabr. Supl. pag. 222.
» » Walkenaer p. 57 n. 39.
Bassus tr. Fabr. Piez. pag. 98. n. 17.
Ichn. colorator Vill. et Oliv.

FAMILIA IV.

Abdomen petiolatum, oblongum aut subovatum: *segmentum* 1 antice subconvexum, leve: petiolo tenui, plerumque longitudine partis anterioris: *alae* cellula cubitali intermedia vel nulla vel parva, triangulari aut irregulari: *pedes* et *antennae* subgraciles. (*Terebra* subexerta).

SECTIO 1. Scutello et abdomine nigris.

106. I. INFERNALIS (n. sp.). Tibiis anticis et apice femorum anticorum rufis. Femina.

Longitudo paullo ultra 2 lin. *Antennae* filiformes, corpore dimidio paullo longiores. *Alae* hyalinae, stigmate et squamula radicali testaceis, cellula cubitali intermedia trigona regulari petiolata. *Pedes* antici femoribus rufis basi nigra, tibiis rufis; posteriores tibiis subtus lutescentibus. *Abdomen* oblongo-ovatum, clavatum, capite thoraceque paullo longius et vix paullo angustius; segmento 1 apicem versus sensim dilatato, sequentibus margine subglaucescente.

SECTIO 3. Scutello pallido: abdomine rufo, aut rufo-nigroque.

107. I. CINCTULUS (n. sp.). Facie et scutelli apice flavis; segmento primo nigro, sequentibus margine et lateribus rufis, ultimis totis luteis; pedibus anterioribus luteis, posticis fuscis, coxis et trochanteribus subtus testaceis, femoribus medio rufis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* speciei sequentis. *Longitudo* 3 lin. *Caput* facie oreque flavis, mandibularum apice nigro. *Antennae* articulis 1 - 3 totis nigris,

sequentibus subtus ferrugineis. *Scutellum* apice flavo. *Alae* subhyalinae, stigmate piceo, squamula radicali flava, cellula cubitali intermedia trigona petiolata. *Pedes* anteriores lutei, coxis et trochanteribus pallidioribus; postici nigrofusci, coxis et trochanteribus subtus pallide-testaceis, femoribus tibiisque medio rufis. *Abdomen* segmento 1 toto nigro, 2 rufo basi nigra, 3 - 5 rufis basi fusca margine flavicante, 6 et 7 flavo-luteis.

Praeter hanc speciem genuinam, Dom. Bonelli quaedam mecum communicavit individua, de quibus nondum dijudicare audeo, num sint speciei hujus varietates, num species distinguendae. Interim autem huic speciei veluti appendices jungantur:

Appendix 1. Scutello antennis et abdomine rufis, segmento primo nigro, pedibus luteis, facie flava. Mas.

Statura speciei genuinae, sed cellula cubitali intermedia minore, segmento primo paullo breviore et crassiore. *Longitudo* 3 lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* ferrugineae, subtus fulvae, articulo 1 toto nigro. *Alae* subfumatohyalinae, stigmate piceo, squamula radicali lutea, cellula cubitali intermedia parva trigona petiolata. *Pedes* anteriores fulvi, coxis et trochanteribus flavis; postici rufi, coxis et trochanteribus flavis supra nigris, femorum summa basi nigra, tibiarum apice et basi tarsisque fuscis. *Abdomen* segmento 1 nigro, 2 rufo basi nigra, sequentibus rufis, ultimis obscurioribus.

Appendix 2. Scutello flavo; abdomine rufo, subnigro-cingulato, basi nigra, apice flava; pedibus rufis, coxis nigro-flavoque variis; ore et orbitis oculorum internis flavis. Mas.

Statura appendicis primae, sed cellula cubitali intermedia maiore. *Longitudo* paullo ultra 3 lin. *Caput* ore, orbitis oculorum internis latis, nec non puncto faciali flavis. *Antennae* articulis 1 - 3 totis nigris, sequentibus subtus luteo-ferrugineis. *Scutellum* apice flavo. *Alae* hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flava, cellula cubitali intermedia trigona subpetiolata. *Pedes* anteriores dilute rufi, coxis et trochanteribus flavis; postici coxis et trochanteribus flavis supra nigris, femoribus tibiisque rufis summa basi summoque apice nigris, tarsis fuscis. *Abdomen* segmento 1 nigro, 2 rufo basi nigra, 3 - 5 rufis margine nigricante latera versus glaucescente; sequentibus luteo-flavis.

Appendix 3. Abdomine rufo, basi nigra, apice flavo; pedibus anterioribus fulvis; facie flava. Mas.

Statura appendicis praecedentis, sed abdomine breviore et crassiore. *Longitudo* paullo ultra 3 lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* articulis 1 - 3 totis nigris, sequentibus subtus luteis. *Alae* hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flava, cellula cubitali intermedia trigona irregulari subpetiolata. *Pedes* anteriores fulvi, coxis et trochanteribus flavis; postici nigri, coxis et trochanteribus subtus flavis. *Abdomen* segmento 1 nigro; 2 - 4 rufo-fulvis, basi summa nigra, summo margine flavo; sequentibus flavis.

108. I. SPONSORIUS. Facie, scutello et parte infera colli flavis; abdomine rufo, apice flavo, basi nigra; pedibus rufis, posticis nigro-maculatis. Mas.

Longitudo 3 lin. *Caput* facie et ore flavis, mandibularum apice nigro. *Antennae* corpore paullo breviores, porrectae, apice subcurvato; ferrugineae, supra basin versus fuscae. *Thorax* subpubescens, parte infera colli flava. *Scutellum* flavum. *Alae* subhyalinae, stigmate piceo-testaceo, squamula radicali flavicante, cellula cubitali intermedia trigona subpetiolata. *Pedes* rufi; anteriores coxis et trochanteribus pallide flavis, coxis supra nigris; postici coxis et trochanteribus flavis supra vel nigris vel rufis, femoribus basi apiceque nigris, tibiis apice et ante basin nigris, tarsis fuscis. *Abdomen* clavato-fusiforme, capite thoraceque paullo longius vixque paullo angustius; segmento 1 canaliculato, apicem versus sensim paullulum dilatato, nigro, apice rufo; 2 rufo; 3 rufo, interdum margine summo flavo; 4 flavo, basi rufo-fulva; 5 - 7 flavis.

I. sponsorius auctorum, excepto *I. sponsorio* Jurin. cellula cubitali intermedia deficiente.

SECTIO 4. Scutello nigro: abdomine rufo, aut rufo-nigroque.

109. I. SEMICALIGATUS (n. sp.). Abdominis medio rufo, pedibus anterioribus flavis, femoribus fulvis, pedibus posticis nigris, femoribus et tibiarum basi rufis; facie et articulo primo antennarum subtus flavis. Mas.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* speciei 111, petiolo attamen breviore. *Longitudo* 4 lin. *Caput* facie oreque flavis, apice mandibularum nigro. *Antennae* longitudine corporis, articulo primo subtus flavo. *Alae* subhyalinae, stigmate piceo, squamula radicali flava; cellula cubitali intermedia triangulari, irregulari, subpetiolata. *Pedes* anteriores flavi, femoribus fulvis; postici rufi, tarsis, tibiarum apice, coxis et trochanterum basi nigris. *Abdomen* capite thoraceque paullulum angustius et longius; segmento 1 nigro, subsessili, basin versus sensim angustato; 2 - 5 sensim dilatatis; 2 et 3 rufis, sequentibus nigris.

110. I. PROSOLEUCUS (n. sp.). Abdominis medio rufo; pedibus anterioribus fulvis, coxis et trochanteribus albo-testaceis; pedibus posticis rufis, coxis et trochanteribus nigris; facie collo et lineola ante alas albidis. Femina.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in speciei sequentis femina, pedibus attamen paullo gracilioribus. *Longitudo* paullo ultra 3 lin. *Caput* ore genis et facie albo-testaceis. *Antennae* subtus albido-testaceae. *Thorax* colli parte infero et lineola ante alas pallide testaceis. *Alae* hyalinae, stigmate et squamula radicali pallide testaceis; cellula cubitali intermedia trigona, irregulari subpetiolata, nervo exteriore pertenui. *Pedes* graciles; anteriores luteo-fulvi, coxis et trochanteribus pallide testaceis, puncto fusco; postici rufi, coxis et trochanteribus nigris, tarsis et tibiarum apice fuscis. *Abdomen* capite thoraceque longius et paullo

angustius, elongato-subclavatum, apicem versus subcompressum; segmento 1 longo levi nigro, tuberculis lateralibus in medio sitis, area apicem versus dilatata; 2 fusco, margine et lateribus rufis; 3 rufo, punctis duobus nigris; 4 et 5 castaneis, 5 margine fusco; 6 et 7 nigris.

114. I. INDEFESSUS (n. sp.). Abdominis medio, antennis, pedibusque rufis; coxis anterioribus flavo-maculatis, posticis nigris; facie flava. Mas.

Longitudo inter 4 et 5 lin. *Caput* facie et ore flavis, mandibularum apice fusco. *Antennae* filiformes, corporis longitudine; articulo 1 nigro subtus flavicante, sequentibus rufis. *Alae* hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali flavicante; cellula cubitali intermedia trigona irregulari petiolata. *Pedes* subelongati, rufi; coxis anterioribus flavis, posticis nigris; trochanteribus flavescentibus, posticis supra rufis; tibiis posticis basi summa pallida, tarsis posticis subfuscescentibus. *Abdomen* subsericans, capite thoraceque fere duplo longius, thorace paullo angustius, apicem versus subcompressum; segmento 1 nigro, apicem versus rufo sensimque dilatato; 2 rufo, vitta transversali nigra; 3 rufo, maculis duabus fuscis; 4 rufo; 5 rufo, basi nigra; sequentibus nigris.

Feminam genuinam, quae a mare non nisi coxis anterioribus supra nigris differt, Dom. Bonelli haud misit, at *varietatem* ejus, femoribus posticis nigris: *Longitudo* fere 5 lin. *Pedes* anteriores fulvi; coxis nigris, trochanteribus flavis; postici coxis et femoribus nigris, trochanteribus flavis,

tibiis luteis apice fusco, tarsis fuscis. *Abdomen* nigrum, segmentis 2 - 4 rufo-castaneis. Reliqua sunt sicut in femina genuina.

112. I. LEPTOCERUS (n. sp.). Abdomine elongato, rufo, apice nigro; pedibus rufis, tibiis posticis apice fusco, coxis anterioribus flavis; puncto infra alas oreque flavis. Fem.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* praecedentis; sed cellula cubitali intermedia deficiente, antennis gracilioribus. *Longitudo* 4 ½ lin. *Caput* ore et clypeo flavis, mandibularum apice nigro. *Antennae* graciles, corporis longitudine, apice curvato; fuscae, articulo primo subtus flavo. *Thorax* puncto albo infra alas. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flava. *Pedes* rufi; anteriores coxis et trochanteribus flavis; postici tarsis, apice tibiarum, interdum etiam summo apice femorum, fuscis. *Abdomen* rufum, petioli basi nec non segmentis 5 - 7 nigris.

113. I. NEMORALIS. Abdominis medio, femoribus anterioribus, tibiisque rufis, harum posticis apice nigro, tarsis posticis medio albis (facie et coxis anterioribus flavis). Mas.

Longitudo fere 5 lin. *Caput* ore et facie flavis. *Antennae* porrectae, corporis fere longitudine, fuscae, subtus articulo 1 pallide flavo, sequentibus dilute rufis, sensim obscurioribus, ultimis fuscis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flava, cellula cubitali intermedia

irregulari petiolata. *Pedes* subelongati rufi; coxis testaceis, posticis supra nigris; trochanteribus pallide flavis; femoribus posticis nigris; tibiis posticis apice nigro; tarsis posticis medio exalbidis. *Abdomen* ovato-fusiforme, capite thoraceque paullo longius paulloque angustius; segmento 1 longo, apicem versus sensim dilatato, canaliculato, nigro, apice rufo; 2 - 5 rufis, 5 macula dorsali nigra.

I. nemoralis Fourcr. p. 416 n. 66.

Femina occurrit cum mare passim in Germania. Dom. Bonelli eam non misit: *Longitudo* 4 lin. *Antennae* corpore paullo breviores, apice incurvo, fuscae; articulis 1 - 12 subtus rufis, 13 - 19 albis, sequentibus subtus ferrugineis. *Alae* sicut in mare. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris, caeterum sicut in mare coloratis. *Abdomen* sicut in mare, sed paullo brevius.

114. I. DEFECTIVUS (n. sp.). Cellula cubitali intermedia nulla; abdominis medio rufo; femoribus tibiisque anterioribus totis, posticis basi rufis (antennarum annulo albo). Fem.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in speciei praecedentis femina; sed cellula cubitali intermedia deficiente, segmento primo apice angustiore, petiolo crassiore et breviore. *Longitudo* paullo ultra 4 lin. *Antennae* articulis 13 - 15 albis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco. *Pedes* anteriores rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici nigri, femorum tibiarumque basi rufa. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, subpetiolatum;

segmento 1 levi, nigro, apicem versus sensim paullo dilatato, tuberculis lateralibus in medio sitis; 2 - 4 rufo-castaneis, 4 margine nigricante; sequentibus nigris.

115. I. MUNDUS (n. sp.). Abdominis medio rufo, tibiis rufis, femoribus anterioribus pro parte rufis. Mas et femina: (Mas tibiis posticis apice nigris, antennis subtus rufis; femina tibiis posticis totis nigris, antennis rufis articulo primo nigro).

Mas: *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sicut in speciei 113 mare. *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 4 lin.. *Antennae* fuscae, subtus ferrugineae aut fulvae, articulo 1 toto nigro. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali flavicante; cellula cubitali intermedia trigona subirregulari subpetiolata. *Pedes* anteriores fulvi aut flavi, coxis et trochanteribus nigris, femoribus supra nigris, femoribus mediis interdum apice solo fulvo, postici nigri, femoribus interdum summo apice castaneo, tibiis rufis apice nigricante, tarsis fuscis. *Abdomen* segmento 1 levi nigro, 2 - 4 rufis, 5 - 7 nigris.

Femina: *Longitudo* 4 lin. *Antennae* dimidio corpore longiores; articulo 1 nigro subtus fulvo, 2 - 5 fuscescentibus sensim pallidioribus, sequentibus fulvis. *Alae* hyalinae, stigmate testaceo, cellula cubitali intermedia parva subregulari subpetiolata. *Pedes* fulvi, coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis supra basin versus nigris, mediis nigris apice fulvo, posticis totis nigris. *Abdomen* pyriforme, capitis thoracisque longitudine et latitudine; segmento 1 ca-

naliculato, petiolo tenui, area apicem versus dilatata, tuberculis lateralibus in medio sitis, nigro, apice rufo; 2 - 4 rufis; 5 - 7 nigris.

116. I. RUFONIGER (n. sp.). Abdominis medio pedibusque rufis; femoribus posticis, coxis et trochanteribus nigris. Femina.

A speciei praecedentis femina haec differt statura graciliore, nec non segmenti primi petiolo breviore et crassiore. *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 4 lin. *Antennae* filiformes, graciles, corpore breviores, subtus ferrugineae. *Alae* hyalinae, stigmate et squamula radicali testaceis, cellula cubitali intermedia trigona irregulari subpetiolata. *Pedes* subgraciles; anteriores luteo-rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici coxis et femoribus nigris, trochanteribus nigris apice rufo, tibiis lutescentibus, tarsis luteo-fuscis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius paulloque angustius, lanceolatum; segmento 1 apicem versus sensim dilatato nigro, margine rufo, tuberculis lateralibus paullo ante medium sitis; 2 - 4 rufis; 5 - 7 nigris.

117. I. FILICORNIS (n. sp.). Abdominis medio, ore pedibusque luteis; femoribus posticis nigricantibus. Mas. *Statura* nec non *partium forma* et *proportio* sequentis. *Longitudo* fere 4 lin. *Caput* ore et clypeo luteis, mandibularum apice fusco. *Antennae* tenues, ferrugineae, apicem versus sensim fuscae. *Alae* subhyalinae, stigmate fusco, squamula radicali testacea, cellula cubitali intermedia subor-biculari, irregulari, subpetiolata. *Pedes* subgraciles, lutei,

femoribus posticis fuscis. *Abdomen* subsericans, capite thoraceque paullo angustius paulloque longius; segmento 1 levi, nigro, margine summo luteo, 2 - 4 luteis, 5 - 7 nigris.

Feminam Dom. Bonelli haud misit. Unica autem, quam vidi et examinavi, prope Genuam capta, differt a mare imprimis abdomine paullo breviore et latiore, apice crassiore: *Longitudo* 4 lin. *Caput* ore rufo, mandibularum apice nigro. *Antennae* rufae. *Alae* et *pedes* sicut in mare. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine, oblongo-lanceolatum, apice crassius subcompressiusculum, segmento 1 nigro, apice rufo; 2 - 4 rufis; sequentibus nigris, 5 attamen ante marginem castaneo.

1118. I. VARIATOR. Abdominis medio pedibusque rufis; facie flava. Mas.

Longitudo 4 lin. *Caput* facie oreque flavis, mandibularum apice fusco; oculis parvis. *Antennae* graciles, porrectae, corporis longitudine, apice subincurvae; fuscae, articulis 1 et 2 ferrugineis. *Alae* hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flavescente; cellula cubitali intermedia irregulari, suborbiculata, petiolata. *Pedes* testaceo-rufi. *Abdomen* subsericans, capite thoraceque longius et paullo angustius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; segmento 1 nigro, area longitudine latitudinem superante, petioli longitudine, margine rufescente; 2 et 3 rufis, 4 et 5 nigro-rufis, sequentibus nigris.

I. variator Müll. n. 1828.

119. I. EURIDATOR (n. sp.). Segmentis 2 - 4 pedibusque rufis aut luteis. Femina.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* omnino speciei sequentis. *Longitudo* paullo ultra 3 lin. *Caput* palpis flavis, clypeo et mandibulis rufo-ferrugineis. *Antennae* rufae, supra ferrugineae, articulo primo supra fusco. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco; cellula cubitali intermedia trigona, sessili, nervo exteriore autem tenuissimo. *Pedes* anteriores pallide lutei, coxis testaceis; postici fulvi, trochanteribus et coxis pallidioribus, his basi summa fusca, tarsis et tibiarum apice summo fuscescentibus. *Abdomen* segmentis 2 - 4 rufis.

Dom. Bonelli *mares* haud misit, qui autem in Germania occurrunt: *Longitudo* 3 lin. *Caput* palpis albidis aut rufis; mandibulis et clypeo ferrugineis. *Antennae* corporis longitudine, apice curvatae, fuscae, subtus ferrugineae. *Alae* subhyalinae, stigmate fusco, squamula radicali fusca aut lutea; cellula cubitali intermedia vel deficiente, vel trigona sessili, nervo exteriore incompleto. *Pedes* subgraciles, lutei. *Abdomen* fusiforme, capitis thoracisque longitudine, thorace angustius; segmento 1 apicem versus sensim dilatato, tuberculis lateralibus prominulis in medio sitis, nigro, apice testaceo aut rufo; 2 - 4 testaceis aut rufis, 4 vitta transversali aut apice fusco; sequentibus vel totis nigris, vel fuscis margine pallidiore.

120. I. CHRYSOSTOMUS (n. sp.). Abdomine oblongo-ovato, rufo, apice nigro; pedibus rufis, tibiis posticis apice fuscis, coxis anticis flavicantibus; ore flavo.

Longitudo 3 lin. *Caput* clypeo oreque flavis, mandibularum apice nigro. *Antennae* corpore breviores, curvatae, fuscae, articulo primo subtus flavo. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flava. *Pedes* rufo-fulvi; antici coxis pallidioribus; postici tibiarum apice et tarsis fuscis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, pyriforme, depressum; segmentis 1 - 3 rufis, 4 rufo margine nigro, sequentibus nigris.

121. I. LAEVIGATUS (n. sp.). Segmentis 2 et 3, femoribus tibiisque anterioribus rufis, tibiis posticis pro parte rufis. Mas et femina.

Mas: *Longitudo* 4 lin. *Caput* palpis ferrugineis. *Antennae* corpore breviores, porrectae. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate nigro, squamula radicali flavescente; cellula cubitali intermedia pentagona, subpyramidata, nervo exteriore autem obsoletissimo. *Pedes* anteriores rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici nigri, tibiis rufo-fuscis, femoribus supra castaneis. *Abdomen* nitidissimum, laevissimum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, oblongo-ovatum, apice obtusiusculo; segmento 1 longo, tenui, nigro, area fere quadruplo breviore at vix paullo latiore quam petiolus, longitudine latitudinem paullo superante; 2 et 3 rufis; sequentibus nigris subsericantibus.

Femina: *Antennae* corpore dimidio paullo longiores, apice incurvo. *Abdomen* sicut in mare formatum, apice attamen obtusiore; segmenti primi area quadrata, duplo latiore quam petiolus, rufo-castanea; segmentis 2 et 3 rufis,

sequentibus nigris minus sericantibus quam in mare. Caetera cum mare congruunt.

FAMILIA V.

Abdomen subsessile aut subpetiolatum: *segmentum* 1 basin versus sensim angustatum: *alae* cellula cubitali intermedia vel nulla, vel parva, triangulari aut irregulari: *antennae* graciles aut mediocres: *pedes* mediocres (*Terebra* subexerta).

SECTIO 1. Scutello et abdomine nigris.

122. I. CLYPEATOR (n. sp.). Clypeo pedibusque rufis, coxis et trochanteribus nigris; abdominis incisuris 1 - 4 rufescentibus. Mas.

Longitudo fere 4 lin. *Caput* clypeo et mandibulis rufis, facie subsericante. *Antennae* fere corporis longitudine, apicem versus paullo curvatae. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate luteo-piceo, squamula radicali testacea; cellula cubitali intermedia subirregulari, petiolata. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris. *Abdomen* subsessile, capite thoraceque paullo longius et angustius, sublineare, segmentis 1 - 5 sensim paullulum dilatatis; incisuris 1 - 4 rufescentibus.

123. I. MELANCHOLICUS (n. sp.). Tibiis tarsisque anterioribus femoribusque rufis. Mas.

Longitudo inter 3 et 4 lin. *Antennae* fere corporis longitudine, porrectae. *Alae* hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali picea. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris; postici tarsis et tibiis nigris, his basin versus rufescentibus. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine, thorace paullo

angustius, subcylindricum, depressiusculum; segmento primo subopaco, longitudine latitudinem superante, tuberculis lateralibus protuberantibus, inter basin et medium sitis.

124. I. PINGUIS (n. sp.). Segmentorum marginibus summis rufescentibus; pedibus flavis, posticorum coxis et femoribus nec non tibiarum et articulorum tarsi apicibus nigris. Mas.

Corpus totum griseo-sericans. *Longitudo* 4 lin. *Caput* palpis rufis, mandibulis medio flavis. *Antennae* porrectae, filiformes, corpore paullo breviores, subtus articulo 1 flavo, sequentibus fusco-ferrugineis. *Alae* hyalinae, stigmate et squamula radicali testaceis; cellula cubitali intermedia irregulari subpetiolata. *Pedes* anteriores pallide flavi, coxis supra nigris, femoribus latere altero fulvis, mediis subtus linea longitudinali nigra; postici coxis nigris, trochanteribus flavis, femoribus nigris geniculo flavo, tibiis albidis apice nigro, tarsorum articulo 1 albido apice nigro, 2 et 3 nigris basi albida, 4 et 5 nigris. *Abdomen* subsessile, oblongo-cylindricum, capite thoraceque longius et paullo angustius, nitidum, subtiliter punctum, segmentis 2 - 7 margine rufo.

Feminam hujus maris Dom. Bonelli haud misit. In Germania sexus uterque occurrit. *Femina* haec est: *Statura* crassiuscula. *Longitudo* fere 3 lin. *Caput* ore flavo aut ferrugineo, mandibularum apice nigro. *Antennae* corpore breviores, apice subcurvatae; subtus apicem versus ferrugineis, articulo 1 flavo. *Alae* sicut in mare. *Pedes* coxis nigris,

anterioribus subtus flavis; trochanteribus flavis; femoribus anterioribus fulvis, subtus basin versus nigris, posticis nigris geniculis fulvis; tibiis flavis, posticis apice nigro; tarsis fulvis, posticis articulorum apicibus nigris. *Abdomen* sericans, capitis thoracisque longitudine et latitudine, oblongum aut ovatum; segmentorum marginibus summis castaneis.

SECTIO 2. Scutello pallide notato: abdomine vel toto nigro, vel segmentorum marginibus pallidis.

125. I. QUINQUECINCTUS (n. sp.). Segmentis margine albis; pedibus fulvis, posticorum tarsis tibiisque nigris; facie albida; antennis subtus fulvis articulo primo albo. Mas.

Longitudo 4 lin. *Caput* subglobosum, majusculum, oculis prosilientibus; facie, ore et genis flavo-albis. *Antennae* filiformes, corpore paullo breviores, porrectae, fuscae; subtus fulvae, articulo primo albido. *Thorax* colli parte infero, macula laterali prothoracis et linea transversa infra scutellum albidis. *Scutellum* apice albido. *Alae* hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali alba; cellula cubitali intermedia irregulari subpetiolata. *Pedes* subgraciles, fulvi; anteriores subtus pallidiores; postici tibiis tarsisque sericanti-nigris. *Abdomen* subsessile, thorace duplo longius et paullo angustius; segmentis 1 - 5 sensim latioribus, 1 lineis duabus elevatis longitudinalibus, 2 lineola dorsali marginali albida, sequentibus nitidioribus, margine apicali et laterali albo.

SECTIO 3. Scutello pallido: abdomine vel rufo, vel rufo-nigroque.

126. I. ALBICINCTUS (n. sp.). Scutelli apice rufo; abdomine rufo, basi nigra, marginibus segmentorum albis; pedibus anterioribus flavis, coxis et latere supero femorum nigris. Mas.

Longitudo paullo ultra 4 lin. *Caput* ore testaceo, mandibularum basi et apice nigris. *Antennae* porrectae, filiformes; corpore breviores; articulis 1 - 4 nigris, sequentibus fuscis subtus fulvis. *Scutellum* puncto apicali rufofulvo. *Alae* hyalinae, stigmate et squamula radicali testaceis; cellula cubitali intermedia subirregulari subpetiolata. *Pedes* anteriores flavi, coxis nec non femorum latere superiore nigris; postici nigri, tibiis medio albidis, apice supra nigris subtus ferrugineis, basi nigris, tarsis fuscis, femoribus apice flavescente. *Abdomen* subpetiolatum, oblongopyriforme, capite thoraceque longius, apicem versus thoracis latitudine; segmento 1 laevi nigro; 2 nigro, margine castaneo; 3 castaneo, margine albido, basi nigra; 4 castaneo, margine albido, basi et ante marginem nigro; sequentibus castaneis, basi nigra, margine dorsali albido laterali flavo.

SECTIO 4. Scutello nigro: abdomine vel rufo, vel rufo-nigroque, vel flavo-nigroque.

127. I. ELEGANTULUS. Femoribus crassis, fronte mutica; abdominis medio flavo; tibiis nec non latere infero femorum anticorum flavis. Mas.

Speciem genuinam Dom. Bonelli haud misit, sed varietatem scutelli apice flavo, quae vero etiam, cum specie genuina, in Germania occurrit: *Longitudo* 5 - 6 lin. *Antennae* porrectae, corpore paullo breviores; subtus articulo 1 flavo, sequentibus rufis aut ferrugineis. *Thorax* linea transversa infra scutellum flava. *Scutellum* apice flavo. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco aut luteo, squamula radicali flava. *Pedes* breviusculi, validi; coxis et trochanteribus nigris; anterioribus subtus flavis; femoribus anticis nigris, subtus et apice flavis, mediis rarius sicut antica, plerumque tantum apice flavo, posticis nigris, rarius basi flava; tibiis flavis, posticis summo apice nigro; tarsis anterioribus flavis, posticis flavis articulorum apice fusco. *Abdomen* capite thoraceque longius, thorace paullulum angustius, segmentis 1 - 4 sensim paullo dilatatis; segmento 1 canaliculato nigro, apice flavo; 2 et 3 flavis, rarius punctis duobus nigris; 4 nigro, basi flavo-maculata; 5 - 7 nigris.

I. elegantulus Schrank, Oliv. Villers.

128. I. ELONGATOR. Fronte cornuta; abdominis medio flavo; tibiis nec non latere infero femorum anticorum flavis, tibiis posticis apice nigro; antennis subtus fulvis. Mas.

Longitudo 4 lin. *Caput* cornu frontali erecto brevi subacutiusculo; ore flavescente, mandibularum apice nigro. *Antennae* corpore breviores; articulo 1 nigro, sequentibus rufis supra fuscis. *Alae* subhyalinae, stigmate ferrugineo,

squamula radicali fusca; cellula cubitali intermedia subirregulari subsessili. *Pedes* subvalidiusculi; coxis et trochanteribus nigris; femoribus anticis flavis, supra basin versus nigris, mediis nigris apice flavo, posticis totis nigris; tibiis flavis, posticarum basi summa apiceque nigris; tarsis rufis, ungulis fuscis. *Abdomen* elongato-subclavatum, subpetiolatum, capite thoraceque longius paulloque angustius; segmento 1 canaliculato, apicem versus sensim dilatato, longitudine latitudinem duplo superante, nigro, margine fulvo, tuberculis lateralibus inter basin et medium sitis; 2-4 flavis.

Dom. Bonelli mares duos misit. In Germania mares et feminae frequentes sunt. *Femina* autem a mare (praeter partes genitales, omnino fere absconditas) non nisi abdominis apice paullo crassiore differt.

I. elongator Fabr. Piez. p. 67 n. 72. Num vero *I. elongator* Fabr. Ent. Syst. II p. 165 n. 130, et auctorum qui descriptionem ejus verbotenus e Fabricii scriptis, ante Entomologiam syst. editis, mutuati sunt, huc pertineat, nescio; tacent enim de cornu frontali. Nec cum hac specie congruit *I. elongator* Panz. ad Schaefferi Icon. tab. 168 fig. 8.

129. I. SCOTOPTERUS (n. sp.). Alis fusco-hyalinis; abdomine pedibusque fulvis, segmento primo coxisque nigris. Mas.

Speciem genuinam Dom. Bonelli haud misit, sed varietatem alis magis hyalinis et abdomine toto fulvo.

Mas. Longitudo fere 3 lin. *Corpus* griseo-sericans. *Caput* ore fulvo. *Antennae* porrectae, filiformes, corpore paullo breviores; ferrugineae, subtus fulvae. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali fulva. *Pedes* fulvi, coxarum basi nigra. *Abdomen* subpetiolatum, lineari-lanceolatum, capite thoraceque longius et angustius, fulvum, segmenti primi basi fusca.

Femina: *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 3 lin. *Corpus* paullo crassius quam in mare. *Caput* ore fulvo. *Antennae* porrectae, filiformes, corpore dimidio paullo longiores. *Alae* sicut in mare, interdum hyalinae. *Pedes* paullo graciliores quam in mare, fulvi, coxis nigris, interdum tarsis posticis fuscescentibus. *Abdomen* subsessile, oblongum, capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine, vel totum fulvum, vel rufum segmenti primi basi fusca.

130. I. QUADRISCULPTUS (n. sp.). Segmentis 1 - 4 linea transversa insculptis, rufo-pictis; pedibus rufis, posticorum coxis tarsis et tibiarum apice fuscis. Mas.

Longitudo paullo ultra 2 lin. *Caput* parvum. *Antennae* filiformes, corpore dimidio vix paullulum longiores. *Thorax* lineola lutea obsoleta infra alas. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali albida; cellula cubitali

intermedia nulla; nervo externam et internam sejungente per brevi. *Pedes* luteo-rufi; medii coxis subtus fuscescentibus; postici coxis et tarsis fuscis, tibiis albido-luteis, apice et annulo ante basin fuscis. *Abdomen* oblongum; capite thoraceque paullo longius; thoracis latitudine, segmento 1 latitudine longitudinis, basin versus sensim angustato, canaliculato, praetereaque linea transversali insculpto, nigro, margine rufo; 2 - 4 linea transversa insculptis, rufis, 2 basi et margine, 3 et 4 margine solo nigro-fuscis; sequentibus nigris.

131. I. PROCURATOR (n. sp.). Segmentis 2 et 3 rufis; pedibus rufis, coxis nigris. Mas.

Longitudo 3 lin. *Caput* palpis et mandibularum medio ferrugineis. *Antennae* subfiliformes, curvatae, corpore breviores. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, cellula cubitali intermedia irregulari subpetiolata. *Pedes* rufi, coxis et trochanteribus nigris, tarsis posticis nigricantibus. *Abdomen* subsessile, oblongo-ovatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine; segmento 1 apicem versus paullulum dilatato, opaco, scabriusculo; sequentibus nitidioribus; 2 et 3 rufis; 4 nigro, basi rufa; sequentibus nigris.

Hujus *feminam* Dom. Bonelli haud misit; capta est autem circa Vratislaviam. *Antennae* paullo breviores quam in mare. Pedes rufi, coxis nigris, tarsis posticis nigricantibus. *Abdomen* apice crassius est quam in mare. Caeteris cum mare congruit.

132. I. ZONARIUS (n. sp.). Segmentis 2 et 3 rufis; pedibus rufis, coxis trochanteribus et femorum basi nigris; tibiis basi albis. Fem. *itudo* 3 lin. *Antennae* corpore breviores, apice curtae. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate nigro, cellula cubitali intermedia irregulari subpetiolata. *Pedes* rufi; coxis et trochanteribus nigris; femoribus anterioribus nigris apice rufo, posticis crassiusculis rufis, linea longitudinali nigra. *Abdomen* oblongum, capite oraceque paullo longius at vix paullo angustius, sericans; nigrum; segmentis 2 et 3 rufis; 4 dorso castaneo.

Dom. Bonelli solam feminam misit. Sexus uterque vero etiam apud nos occurrit. *is statura* est paullo graciliore quam femina. *Abdomen* inte m subcylindricum; nigrum, segmentis 2 et 3 rufis, 3 in um nigro. *Pedes* sicut in femina, femoribus posticis autem rufis, subtus vel basi nigris.

133. I. VERNALIS (n. sp.). Abdominis medio rufo; femoribus anterioribus tibiisque rufis. Mas et femina.

Mas: *Longitudo* paullo ultra vel paullo infra 3 lin. *Antennae* graciles, corporis longitudine, apice incurvae, subtus ferrugineae, articulo 1 toto nigro. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate testaceo, squamula radicali flava; cellula cubitali intermedia irregulari subpetiolata. *Pedes* subgraciles; anteriores rufi, coxis et trochanteribus nigris, his interdum apice rufo, femoribus supra nigricantibus; postici nigri, tibiis tarsisque rufis. *Abdomen* fusiforme, thorace angustius,

capite thoraceque vix paullo longius, subsericans; segmento 1 levi, apicem versus sensim dilatato, nigro, apice rufescente; 2 rufo, interdum medio nigro; 3 et 4 rufis; sequentibus nigris.

Femina his discedit a mare: *Antennae* rufo-fulvae. *Femora* antica tota rufa.

134. I. BRACCATUS. Abdomine rufo, basi nigra; pedibus anterioribus testaceis, basi nigra; ore et antennis subtus flavis.

Statura nec non *partium forma* et *proportio* sicut in specie 126, corpore attamen graciliore. *Longitudo* fere 3 lin. *Caput* ore flavo. *Antennae* fuscae, subtus pallide flavae. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali flava, cellula cubitali intermedia irregulari subsessili. *Pedes* antici pallide testacei, coxis nigris; medii pallide testacei, coxis nigris, trochanterum basi nec non femorum latere altero fuscis; postici nigri, trochanterum apice nec non tibiarum summa basi pallide testaceis. *Abdomen* capite thoraceque paullo longius et angustius, segmentis 2 - 5 latitudine aequali; 1 nigro, sublineari, petiolo brevi crassiusculo, paullo angustiore quam area, quae laeviuscula et latitudine duplo longior est; 2 nigro, apice rufo; sequentibus rufis, dorso obscurioribus.

135. I. RUTILATOR. Abdomine rufo, basi nigra; pedibus anterioribus fulvis, basi nigra; tibiis posticis basi

rufis; punctis duobus faciei flavis; antennis subtus rufis. Mas et femina.

Mas: *Longitudo* paullo infra vel paullo ultra 4 lin. *Caput* punctis aut maculis duobus faciei flavis, plerumque contiguis. *Antennae* corporis dimidii longitudine, apice curvatae, fuscae; subtus articulo 1 flavo aut rufo, sequentibus rufis aut ferrugineis. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate fusco; cellula cubitali intermedia irregulari, petiolata aut subpetiolata. *Pedes* coxis nigris, subtus vel omnibus vel anterioribus solis flavis; trochanteribus vel totis flavis vel basi nigris; femoribus anterioribus vel totis rufis, vel supra nigris, posticis nigris; tibiis rufis, posticis apicem versus nigris; tarsis rufis, *Abdomen* capite thoraceque longius et paullo angustius, subcylindricum aut suboblongum; segmento 1 nigro, canaliculato, apicem versus sensim dilatato, longitudine latitudinem duplo superante; sequentibus rufis.

Femina: *Caput* punctis duobus faciei flavis minoribus quam in mare, interdum rufescentibus. *Pedes* coxis nigris, subtus rufescentibus; trochanteribus nigris, subtus plerumque rufis; tibiis tarsisque sicut in mare, tibiis posticis attamen interdum totis rufis. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, interdum paullo longius paulloque angustius, clavato-fusiforme. Caetera cum mare congruunt.

Varietas 1. Facie et antennarum articulo primo totis nigris. Mas: *Longitudo* 3 - 4 lin. *Antennae* articulo 1 toto nigro, sequentibus subtus rufescentibus. *Alae* sicut in specie

genuina. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris, horum anticis interdum subtus rufis; femoribus nigris, anterioribus subtus et apice rufis, posticis rarissime subtus lutescentibus; tibiis rufis, posticis apice fusco rarius totis fuscis; tarsis rufis. *Abdomen* rufum, segmento 1 nigro, 2 rarius macula nigra.

Varietas 2. Facie nec non abdominis basi et apice nigris. Femina. *Longitudo* 3 lin. *Caput* palpis et mandibularum medio testaceis. *Antennae* fuscae, subtus rufo-ferrugineae. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco; cellula cubitali intermedia subpetiolata. *Pedes* coxis et trochanteribus nigris, horum anterioribus subtus rufis; femoribus anterioribus fulvis, posticis nigris; tibiis pallide luteis, fere albido-luteis, posticis apice summo fusco; tarsis fulvis. *Abdomen* segmento 1 nigro, margine rufescente, 2 - 4 rufis, 5 - 7 nigris.

I. rutilator auctorum.

FAMILIA VI.

Abdomen subsessile, oblongo subcylindricum: *segmentum* 1 vel subquadratum, vel basin versus sensim angustatum: *alae* cellula cubitali intermedia vel nulla vel parva, triangulari. *Caput* facie protuberante: *antennae* mediocres: *pedes* breves, crassi. (*Terebra* abscondita).

SECTIO 2. Cellula cubitali intermedia nulla.

136. I. FEMORALIS. Pedibus crassissimis, rufis; antennis subtus ferrugineis. Femina. Speciem genuinam Dom. Boncelli haud mis, sed varietatem antennis nigris totis, coxis nigro-

culatis. *Longitudo* 2 ½ lin. *Caput* vitta arcuata infrà antennas nec non puncto orbitarum verticis pallide-luteis. *Antennae* vix corporis dimidii longitudine. *Alae* fumatonae, stigmate fusco, squamulâ radicali alba. *Pedes* issimi, dilute rufi; coxis anticis nigris, posterioribus castaneo-rufis basi nigra; trochanterum basi nigra. *Abdomen* capitis thoracisque longitudine et latitudine, apice crassiusculum; segmentis 2 - 4 latitudine fere aequali, 6 valvula parva ventrali prostante.

I. femoralis Vill. Fourcr.

137. I. GRAVIPES (n. sp.). edibus rufis, coxis nigris. Femina.

Longitudo 3 lin. *Antennae* subfiliformes, curvatae, dimidii corporis longitudine. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate fusco, squamula radicali nigra puncto testaceo. *Pedes* crassi, rufofulvi, coxis et trochanterum basi nigris. *Abdomen* subcylindricum, capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine; segmento primo lineis duabus elevatis abbreviatis, sexto valvula ventrali prostante.

Mas., qui in Germania cum femina occurrit, differt ab hac, *antennis* porrectis, paullo longioribus, *abdomine* graciliore, apice simplici et minus crasso.

138. I. ERYTHRONOTUS (n. sp.). Pedibus fulvis; thoracis dorso et lateribus rufis; scutello albido (vitta faciali albida) Femina.

Longitudo 2 lin. *Caput* palpis et linea transversa infra antennas albidis. *Antennae* porrectae, dimidio corpore paullulum breviores, filiformes. *Thorax* lateribus et dorso prothoracis rufo castaneis; linea ante alas, puncto infra alas, lineolaque transversa infra scutellum albescentibus. *Scutellum* albescens. *Alae* hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali testacea. *Pedes* crassiusculi, luteo-fulvi; coxis et trochanteribus anticis, tibiarumque basi pallide flavis. *Abdomen* subcylindricum, capite thoraceque paullo longius, thoracis latitudine, segmento 6 valvula ventrali prostante; 2 - 6 interdum summo margine castaneo.

D. Bonelli feminas quasdam misit. *Mas* unicus quem vidi, prope Xitzingen in Germania captus, a femina his differt: *Statura* paullo gracilior quam femina. *Caput* ore et facie flavo-albidis. *Abdomen* apice simplici minus crasso.

FAMILIA IX.

Abdomen petiolatum, oblongo-ovatum: *segmentum* 1 reliquis multo angustius, basin versus sensim angustatum: petiolo longitudine partis anterioris. *Alae* cellula cubitali intermedia nulla, prima nervos duos recurrentes excipiente. *Antennae* breves: *pedes* longi, graciles.

139. I. ARGIOLUS. Segmentorum marginibus, nec non capitis thoracisque picturis flavis; pedibus rufis, tibiis posticis et coxis nigro-maculatis. Mas et fem.

Mas Longitudo 3 - 4 lin. *Caput* ore, clypeo, orbitis oculorum et macula faciali flavis. *Antennae* porrectae, corpore

breviores, nigrae, interdum articulo primo subtus flavo. *Thorax* punctis duobus ante collum, maculis duabus pectoralibus, punctis duobus minutis ante scutellum, punctoque supra coxam singulam, albidis. *Alae* subfumato-hyalinae, stigmate rufo aut fusco, squamula radicali fusca aut albida. *Pedes* anteriores fulvi, coxis nigris subtus flavis, trochanteribus flavis, supra interdum macula fusca, tibiis latere altero plerumque flavicante; postici coxis nigris, subtus macula flava, trochanteribus nigris apice fulvo, femoribus fulvis, tibiis nigris, basin versus plerumque rufescentibus, tarsorum articulo 1 albo basi fusca, 2 et 3 albis, hoc apice fusco, 4 et 5 fuscis. *Abdomen* segmentis 1 - 5, plerumque etiam 6, margine flavo, medio interrupto.

Femina: *Longitudo* paullo ultra 4 lin. *Caput* palpis testaceis, orbitis oculorum flavis. *Antennae* filiformes, porrectae, corpore dimidio longiores; articulo 1 toto nigro, sequentibus subtus ferrugineis. *Thorax* linea ante alas, puncto supra singulam coxam, punctis duobus ante scutellum, lineaque transversa infra scutellum flavis. *Scutellum* apice flavo. *Alae* fumato-hyalinae, stigmate piceo, squamula radicali albida. *Pedes* rufi, coxis nigris, posticis supra macula flava; trochanteribus nigris, anterioribus subtus et apice flavis; tibiis posticis apice nigricante. *Abdomen* segmentis 1 - 5 marginibus flavis, 6 et 7 marginibus summis subflavescentibus.

Varietas: antennis fulvis, tibiis omnibus totis fulvis.

Femina: *Longitudo* 4 - 5 lin. *Caput* ore, facie et orbitis oculorum flavis, punctis duobus ante clypeum et mandibularum apice nigris. *Antennae* fulvae, articulo primo fusco subtus flavo. *Thorax* colli margine, maculis punctisque pluribus lateralibus, interdum confluentibus, linea ante alas, lineolis duabus longitudinalibus parallelis vel maculis tribus in dorso prothoracis, punctis duobus ante scutellum, lineola transversa infra scutellum, maculaque ante petiolum abdominis, flavis. *Scutellum* apice flavo. *Alae* lutescenti-hyalinae, stigmate fulvo, squamula radicali flava. *Pedes* fulvi; coxis nigris flavo-maculatis; trochanteribus flavis, posticis basi nigra. *Abdomen* segmento 1 margine et macula dorsali flavis; 2 - 7 margine flavo.

I. argiolus. Rossi, Oliv.

FAMILIA X.

Corpus parvum: *abdomen* subpetiolatum aut subsessile, oblongum, depressiusculum, tenerum, pellucidum: *Segmentum* 1 basin versus sensim angustatum: *Alae* cellula cubitali intermedia nulla: cellula radiali permagna, nervo inferiore recto apicem alae versus excurrente, et subevanescente: *Antennae* et *pedes* graciles.

140. I. LEPTONEURUS (n. sp.). Segmenti secundi margine subpallido; pedibus anterioribus testaceis, coxis et femorum latere altero fuscis; ore testaceo. Femina.

Longitudo 1 lin. *Caput* ore et clypeo testaceis. *Antennae* filiformes, corpore breviores, curvatae, nigrae. *Alae* am-

plae, hyalinae, stigmate et squamula radicali piceis, nervis cellularum externarum tenerrimis. *Pedes* graciles; anteriores testacei; postici fusci; tibiis et trochanteribus luteotestaceis. *Abdomen* petiolatum, capitis thoracisque longitudine et latitudine, depressum, ovatum, apicem versus compressum, valvula ventrali hiante; segmento 1 lineari, longitudine latitudinem duplo excedente; segmento 2 margine lutescente.

Dom. Bonelli solam feminam misit. *Mas* et femina etiam in Germania habitant. Ille differt a femina non nisi *abdomine* graciliore, lineari fusiformi, apice simplici.

SOLUTION

DE DIFFÉRENS PROBLÈMES

RELATIFS

À LA LOI DE LA RÉSULTANTE DE L'ATTRACTION

EXERCÉE SUR UN POINT MATÉRIEL PAR LE CERCLE,

LES COUCHES CYLINDRIQUES, ET QUELQUES AUTRES CORPS QUI EN DÉPENDENT

PAR LA FORME DE LEURS ÉLÉMENS

PAR M.r LE PROF. PLANA.

Lu à la séance du 28 février 1819.

C'est un principe solidement établi, que la loi de l'attraction en raison inverse du carré de la distance n'appartient, en général, qu'aux molécules des corps. Si les couches sphériques et les sphères agissent avec la même loi sur les points matériels extérieurs, c'est en conséquence du même principe, et ce n'est point une loi primordiale. La même matière actuellement rangée en figure sphérique change aussitôt la direction et la quantité de la résultante de son attraction par un simple changement de figure. Il est donc nécessaire de combiner les propriétés géométriques avec la loi de la gravitation pour parvenir à une expression exacte de la force accélératrice avec laquelle

agit une masse, sous une figure donnée, sur un point matériel. C'est en considérant sous ce double point de vue l'action des corps célestes que l'on est parvenu à soumettre à la loi de Newton plusieurs phénomènes qui doivent principalement leur existance à l'imparfaite sphéricité des planètes. C'est sans doute la plus belle preuve que l'on puisse donner de l'unité du principe par lequel sont gouvernés les mouvemens divers de tous les corps qui composent le système solaire.

Si de ces grandes masses on descend à la considération des phénomènes électriques on y retrouve la même loi modifiée dans ses effets par les circonstances particulières qui accompagnent l'équilibre de l'électricité, et l'on ramène la pensée sur les premières recherches pour les faire suivir à des applications nouvelles.

Toutes ces questions, quoiqu'assez simples dans leur énoncé, exigent les plus puissans secours de l'analyse mathématique pour être convenablement traitées. Le physicien peu familiarisé avec les artifices analityques est étonné de voir, que le Géomètre veut l'entrainer dans des calculs aussi compliqués pour mesurer et suivre les détails d'un phénomène qui lui cache des difficultés profondes.

Les problèmes que j'ai entrepris d'analyser dans ce Mémoire sont plus simples dans l'énoncé que ceux précédemment cités, et cependant la recherche de leur expression analytique demande des calculs qui sont, comme on le verra, des plus difficiles parmi ceux qui dépendent de

l'intégration des fonctions à une seule variable. L'attraction de la plus simple des lignes courbes, c'est-à-dire, de la périphérie matérielle d'un cercle sur un point situé hors de son plan exige l'emploi des transcendantes elliptiques complétes de première et seconde espèce. J'ai développé ce problème dans le premier article avec plusieurs conséquences auxquelles il donne lieu en considérant le point attiré placé à l'extérieur et à l'intérieur du plan du cercle.

La même analyse a fourni l'expression finie de l'attraction exercée par une masse sphérique sur une ligne circulaire qui l'environne. Le signe toujours négatif de la quantité ainsi trouvée suffit pour démontrer, que la circonférence attirée est sollicitée au mouvement de telle manière qu'elle doit se porter en contact avec la sphère. Cette remarque, que M. Laplace a déja faite, en réduisant l'intégrale en série, suffit pour détruire l'hypothèse d'une parfaite régularité dans la constitution de l'anneau de Saturne.

J'ai ensuite considéré dans le second article l'attraction de la surface matérielle du cercle, et j'ai d'abord trouvé que l'on pouvait la ramener à des transcendantes elliptiques complétes de première et troisième espèce: ces dernières je les ai éliminées à l'aide des formules de réduction données par M. Legendre. On verra dans le Mémoire plusieurs conséquences qui découlent facilement de ces formules: une des plus importantes est celle que j'ai tirée par une nouvelle intégration faite sur l'expression qui donne

l'attraction du cercle. Je parviens à déterminer ainsi l'attraction d'un anneau de très-petite épaisseur, ce qui m'a fourni le moyen de calculer numériquement la pésanteur sur l'équateur de l'anneau de Saturne, considéré comme formant une masse continue d'une densité égale à celle de la planète.

L'attraction d'une couche cylindrique circulaire de même épaisseur sur un point placé dans le plan de sa base se présentait naturellement après ces recherches, et je m'en suis occupé dans le troisième article en entrant dans toutes les circonstances les plus importantes de cette question.

J'ai considéré le point attiré soit à l'extérieur, soit à l'intérieur de la surface. Dans ce dernier cas, lorsque le cylindre est également prolongé des deux côtés opposés du point attiré, la résultante des forces repousse toujours le point vers la surface du cylindre : cette force répulsive s'affaiblit à mesure que l'on augmente la longueur du cylindre et devient nulle dans l'hypothèse d'une longueur infinie. Ce dernier cas, qui est le plus simple, analytiquement parlant, avait déjà été considéré, il y a long-tems, par M. Laplace, qui l'a tiré comme l'on sait de sa théorie générale de l'attraction de sphéroïdes.

Les forces cherchées sont d'abord exprimées sous forme finie par des transcendantes elliptiques : mais j'ai ensuite formé des séries régulières qui ont l'avantage d'être convergentes, et de pouvoir s'adapter à des recherches analytiques ultérieures.

Les formules trouvées pour la couche cylindrique fournissent le moyen de déterminer l'attraction d'un anneau formé par la révolution d'une courbe fermée autour d'un axe vertical.

On conçoit en effet, que l'on peut imaginer un tel solide partagé en une infinité de couches cylindriques de hauteur variable, et que la solution du problème demande une nouvelle intégration de la fonction trouvée pour l'attraction de la couche cylindrique.

Cette idée générale a été particulièrement développée et réduite à son dernier terme pour le cas où la courbe génératrice est une ellipse, ce qui donne des résultats applicables à l'anneau de Saturne dans l'hypothèse adoptée par M. Laplace. Cet illustre Géomètre a déjà donné le premier terme de cette attraction; mais nous avons pu porter l'approximation plus loin à l'aide des formules précédemment trouvées.

Enfin dans un quatrième et dernier article je m'occupe de l'attraction d'un cylindre à base elliptique de longueur infinie sur un point extérieur à sa surface. Cette recherche a du rapport avec les précédentes: M. Laplace a traité ce problème dans le second volume de sa Mécanique Céleste; nous pensons cependant qu'on ne trouvera pas sans intêret la solution différente que nous en donnons dans ce Mémoire.

Par ce qui vient d'être exposé on voit que l'on a fait ici un fréquent emploi des transcendantes elliptiques. L'étude de leurs propriétés générales et particulières mérite la plus

grande attention, parce que par leur moyen seulement on peut parvenir à des réductions et à des transformations qui permettent d'opérer de nouveaux calculs sur les fonctions qui sont d'abord exprimées par ces transcendantes.

En réfléchissant sur les nombreuses applications que l'illustre Géomètre M. Legendre en a faites, on a souvent occasion d'admirer la pénétration de son esprit qui lui fait trouver des ressources là où serait infailliblement arrêté tout homme qui ne saurait pas rappeller à sa mémoire la combinaison des propriétés de ces transcendantes qui convient au cas particulier qu'il traite.

§. 1.

De l'attraction qu'exerce la périphérie matérielle d'un cercle sur un point situé hors de son plan.

1. Pour fixer les idées supposons le cercle horizontal, et son centre projeté perpendiculairement en c sur le même plan horizontal qui contient le point attiré, a.

Nommons k le rayon du cercle; z la perpendiculaire qui unit son centre avec le point c; p la ligne ca, et faisons l'angle quelconque $bca = \varpi$, b étant un point pris sur la projection de la périphérie attirante.

Cela posé; si l'on nomme D la ligne droite qui se projete suivant ab il est évident, que $\frac{kd\varpi}{D^2}$ sera l'attraction de l'élément $kd\varpi$ sur le point a: donc en abaissant du point b la perpendiculaire bm sur ac, on aura $\frac{kd\varpi}{D^2} \cdot \frac{am}{D}$, pour la

composante de cette force dirigée suivant la ligne *ac*. Mais nous avons

$$am = p - k\cos\varpi$$

$$\overline{ab}^2 = p^2 + k^2 - 2pk\,.\cos\varpi,$$

$$D^2 = z^2 + \overline{ab}^2;$$

par conséquent il viendra ;

$$\frac{kd\varpi}{D^2}\cdot\frac{am}{D} = \frac{(p - k\cos\varpi)\,kd\varpi}{(z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ainsi, en nommant A la force totale qui attire le point donné a suivant la direction de la ligne ca, on aura;

$$A = 2\,.\int\frac{(p - k\cos\varpi)\,kd\varpi}{(z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi)^{\frac{3}{2}}}$$

l'intégrale étant prise depuis $\varpi = 0°$ jusqu'à $\varpi = 180° = \pi$

En désignant par B la force qui sollicite le même point dans la direction normale au plan du cercle, on voit d'abord, que en intégrant entre les mêmes limites, l'on a:

$$B = 2\,.\int\frac{kd\varpi}{(z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Or, en considérant l'intégrale

$$V = 2\,.\int\frac{kd\varpi}{\sqrt{z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi}}$$

prise aussi depuis $\varpi = 0$ jusqu'à $\varpi = \pi$, il est clair, que, en supposant celle-ci connue, on en conclut les expressions de A, B en la différentiant partiellement d'abord par rap-

port à la constante p, et ensuite par rapport à la constante z; de sorte que l'on a;

$$A=-\left(\frac{dV}{dp}\right),\ B=-\left(\frac{dV}{dz}\right).$$

2. En posant $\varpi=\pi-2\varphi$, et intégrant depuis $\varphi=0$ jusqu'à $\varphi=\frac{\pi}{2}$ l'on a;

$$V=4k.\int\frac{d\varphi}{\sqrt{z^2+(p+k)^2-4pk.\sin^2\varphi}};$$

et en faisant pour plus de simplicité;

$$c^2=\frac{4pk}{z^2+(p+k)^2}$$
$$\Delta=\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi},$$

il viendra,

$$V=\frac{4k}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}}\int\frac{d\varphi}{\Delta};$$

Désignant à l'ordinaire par $F'(c)$ ou simplement par F' la transcendante elliptique complète $\int\frac{d\varphi}{\Delta}$, on aura;

$$V=\frac{4kF'}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}}.$$

3. Cette expression étant différentiée successivement par rapport à p et z donne;

$$-\left(\frac{dV}{dp}\right)=\frac{c^3.(p+k).F'}{2p\sqrt{pk}}-\frac{2c\sqrt{k}}{\sqrt{p}}\left(\frac{dF'}{dc}\right).\left(\frac{dc}{dp}\right),$$
$$-\left(\frac{dV}{dz}\right)=\frac{c^3zF'}{2p\sqrt{pk}}-\frac{2c\sqrt{k}}{\sqrt{p}}.\left(\frac{dF'}{dc}\right).\left(\frac{dc}{dz}\right);$$

mais en différentiant partiellement l'équation

$$c^2=\frac{4pk}{z^2+(p+k)^2}$$

on obtient

$$\left(\frac{dc}{dp}\right)=\frac{2ck-c^3.(p+k)}{4pk},$$

$$\left(\frac{dc}{dz}\right)=\frac{-c^3z}{4pk};$$

donc l'on aura ;

$$-\left(\frac{dV}{dp}\right)=\frac{c}{2p\sqrt{pk}}.\left\{-2ck\left(\frac{dF^1}{dc}\right)+c^2.(p+k)\left(\frac{d.cF^1}{dc}\right)\right\}$$

$$-\left(\frac{dV}{dz}\right)=\frac{c^3z}{2p\sqrt{pk}}.\left\{F^1+c\left(\frac{dF^1}{dc}\right)\right\},$$

ou bien ;

$$(1)\ldots\ldots A=\frac{c\sqrt{k}}{p\sqrt{p}}.\left\{F^1+\frac{c^2(p+k)-2k}{2k}.\frac{d.cF^1}{dc}\right\},$$

$$(2)\ldots\ldots B=\frac{c^3z}{2p\sqrt{pk}}\frac{d.cF^1}{dc}.$$

Maintenant, si l'on remarque que F^1 est liée avec la transcendante elliptique complète E^1 de seconde espèce par l'équation ;

$$E^1=(1-c^2).\frac{d.cF^1}{dc},$$

(*voyez Exercices de Calc. Int. par M. Legendre t.* 1.^{er} *p.* 62) on aura, en éliminant le coëfficient différentiel de la fonction F^1, et faisant

$$b^2=1-c^2=\frac{z^2+(p-k)^2}{z^2+(p-k)^2};$$

$$(1)'\ldots\ldots A=\frac{c\sqrt{k}}{p\sqrt{p}}\left\{F^1+\frac{c^2(p+k)-2k}{2kb^2}.E^1\right\},$$

$$(2)'\ldots\ldots B=\frac{2c^3E^1.}{2b^2.p\sqrt{pk}}.$$

En substituant pour c et b leurs valeurs, on trouve,

$$(1)''\ldots\ldots A=\frac{2k}{p\sqrt{z^2+(p+k)^2}}\cdot\left\{F'+\frac{p^2-k^2-z^2}{z^2+(p-k)^2}\cdot E'\right\},$$

$$(2)''\ldots\ldots B=\frac{4kz}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}}\cdot\frac{E'}{z^2+(p-k)^2}.$$

Les valeurs de A, B étant ainsi exprimées par les deux transcendantes F', E' on pourra maintenant appliquer ici les différens moyens connus pour évaluer ces transcendantes ou numériquement, ou analytiquement, par des fonctions des constantes b, c propres à en donner une valeur approchée.

4. Les formules précédentes offrent plusieurs conséquences que nous allons développer successivement.

D'abord, lorsque la distance p du point attiré au centre du cercle est très-grande par rapport à k et z, la quantité c devient très-petite, et il suffit de prendre $F'=E'=\frac{\pi}{2}$: en même tems l'on a;

$$\frac{z^2+k^2-p^2}{z^2+(p+k)^2}=-1\,;\quad \sqrt{z^2+(p+k)^2}=p\,;$$

et par conséquent,

$$A=\frac{2\pi k}{p^2}\,;\qquad B=\frac{2\pi k}{p^2}\cdot\frac{z}{p}.$$

Le point est donc attiré, à-peu-près, comme si toute la masse de la périphérie du cercle était concentrée dans son centre, ainsi qu'il était facile de le prévoir.

Mais, si le point attiré se trouve voisin de la projection de la périphérie attirante, et qu'en outre la hauteur z de

son centre soit du même ordre de petitesse que la différence $p-k$; alors c'est la quantité $1-c^2=b^2$ qui devient très-petite, et l'on doit évaluer autrement les transcendantes F', E': en prenant seulement le premier terme des séries qui conviennent à ce cas on aura $E'=1$; $F'=\log.$ hyp. $\frac{4}{b}$, et par conséquent

$$A=\frac{2k}{p\sqrt{z^2+(p+k)^2}}\left\{\log.\text{ hyp. }\frac{4}{b}+\frac{p^2-k^2-z^2}{z^2+(p-k)^2}\right\},$$

$$B=\frac{4zk}{\{z^2+(p-k)^2\}\sqrt{z^2+(p+k)^2}}.$$

Lorsque le point attiré se trouve dans le plan même du cercle on a $z=0$; d'où il résulte $B=0$;

$$A=\frac{2k}{p(p-k)}+\frac{2k}{p(p+k)}\log.\text{ hyp. }\frac{4(p+k)}{p-k}.$$

Cette valeur de A croit à-peu-près en raison inverse de la distance du point attiré à la périphérie, et devient par conséquent infinie au contact, où l'on a $p=k$. C'est aussi ce qui résulte immédiatement de la première expression de A, puisqu'en y faisant $z=0$, $k=p$ on en conclut,

$$A=\frac{2}{k}\int\frac{d\varpi}{\sqrt{1-\cos\varpi}}=\frac{2\sqrt{2}}{k}.\log.\text{ tang. }\tfrac{1}{2}\varpi+\text{const.},$$

quantité infinie entre les limites $\varpi=0$, $\varpi=\pi$.

On voit que cela tient à l'excessive petitesse que prend le dénominateur, $\sqrt{1-\cos\varpi}$, pour les points de la circonférence très-voisins de la première limite.

5. En tirant la tangente au cercle au point où il est coupé par la ligne désignée par p, et prenant de part

et d'autre de ce point une portion quelconque x de cette tangente, il est facile de voir que l'intégrale

$$2\int\frac{(p-k)\,dx}{[x^2+(p-k)^2]^{\frac{3}{2}}}=\frac{2x}{(p-k)\sqrt{x^2+(p-k)^2}}$$

donne l'expression de la force, dirigée vers le centre du cercle, avec laquelle le point est attiré par la tangente. Donc, en nommant A' ce que devient cette attraction lorsque $x=nk$, on aura;

$$A'=\frac{2}{(p-k)\sqrt{1+\left(\frac{p-k}{nk}\right)^2}}:$$

En faisant $p+k=2k$, $\frac{p}{k}=1$ dans la valeur de A trouvée dans le N.° précédent, il en résulte

$$A=\frac{2}{p-k}+\text{log. hyp.}\,\frac{8k}{p-k}.$$

A l'aide de ces deux formules on pourra évaluer la différence d'attraction qu'exerce la circonférence d'un cercle et une tangente qui lui est égale en longueur sur un point qui en est très-voisin. Au reste il est évident que l'on a toujours $A>A'$, et que $p-k$ demeurant constant, l'excès de A sur A' augmente avec le rayon du cercle.

6. Les formules (1)″, (2)″ s'appliquent au cas où le point attiré serait placé dans l'intérieur du cercle.

Considérons en particulier le cas le plus simple, c'est-à-dire celui de $z=0$: alors la formule (1)″ donne

$$A=\frac{2k}{p(p+k)}\cdot\left\{F'-\frac{(p+k)}{k-p}\cdot E'\right\};$$

$$A = \frac{2k}{p(p+k)} \left\{ F' - \frac{E'}{\sqrt{1-c^2}} \right\}.$$

Il est à remarquer que l'on a toujours

$$\frac{E'}{\sqrt{1-c^2}} > F',$$

et que par conséquent cette valeur de A est toujours négative: en effet, si l'on substitue à E', F' leurs expressions affectées du signe intégral, cette inégalité devient

$$\int \frac{d\varphi \sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}}{\sqrt{1-c^2}} > \int d\varphi : \sqrt{1-c^2\sin^2\varphi},$$

ou bien

$$\int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}} \cdot \frac{1-c^2\sin^2\varphi}{1-c^2} > \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}}.$$

Or, le facteur

$$\frac{1-c^2\sin^2\varphi}{1-c^2},$$

demeure évidemment plus grand que l'unité pour tous les élémens de ces deux intégrales; ainsi la première doit surpasser la seconde. On tire de-là la conséquence qu'un point placé dans l'intérieur d'un cercle est attiré par sa circonférence vers la partie qui en est le plus proche, de sorte que le point en question s'éloigne du centre du cercle. Et comme on ne peut avoir $A = 0$ qu'en faisant $c = 0$, et par conséquent $p = 0$, on doit en conclure que le point ne peut demeurer en équilibre qu'étant placé dans le centre même du cercle.

Lorsque le point est situé très-près de la circonférence

on peut appliquer ici la formule trouvée dans le N.° 5; mais à cause de $p<k$ on doit prendre

$$\log.\frac{4}{b}=\log.\frac{4(p+k)}{k-p},$$

ui donne

$$A=\frac{-2}{k-p}+\log.\text{hyp.}\frac{8k}{k-p}.$$

Si le point était placé très-près du centre, en négligeant les termes multipliés par c^4, on aurait

$$F'=\frac{\pi}{2}\left(1+\frac{1}{4}c^2\right);\quad E'=\frac{\pi}{2}\left(1-\frac{1}{4}c^2\right),$$

et par conséquent

$$A=-\frac{2\pi k}{k^2-p^2}\cdot\left\{1-\frac{k^2}{(p+k)^2}\right\}.$$

7. Cette même analyse donne l'attraction qu'une masse sphérique M peut exercer sur la circonférence d'un cercle d'un rayon k lorsque son centre est placé à une distance p de celui du cercle. En effet; il est facile de démontrer par une décomposition semblable à celle du N.° 1, que cette attraction se trouve en prenant l'intégrale

$$2M\int\frac{(k\cos\varpi-p)\,d\varpi}{(p^2+k^2-2pk\cos\varpi)^{\frac{3}{2}}},$$

depuis $\varpi=0$ jusqu'à $\varpi=\pi$. Ainsi, en nommant A_1 cette intégrale l'ou aura

$$A_1=-\frac{M.A}{k},$$

en prenant pour A l'expression posée dans le N.° précédent.

Il suit de-là que,

$$A_1 = \frac{-2M}{p(p+k)} \cdot \left\{ F^1 - \frac{E^1}{\sqrt{1-c^2}} \right\},$$

valeur toujours positive, conformément à ce que nous avons démontré N.° 6. La circonférence sera donc sollicitée au mouvement de telle manière que son centre s'éloignera de celui de la masse attirante, de sorte que elle finira par se mettre en contact avec la masse M.

Cette conséquence que la forme même de l'expression de A_1 met en évidence, suffit pour établir l'impossibilité de l'équilibre d'un système de circonférences concentriques et homogènes lorsqu'on les suppose sous l'action de la pésanteur d'une planète qui en est excentrique. Et c'est en vertu de cette considération que M. Laplace a rejeté l'hypothèse d'une parfaite régularité dans les parties de l'anneau de Saturne. On conçoit, par exemple, qu'un anneau de largeur inégale, terminé intérieurement et extérieurement par un cercle pourrait être également attiré des deux cotés opposés, si les centres des circonférences qui le composent se trouvaient convenablement disposés de chaque coté de la planète attirante.

8. En supposant $p = 0$ il s'ensuit $c = 0$, $E^1 = \frac{\pi}{2}$. La formule (2)'' donne ainsi pour la force B normale au plan du cercle,

$$B = \frac{2\pi k \cdot z}{(z^2+k^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Cette expression est remarquable par sa simplicité, et

en ce qu'elle nous fait voir, que la masse de la périphérie du cercle agit comme si elle était toute concentrée dans un quelconque de ses points.

Ce théorême fournit aisément l'expression analytique de l'attraction exercée par une surface de révolution sur un point placé sur son axe. En effet ; soit α la distance du point attiré à l'origine des rayons vecteurs de la courbe génératrice de la surface, et soit ψ l'angle formé avec l'axe par un rayon vecteur quelconque r ; il est clair que nous aurons en général

$$k = r\sin\psi\,; \quad z = r\cos\psi - \alpha\,.$$

On aura donc, d'après la valeur précédente de B,

$$\frac{2\pi\,.\,(r\cos\psi - \alpha)\,.\,r\sin\psi}{(r^2+\alpha^2-2\alpha r\cos\psi)^{\frac{3}{2}}}\,,$$

pour expression de l'attraction de la circonférence d'un quelconque des parallèles de la surface. Maintenant, si l'on multiplie cette fonction par l'élément $ds = \sqrt{dr^2 + r^2 d\psi^2}$ de la courbe génératrice, il est évident que l'on obtiendra l'attraction de la surface entière en prenant l'intégrale

$$M = 2\pi\int \frac{(r\cos\psi - \alpha)\,r\sin\psi\,.\,\sqrt{dr^2+r^2d\psi^2}}{(r^2+\alpha^2-2\alpha r\cos\psi)^{\frac{3}{2}}}$$

depuis $\psi = 0$ jusqu'à $\psi = \pi$.

Et dans les cas où la fonction $\sqrt{dr^2 + r^2 d\psi^2}$ sera indépendante de la constante α on pourra reduire la recherche de M à celle de l'intégrale

$$N = 2\pi\int \frac{r\sin\psi\,.\,\sqrt{dr^2+r^2d\psi^2}}{\sqrt{r^2+\alpha^2-2\alpha r\cos\psi}}\,,$$

prise entre les mêmes limites, puisque l'on a ;

$$M=\left(\frac{dN}{d\alpha}\right).$$

9. Dans le cas très-simple où la surface attirante est sphérique on a $dr=0$, et par conséquent

$$M=-2\pi r^2\int\frac{dx.(rx-\alpha)}{(\alpha^2+r^2-2\alpha rx)^{\frac{3}{2}}},$$

en posant $x=\cos\psi$. Cette intégrale prise depuis $x=-1$ jusqu'à $x=1$ donne ;

$$M=\frac{2\pi r^2.(\alpha+r)}{\alpha^2.\sqrt{(\alpha+r)^2}}-\frac{2\pi r^2(r-\alpha)}{\alpha^2.\sqrt{(\alpha-r)^2}}:$$

Les deux quantités $\sqrt{(\alpha+r)^2}$, $\sqrt{(\alpha-r)^2}$ devant toujours être nécessairement positives on aura ;

$$M=\frac{2\pi r^2}{\alpha^2}+\frac{2\pi r^2}{\alpha^2}=\frac{4\pi r^2}{\alpha^2},\text{ lorsque }\alpha>r$$

$$M=\frac{2\pi r^2}{\alpha^2}-\frac{2\pi r^2}{\alpha^2}=0,\quad\text{lorsque }\alpha<r,$$

ce qui s'accorde avec la théorie connue de l'attraction des couches de même épaisseur terminées par des surfaces sphériques.

Après la sphère, la surface conique à base circulaire est celle qui offre plus de facilité pour exécuter l'intégration, à cause que l'on a alors $d\psi=0$.

Mais nous ne nous arrêterons pas sur ce cas, et nous considérerons plutôt la formule qui convient aux surfaces du second dégré.

10. Relativement à ces surfaces l'on a ;

$$r = \frac{m}{1 + e\cos\downarrow},$$

$$\sqrt{dr^2 + r^2 d\downarrow^2} = \frac{m d\downarrow \cdot \sqrt{1 + e^2 + 2e\cos\downarrow}}{(1 + e\cos\downarrow)^2}.$$

Donc, si l'on pose pour plus de simplicité,

$$\cos\psi = x\,; \quad m^2 + \alpha^2 = \alpha'\,;$$

$$2\alpha \cdot (e\alpha - m) = \beta,\ \alpha e \cdot (\alpha e - 2m) = \gamma,$$

l'on aura ;

$$N = 2\pi m^2 (1 - e^2) \int \frac{dx}{(1 + ex)^2 \cdot \sqrt{(1 + e^2 + 2ex)(\alpha' + \beta x + \gamma x^2)}}$$

$$- 4\pi m^2 \cdot \int \frac{dx}{(1 + ex)\sqrt{(1 + e^2 + 2ex)(\alpha' + \beta x + \gamma x^2)}}.$$

Maintenant, si l'on fait, pour abréger ;

$$R = \sqrt{(1 + e^2 + 2ex)(\alpha' + \beta x + \gamma x^2)}$$

$$\alpha_1 = \gamma - \alpha' - \frac{\gamma}{e^2} + \frac{\beta}{e} - \beta e + \alpha e^2$$

$$\beta_1 = 2\alpha - 2\gamma + \frac{4\gamma}{e^2} - \frac{3\beta}{e} + \beta e$$

$$\delta_1 = \frac{2\gamma}{e^2};$$

$$\Gamma^2 = \int \frac{dx}{(1 + ex)^2 \cdot R}$$

$$\Gamma' = \int \frac{dx}{(1 + ex) R}$$

$$\overline{\Gamma}' = \int \frac{dx\,(1 + ex)}{R}$$

on aura l'équation,

$$\frac{-R}{e(1+ex)} = \alpha_1 \Gamma^2 + \tfrac{1}{2}\beta_1 \Gamma^1 - \tfrac{1}{2}\delta_1 \overline{\Gamma}^1_2,$$

laquelle étant combinée avec la valeur de N donne;

$$N = -\frac{2\pi m^2 (1-e^2).R}{\alpha_1 e(1+ex)} + \pi m^2 . \frac{\delta_1 (1-e^2)}{\alpha_1} . \overline{\Gamma}^1$$

$$-\frac{\pi m^2}{\alpha_1}\{4\alpha_1 + (1-e^2)\beta_1\}\Gamma^1 .$$

Les développemens ultérieurs dont cette expression est susceptible dépendent de la théorie générale des transcendantes elliptiques. Nous ignorons, si l'exécution du calcul offre des réductions propres à donner une forme élégante au résultat final: mais ce que nous venons d'exposer suffit pour faire voir que la recherche de l'attraction des surfaces du second dégré doit en général présenter des difficultés plus grandes que celle des solides terminés par ces mêmes surfaces.

Il y a cependant un cas où l'on peut aisément obtenir la valeur de M; c'est celui où le point attiré est placé au foyer même de la section conique. Alors on a $\alpha = 0$, et par conséquent

$$M = 2\pi \int \frac{d\psi . \sin\psi . \cos\psi . \sqrt{1+e^2+2e\cos\psi}}{1+e\cos\psi} .$$

En intégrant depuis $\psi = 0$ jusqu'à $\psi = \pi$, on trouve sans difficulté;

$$M = -\frac{4\pi e}{3} - \frac{12.\pi}{e} - \frac{2\pi^2 . \sqrt{1-e^2}}{e^2} + \frac{8\pi\sqrt{1-e^2}}{e^2} \text{ arc. tang. } \frac{\sqrt{1+e}}{\sqrt{1-e}} .$$

Ce cas particulier suffit pour faire voir qu'un point matériel ne saurait demeurer en équilibre dans l'intérieur d'une couche elliptique d'épaisseur constante : il faut pour cela, que l'épaisseur soit variable comme l'intervalle compris entre deux ellipses dont le rapport des axes est le même.

§. 2.

De l'attraction qu'exerce la surface materielle d'un cercle sur un point placé hors de son plan.

1. Le cercle et le point attiré étant placés de la même manière qu'au commencement du premier article de ce Mémoire, si l'on nomme x, y, z les coordonnées d'un point quelconque de la surface attirante, rapportées à trois axes qui ont pour origine le centre du cercle projeté, les attractions A, B respectivement parallèles aux coordonnées y, z, seront exprimées par

$$A = \iint \frac{dx\,dx\,.(p-y)}{\{x^2+z^2+(p-y)^2\}^{\frac{3}{2}}}$$

$$B = \iint \frac{dx\,dy\,.z}{\{x^2+z^2+(p-y)^2\}^{\frac{3}{2}}},$$

où l'on doit considérer z comme quantité constante, puisqu'elle désigne la distance de deux plans horizontaux.

2. Les variables x, y dans les limites de l'intégration sont liées par l'équation $x^2+y^2=k^2$: ainsi, en intégrant

d'abord par rappost à y, depuis $y = -\sqrt{k^2 - x^2}$ jusqu'à $y = \sqrt{k^2 - x^2}$, et faisant pour plus de simplicité,

$$m^2 = p^2 + z^2 + k^2,$$

on obtiendra sans difficulté;

$$A = 2 \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{m^2 - 2p\sqrt{k^2 - x^2}}} - 2 \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{m^2 + 2p\sqrt{k^2 - x^2}}};$$

$$B = 2z \cdot \int \frac{(\sqrt{k^2 - x^2} - p)\, dx}{(x^2 + z^2)\sqrt{m^2 - 2p\sqrt{k^2 - x^2}}} + 2z \cdot \int \frac{(\sqrt{k^2 - x^2} + p)\, dx}{(x^2 + z^2)\sqrt{m^2 + 2p\sqrt{k^2 - x^2}}}$$

Comme nous avons doublé ces résultats il suffira d'intégrer par rapport à x depuis $x = 0$ jusqu'à $x = k$.

3. Il est facile de ramener ces intégrales aux transcendantes elliptiques. Faisons

$$x = k \sin \psi, \quad \sqrt{k^2 - x^2} = k \cos \psi;$$

on aura par conséquent;

$$A = 2k \cdot \int \frac{d\psi \cos \psi}{\sqrt{m^2 - 2pk \cos \psi}} - 2k \int \frac{d\psi \cos \psi}{\sqrt{m^2 + 2pk \cos \psi}};$$

$$B = 2zk \cdot \int \frac{\cos \psi\, (k \cos \psi - p) \cdot d\psi}{(z^2 + k^2 \sin^2 \psi)\sqrt{m^2 - 2pk \cos \psi}}$$

$$+ 2kz \int \frac{\cos \psi\, (k \cos \psi + p)\, d\psi}{(z^2 + k^2 \sin^2 \psi)\sqrt{m^2 - 2pk \cos \psi}};$$

où les limites de ψ, correspondantes à celles de x, sont $\psi = 0$, $\psi = \frac{\pi}{2}$. Or il est évident que, si à la place de ces limites on prend $\psi = 0$, $\psi = \pi$, on aura plus simplement;

$$A = -2k \cdot \int \frac{\cos \psi\, d\psi}{\sqrt{m^2 + 2pk \cos \psi}};$$

$$B = 2zk \cdot \int \frac{\cos \psi\, (k \cos \psi + p) \cdot d\psi}{(z^2 + k^2 \sin^2 \psi)\sqrt{m^2 + 2pk \cos \psi}}.$$

Maintenant, si l'on fait $\varphi = \frac{\pi}{2} - \psi$, et

$$c^2 = \frac{4pk}{m^2+2pk} = \frac{4pk}{z^2+(p+k)^2},$$

$$\Delta = \sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}$$

il est clair que l'on aura ;

$$A = \frac{-4k}{\sqrt{m^2+2pk}} \cdot \int \frac{d\varphi \cdot (1-2\sin^2\varphi)}{\Delta} ;$$

$$B = \frac{4kz}{\sqrt{m^2+2pk}} \cdot \int \frac{(1-2\sin^2\varphi)(k+p-2k\sin^2\varphi)\,d\varphi}{(z^2+4k^2\sin^2\varphi-4k^2\sin^4\varphi)\,\Delta},$$

en intégrant depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

D'après les propriétés des transcendantes elliptiques on obtient d'abord

$$A = \frac{-4k}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}} \left\{ F' - \frac{2}{c^2}(F'-E') \right\},$$

ou bien

$$A = -\frac{2\sqrt{k}}{\sqrt{p}} \cdot \left\{ cF' - \frac{2}{c}(F'-E') \right\}.$$

Et en substituant pour c sa valeur, il viendra ;

$$A = -\frac{2}{p} \cdot \sqrt{z^2+(p+k)^2} \cdot E' + \frac{2(z^2+p^2+k^2)}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}} \cdot F'.$$

La fraction, soumise au signe intégral, dans l'expression précédente de B peut être décomposée dans les trois parties suivantes ;

$$-\frac{1}{k} + \frac{(z^2+k^2+p\sqrt{k^2+z^2})}{2k\sqrt{k^2+z^2} \cdot \{2k\sin^2\varphi - k + \sqrt{k^2+z^2}\}},$$

$$+ \frac{(z^2+k^2-p\sqrt{k^2+z^2})}{2k\sqrt{k^2+z^2} \cdot \{-2k\sin^2\varphi + k + \sqrt{k^2+z^2}\}}.$$

Cela posé, si l'on fait pour plus de simplicité;

$$n = \frac{2k}{\sqrt{k^2+z^2}-k},$$

$$n' = \frac{2k}{\sqrt{k^2+z^2}+k},$$

$$M = \frac{2z.(z^2+k^2+p\sqrt{k^2+z^2})}{(z^2+k^2-k\sqrt{z^2+k^2})\sqrt{z^2+(p+k)^2}},$$

$$M' = \frac{2z.(z^2+k^2-p\sqrt{k^2+z^2})}{(z^2+k^2+k\sqrt{z^2+k^2})\sqrt{z^2+(p+k)^2}},$$

on aura;

$$B = \frac{-4z.F_1}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}} + M.\int\frac{d\varphi}{(1+n\sin^2\varphi)\Delta} + M'\int\frac{d\varphi}{(1-n'\sin^2\varphi)\Delta}.$$

4. Les deux intégrales qui entrent dans cette expression de B appartiennent aux transcendantes elliptiques de la troisième espèce; mais comme dans le cas actuel on doit intégrer depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = \frac{\pi}{2}$, on sait qu'il y a des formules qui en donnent la valeur par une combinaison de transcendantes elliptiques de la première et seconde espèce. Avant d'effectuer cette transformation, il est essentiel de remarquer que le paramètre n', toujours plus petit que l'unité, ne peut jamais devenir moindre que c^2; car l'inégalité

$$\frac{2k}{\sqrt{z^2+k}+k} > \frac{4pk}{z^2+(p+k)^2}$$

étant supposée vraie, on aura, en faisant disparaître les dénominateurs

$$z^2+p^2+k^2 > 2p\sqrt{z^2+k^2};$$

Or il est évident, que ces deux quantités sont égales dans le cas particulier où $p^2 = k^2 + z^2$, et que la première surpasse la seconde toutes les fois que l'on aura $p = \sqrt{z^2 + k^2} \pm \omega$. Au reste, lorsque $p = \sqrt{z^2 + k^2}$, le coëfficient M' devient nul, ce qui rend ce cas remarquable par la simplification qu'il apporte dans l'expression générale de B.

Cela posé, si l'on fait

$$n = \cot^2 . \theta ;$$

$$n' = \cos^2 \theta' + c^2 \sin^2 \theta' ;$$

$$\Pi' = \int \frac{d\varphi}{(1 + n \sin^2 \varphi)\Delta} ;$$

$$\Pi'' = \int \frac{d\varphi}{(1 - n' \sin^2 \varphi)\Delta} ;$$

on aura, conformément aux formules rapportées aux pages 137, 141 du tome 1.er des Exercices de Calcul Intégral par M. *Legendre* ;

$$\Pi' = \sin^2 \theta . F' .$$

$$+ \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta}} \cdot \left\{ \frac{\pi}{4} - \tfrac{1}{2} . F' \int d\theta \sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta} + \tfrac{1}{2}(F' - E') \int \frac{d\theta}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta}} \right\}$$

$$\Pi'' = F' .$$

$$+ \frac{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta'}}{b^2 \sin 2\theta'} \left\{ \pi - 2F' \int d\theta' \sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta'} + 2(F' - E') \int \frac{d\theta'}{\sqrt{1 - b^2 \sin^2 \theta'}} \right\} ;$$

où les intégrales doivent être prises depuis $\theta = 0$, $\theta' = 0$ jusqu'aux valeurs de ces mêmes angles déterminées par celles des paramètres n, n'.

5. L'analyse précédente s'applique aussi bien au cas où le point attiré est extérieur qu'à celui où il est inté-

rieur à la surface du cercle. Mais l'expression de A trouvée dans le N.° 3 a cela de particulier qu'elle demeure toujours positive dans l'un et l'autre de ces deux cas. On démontre aisément cette propriété à l'aide des séries,

$$F' = \frac{\pi}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{1^2}{2^2} \cdot c^2 + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2} c^4 + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{1^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \cdot c^6 + \text{etc.} \right\}$$

$$E' = \frac{\pi}{2} \cdot \left\{ 1 - \frac{1^2}{2^2} \cdot c^2 - \frac{1^2}{2^2 \cdot 4^2} 3c^4 - \frac{1^2 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \cdot 5c^6 - \text{etc.} \right\}$$

lesquelles donnent,

$$\frac{2(F'-E')}{c^2} = \frac{\pi}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{(3^2+3)2c^2}{2^2 \cdot 4^2} + \frac{(3^2 \cdot 5^2 + 3^2 \cdot 5)2c^4}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} + \text{etc.} \right\}$$

c'est-à-dire une série dont chaque terme est plus grand que le terme correspondant dans celle qui donne la valeur de F'. La valeur de A déterminée par l'équation,

$$\text{(I)} \ldots\ldots A = -\frac{2c\sqrt{k}}{\sqrt{p}} \cdot \left\{ F' - \frac{2}{c^2}(F'-E') \right\}$$

sera donc toujours positive.

Lorsque la valeur de c sera très-petite on pourra employer avec avantage les séries précédentes pour calculer la valeur de A: en ne prenant que le premier terme de la suite ainsi formée, ce qui revient à négliger les termes multipliés par c^4, on aura

$$A = \frac{\pi k c^2}{4\sqrt{z^2 + (p+k)^2}}.$$

ou bien

$$A = \frac{\pi k^2 p}{\{z^2 + (p+k)^2\}^{\frac{3}{2}}}.$$

reste il est clair, que pour rendre c une très-petite n, il est nécessaire que le point attiré soit très- né ou très-rapproché du centre du cercle. Dans le mier de ces deux cas on aura $A = \frac{\pi k^2}{p^2}$, en négligeant et k par rapport à p. Le cercle attire donc le point comme si toute sa masse était concentrée dans son centre.

6. Supposons $z = 0$, et le point placé dans l'intérieur du cercle très-près du centre. La formule précédente donne alors,

$$A = \frac{\pi k^2 p}{(p+k)^3}.$$

En considérant A comme la force accélératrice qui sollicite le point vers le centre, on aura $A = \frac{d^2 p}{dt^2}$, t désignant le tems. Il suit de-là que

$$\frac{d^2 p}{dt^2} = \frac{\pi k^2 p}{(p+k)^3}.$$

Intégrant cette équation on obtient,

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 = 2\pi k^2 \cdot \left\{ \frac{p' + \frac{1}{2}k}{(p'+k)^2} - \frac{p + \frac{1}{2}k}{(p+k)^2} \right\},$$

où p' désigne la valeur initiale de p correspondante à $t = 0$. Comme cette vitesse redevient nulle du côté opposé du centre au point où p devient égal à p', il faut en conclure, que le point attiré prendra un mouvement oscillatoire sur la ligne $2p'$ partagée par le centre du cercle en deux parties égales.

7. En supposant le point attiré dans le plan même du cercle, on peut donner à l'expression de A une autre

forme qui peut être avantageuse dans quelque circonstance. A cause de $z=o$ on a,

$$c=\frac{2\sqrt{pk}}{p+k}.$$

Cette équation résolue par rapport à $\sqrt{p}$ donne,

$$\sqrt{p}=\frac{\sqrt{k}}{c}\{1\pm\sqrt{1-c^2}\}.$$

Or il est clair, que, si le point attiré est intérieur au cercle, on doit prendre

$$c.\sqrt{p}=\sqrt{k}\,(1-\sqrt{1-c^2}),$$

puisqu'alors $p<k$; et que l'on aura

$$c\sqrt{p}=\sqrt{k}\,(1+\sqrt{1-c^2})$$

lorsque le point est extérieur.

D'après cela la formule (I), posée au N.° 5, donne

$$(i)\ldots\ldots A=-2(1+\sqrt{1-c^2}).\left\{F^1-\frac{2}{c^2}(F^1-E^1)\right\}$$

pour l'attraction sur un point intérieur; et

$$(e)\ldots\ldots A=-2(1-\sqrt{1-c^2}).\left\{F^1-\frac{2}{c^2}(F^1-E^1)\right\}$$

pour l'attraction sur un point extérieur,

8. En égalant A à $\frac{d^2p}{dt^2}$, et faisant $b=\sqrt{1-c^2}$ on obtiendra le carré de la vitesse du point attiré par les formules,

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)^2=-2\int dp\,(1\pm b)\left\{F^1-\frac{2}{c^2}(F^1-E^1)\right\}:$$

mais la double équation

$$p = k\left(\frac{1 \mp b}{c}\right)^2$$

donne ;

$$dp = \frac{2k(1-b)^2 dc}{bc^3}, \quad dp = -\frac{2k(1+b)^2 dc}{bc^3},$$

donc l'on aura ;

$$(i)' \ldots \left(\frac{dp}{dt}\right)^2 = -4k \cdot \int \left(\frac{1-\sqrt{1-c^2}}{c\sqrt{1-c^2}}\right) \cdot \left\{F' - \frac{2}{c^2}(F'-E')\right\} dc$$

$$(e)' \ldots \left(\frac{dp}{dt}\right)^2 = 4k \cdot \int \left(\frac{1+\sqrt{1-c^2}}{c\sqrt{1-c^2}}\right) \cdot \left\{F' - \frac{2}{c^2}(F'-E')\right\} dc.$$

Ces intégrales doivent commencer avec la valeur de c qui est déterminée par la valeur initiale de p

En général on ne peut exécuter ces intégrations qu'en développant les trascendantes elliptiques : mais, comme nous possédons maintenant de tables pour calculer les trascendantes elliptiques complètes de première et seconde espèce, il me semble qu'il conviendrait d'employer ici les formules données par Cotes pour avoir des valeurs approchées des intégrales.

On peut cependant démontrer, que le mouvement du point attiré sera toujours oscillatoire ; car en désignant par c' la valeur initiale de c, et nommant $f(c')$ la valeur de l'intégrale, qui forme le second membre de l'équation $(i)'$, prise depuis $c = o$ jusqu'à $c = c'$, l'on aura en général

$$\left(\frac{dp}{dt}\right)^2 = f(c') - f(c).$$

Or cette valeur devant toujours demeurer positive, il faudra que c ne surpasse jamais c', et par conséquent que p ne devienne jamais plus grand que la valeur initiale p'. Le point oscillera donc sur la ligne $2p'$ qui mesure l'étendue de son oscillation.

Je présume, que à l'aide des formules précédentes on peut démontrer qu'un point placé entre les centres de deux cercles qui ne se coupent pas doit prendre un mouvement oscillatoire sur la ligne qui joint les centres des cercles sans pouvoir jamais atteindre la circonférence du plus petit cercle.

9. Lorsque le point attiré est situé extérieurement au cercle, et très-près de sa circonférence, il suffit de prendre $E' = 1$, $F' = \log. \frac{4}{b}$. Ces valeurs substituées dans la dernière expression de A, trouvée au N.° 3, donnent;

$$A = -\frac{2}{p} \cdot \sqrt{z^2+(p+k)^2} + \frac{(z^2+p^2+k^2) \cdot 4 \log 2}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}} + \frac{z^2+p^2+k^2}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}} \log. \left[\frac{z^2+(p+k)^2}{z^2+(p-k)^2}\right].$$

Maintenant, si l'on suppose que z soit une quantité très-petite par rapport à p et k; mais cependant comparable avec la différence $p-k$, on pourra reduire cette expression à;

$$A = -\frac{2}{p} \cdot (p+k) + \frac{p^2+k^2}{p+k} \cdot 4 \log 2 + \frac{2(p^2+k^2)}{p+k} \log. (p+k) - \frac{(p^2+k^2)}{p+k} \cdot \log. [z^2+(p-k)^2].$$

peut tirer de-là l'attraction qu'exerce un cylindre ne très-petite hauteur sur un point matériel peu éloigné la circonférence de sa base. Car il suffit pour cela de pr re l'intégrale $\int A dz$ depuis $z = 0$. En exécutant le calcul on obtient ;

$$\int A dz = -\frac{2z}{p}.(p+k) + \frac{z.(p^2+k^2)}{p+k}.4\log 2 + \frac{2z(p^2+k^2)}{p+k}$$
$$+\frac{(p^2+k^2)z}{p+k}.\log.\left[\frac{(p+k)^2}{z^2+(p-k)^2}\right]$$
$$-\frac{2(p-k)(p^2+k^2)}{p+k}.\text{arc.tang.}\frac{z}{p-k}.$$

10. Imaginons que z désigne la demi-épaisseur de l'anneau de Saturne ; k le rayon extérieur du même anneau, et nommons k' le rayon intérieur. En désignant par A' ce que devient A par le changement de k en k', il est clair que l'attraction qu'exerce l'anneau sur un point quelconque de son équateur se trouvera égale à

$$2\int A dz - 2.\int A' dz.$$

D'après les observations, si l'on prend $k' = 1$, on aura $k = \frac{7}{5}$, et le rayon du globe de Saturne $= \frac{3}{5}$.

Il ne parait pas que l'on puisse supposer l'épaisseur de l'anneau plus grande qu'une seconde ; ainsi nous aurons, en parties de l'unité adoptée, $z = \frac{1}{30}$. Avec cela, si l'on fait $p = 1$, on obtient en réduisant en nombres la formule précédente

$$\int A' dz = 0{,}29871,$$
$$\int A dz = 0{,}10010.$$

Donc la quantité

$$P = 2(0{,}29871 - 0{,}10010) = 0{,}39722$$

exprimera la pesanteur de l'anneau sur les points de sa circonférence intérieure placés dans l'équateur. En faisant le même calcul pour les points correspondans placés sur la circonférence extérieure, il faudra prendre $p = \frac{7}{5}$: on obtiendra ainsi;

$$\int A'dz = 0{,}14401,$$
$$\int Adz = 0{,}342933;$$

de sorte que en nommant P' la pesanteur de ces points l'on aura

$$P' = 2(0{,}342933 - 0{,}14401) = 0{,}397846.$$

Ces valeurs de P, P' donnent

$$P + \tfrac{5}{7}P' = 0{,}681395.$$

Cela posé; soit M la force attractive de Saturne à l'unité de distance dans l'hypothèse que sa densité soit la même que celle de l'anneau: sur l'anneau extérieur cette force sera égale à $M.\frac{25}{49}$. Donc, en nommant g la force centrifuge à l'unité de distance, il faudra que l'on ait;

$$P > M - g,$$
$$P' > \tfrac{7}{5}g - \tfrac{25}{49}.M,$$

afin que les molécules de l'anneau, supposées dans l'état de fluidité, ne se détachent pas.

De ces deux inégalités on conclut la suivante;

$$P + \tfrac{5}{7}P' > M\left(1 - \tfrac{125}{343}\right) = M.0{,}63558.$$

, dans l'hypothèse de l'homogénéité de la matière
nneau et du globe de Saturne, l'on a

$$M = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{36.\pi}{125} = 0{,}90477.$$

$$M.\,0{,}63558 = 0{,}57505,$$

.. ité effectivement plus petite que $P + \frac{5}{7}.P'$.

L'épaisseur d'une seconde que nous avons supposée à l'anneau est, à la vérité, la plus grande que l'on puisse admettre : en la diminuant on diminue en même tems les valeurs de P, P', et l'inégalité précédente cesserait d'avoir lieu. Alors, pour la rétablir, il faudrait supposer à la matière de l'anneau une densité plus grande que celle de la planète. Mais il ne me parait pas que l'on puisse tirer de-là la division de l'anneau en plusieurs anneaux concentriques, d'après un raisonnement semblable à celui que M. Laplace a exposé à la page 256 de son Mémoire sur la figure de l'anneau de Saturne, imprimé dans les volumes de l'Académie des Sciences de Paris (année 1787).

11. L'analyse dont nous avons fait usage au commencement de cet article s'applique avec la même facilité à la surface d'une ellipse, pourvu que le point attiré soit placé sur le prolongement de l'axe des y : alors, en désignant par k, β les deux demi-axes de l'ellipse, il faudrait intégrer depuis $y = -\frac{\beta}{k}\sqrt{k^2 - x^2}$ jusqu'à $y = \frac{\beta}{k}\sqrt{k^2 - x^2}$, ce qui donne ;

$$A = 2 \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{m^2 - \frac{2p\beta}{k}\sqrt{k^2 - x^2}}} - 2 \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{m^2 + \frac{2p\beta}{k}\sqrt{k^2 - x^2}}}.$$

Il suffit donc de changer p en $\frac{p\beta}{k}$ dans l'expression de A, obtenue au N.° 3, pour l'adapter à l'ellipse. Ainsi en posant,

$$c'^2 = \frac{4p\beta}{z^2 + \left(p\frac{\beta}{k} + k\right)^2},$$

on aura;

$$A = -\frac{2k \cdot \sqrt{z^2 + \left(\frac{p\beta}{k} + k\right)^2}}{p\beta} \cdot E'(c')$$

$$+ \frac{2 \cdot \left(z^2 + k^2 + \frac{p^2\beta^2}{k^2}\right)}{\sqrt{z^2 + \left(p\frac{\beta}{k} + k\right)^2}} \cdot F'(c').$$

§. 3.

De l'attraction d'une surface cylindrique à base circulaire sur un point placé dans le plan de sa base.

1. Suivant les dénominations du premier article, et considérant z comme la hauteur d'une section quelconque horizontale du cylindre, il est clair que en nommant A, B les composantes de cette attraction, l'on aura ;

$$A = 2 \cdot \iint \frac{(p - k\cos\varpi)\, k\,dz\,d\varpi}{(z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi)^{\frac{3}{2}}},$$

$$B = 2 \cdot \iint \frac{k z\,dz\,d\varpi}{(z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi)^{\frac{3}{2}}}.$$

Une première intégration par rapport à z, commencée avec $z = 0$, donne immédiatement ;

$$A = 2kz \cdot \int \frac{(p-k\cos\varpi)\,d\varpi}{(p^2+k^2-2pk\cos\varpi)\sqrt{z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi}},$$

$$B = 2k \cdot \int \frac{d\varpi}{\sqrt{p^2+k^2-2pk\cos\varpi}} - 2k \cdot \int \frac{d\varpi}{\sqrt{z^2+p^2+k^2-2pk\cos\varpi}}.$$

Maintenant, si l'on pose $\varpi = \pi - 2\varphi$, et

$$c^2 = \frac{4pk}{z^2+(p+k)^2}, \qquad c'^2 = \frac{4pk}{(p+k)^2}$$

on obtiendra ;

$$A = \frac{4kz}{(p+k)^2\sqrt{z^2+(p+k)^2}} \int \frac{(p+k-2k\sin^2\varphi)\,d\varphi}{(1-c'^2\sin^2\varphi)\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}},$$

$$B = \frac{4k}{p+k} \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-c'^2\sin^2\varphi}} - \frac{4k}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}} \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}},$$

où les intégrales doivent être prises depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Mais nous avons,

$$\frac{p+k-2k\sin^2\varphi}{1-c'^2\sin^2\varphi} = \frac{2k}{c'^2} + \frac{p+k-\frac{2k}{c'^2}}{1-c'^2\sin^2\varphi};$$

donc, en faisant pour plus de simplicité;

$$F^1(c') = \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-c'^2\sin^2\varphi}},$$

$$F^1(c) = \int \frac{d\varphi}{\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}},$$

$$\Pi^1(c', c) = \int \frac{d\varphi}{(1-c'^2\sin^2\varphi)\sqrt{1-c^2\sin^2\varphi}};$$

l'on aura;

$$(\mathrm{I}) \ldots\ldots A = \frac{cz\sqrt{k}\,.\,F^1(c)}{p\sqrt{p}} + \frac{cc'z\,.\,(p-k)\,.\,\Pi^1(c', c)}{2p^2},$$

$$(\mathrm{II}) \ldots\ldots B = \frac{4k}{p+k}F^1(c') - \frac{4k}{\sqrt{z^2+(p+k)^2}}\,.\,F^1(c).$$

2. La fonction complète de troisième espèce, désignée par $\Pi^1(c, c')$ peut s'exprimer, comme l'on sait, par des transcendantes elliptiques de la première et seconde espèce. Comme ici l'on a $c'^2 > c^2$, si l'on pose,

$$c'^2 = \cos^2\psi + c^2\sin^2\psi,$$

$$\Delta = \sqrt{1-b^2\sin^2\psi} = c',$$

l'on obtiendra;

$$\Pi^1(c', c) = F^1(c) + \frac{\Delta}{b^2\sin 2\psi}\cdot\left\{\pi - 2F^1(c)\cdot\int\Delta d\psi + 2[F^1(c) - E^1(c)]\int\frac{d\psi}{\Delta}\right\}.$$

bstituant cette valeur dans l'équation (I), l'on obtient;

$$A=\frac{cc'z\,.\,F'(c)}{p}$$

$$+\frac{cc'^2z\,.\,(p-k)}{2p^2b^2\sin 2\downarrow}\left\{\pi-2F'(c)\int\Delta d\psi+2[F'(c)-E'(c)]\int\frac{d\downarrow}{\Delta}\right\}.$$

L équation $c'^2=\cos^2\downarrow+c^2\sin^2\downarrow$ donne

$$b\sin\psi=\sqrt{1-c'^2}=\frac{p-k}{p+k}$$

$$b\cos\psi=\sqrt{c'^2\cdot\ }=\frac{cz}{p+k};$$

donc on aura;

$$\frac{cc'^2z\,.\,(p-k}{2p^2b^2\sin 2\downarrow}-;$$

et par conséquent;

$$(I)'\ldots A=\frac{cc'z\,.\,F'(c)}{p}+\frac{k}{p}\cdot\left\{\pi-2F'(c)\int\Delta d\psi+2[F'(c)-E'(c)]\int\frac{d\downarrow}{\Delta}\right\}.$$

3. Ces formules ı à plusieurs conséquences que nous allons développer successivement.

Supposons d'abord que la longueur du cylindre soit infinie, ou ce que revient au même, que $z=\infty$: on aura en conséquence $c=0$, $F'(c)=\frac{\pi}{2}$; et

$$\Pi'(c',c)=\int\frac{d\varphi}{1-c'^2\sin^2\varphi}=\frac{\pi}{2\sqrt{1-c'^2}}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{p+k}{\pm\sqrt{(p-k)^2}}.$$

Le dénominateur de cette dernière expression devant être toujours positif, il faudra avoir soin de prendre le signe supérieur ou inférieur suivant que le point attiré sera

extérieur ou intérieur à la surface du cylindre. Ainsi il viendra d'après la formule (I);

$$\left.\begin{aligned} A &= 0 \\ B &= \frac{4k}{p+k}\cdot F^{1}(c'); \end{aligned}\right\} \text{pour le point intérieur}$$

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{2\pi k}{p} \\ B &= \frac{4k}{p+k} F^{1}(c') \end{aligned}\right\} \text{pour le point extérieur.}$$

Si le cylindre a une longueur infinie de chaque côté de la section qui contient le point attiré, il est évident que $B = 0$ dans l'un et l'autre cas, et que l'on a $A = \frac{4\pi k}{p^2}$ pour l'attraction sur le point extérieur. Et comme nous venons de voir que $A = 0$ lorsque le point est intérieur, il faut en conclure qu'un point matériel placé dans l'intérieur d'une couche cylindrique de longueur infinie et d'épaisseur uniforme doit y demeurer en équilibre.

4. La longueur du cylindre sans être infinie pourrait être assez grande pour rendre très-petite la valeur de la constante c. Alors on peut obtenir pour A une série convergente par le procédé suivant.

Soit;

$$(1 - c^2 \sin^2\varphi)^{-\frac{1}{2}} = A' - 2A''\cos 2\varphi + 4A'''\cos 4\varphi - 6A^{iv}\cos 6\varphi + \text{etc.}$$

on sait que,

$$A' = \frac{2}{\pi} F^{1}(c)$$

$$A'' = \frac{4}{\pi c^2}\left\{F^{1}(c) - E^{1}(c)\right\} - \frac{2}{\pi} F^{1}(c);$$

et que les autres coëfficiens se déterminent par les équations ;

$$2.3.A''' = 4A''\left(\frac{2}{c^2} - 1\right) - A',$$

$$3.5.A^{IV} = 16A'''\left(\frac{2}{c^2} - 1\right) 1.3.A''',$$

etc.

(Voyez Exercices de Calc. Int. tome 1.er page 170-171).

Cela posé, si l'on fait $2\varphi = \downarrow$, on aura ;

$$\Pi^1(c',c) = A'.\int \frac{d\varphi}{1 - c'^2\sin^2\varphi} - A''.\int \frac{d\downarrow.\cos\downarrow}{1 - c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi}$$

$$+ 2A'''\int \frac{d\downarrow.\cos 2\downarrow}{1 - c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} - 3A^{IV}\int \frac{d\downarrow\cos 3\downarrow}{1 - c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} + \text{etc.}$$

où toutes les intégrales relatives à l'arc $\downarrow$ doivent s'étendre depuis $\downarrow = 0$ jusqu'à $\downarrow = \pi$.

Maintenant si l'on fait.

$$a = \frac{1 - \sqrt{1 - c'^2}}{1 + \sqrt{1 - c'^2}}$$

l'on a identiquement,

$$1 - c'^2\sin^2.\tfrac{1}{2}\psi = \frac{1 + a^2 + 2a\cos\downarrow}{(1+a)^2};$$

et par conséquent ;

$$\int \frac{d\downarrow\cos.\lambda\downarrow}{1 - c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = (1+a)^2\int \frac{d\downarrow\cos.\lambda\downarrow}{1 + a^2 + 2a\cos\psi}$$

λ désignant un nombre entier quelconque.

Or il est démontré (*Exercices de Calcul Int. tome 1.er p.* 373) que entre les limites prescrites l'on a,

$$\int \frac{d\downarrow.\cos.\lambda\downarrow}{1 + a^2 + 2a\cos\downarrow} = \frac{\pi(-a)^\lambda}{1 - a^2};$$

donc l'on aura,

$$\int \frac{d\psi \cos.\lambda\psi}{1-c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = \frac{\pi(1+a).(-a)^\lambda}{1-a};$$

et en substituant pour a sa valeur;

$$\int \frac{d\psi \cos.\lambda\psi}{1-c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = \frac{\pi(-1)^\lambda}{\sqrt{1-c'^2}}.\left\{\frac{1-\sqrt{1-c'^2}}{1+\sqrt{1-c'^2}}\right\}^\lambda,$$

ou bien;

$$(e).....\int \frac{d\psi \cos.\lambda\psi}{1-c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = \frac{\pi(-1)^\lambda(1-\sqrt{1-c'^2})^{2\lambda}}{c'^{2\lambda}.\sqrt{1-c'^2}}.$$

Cette formule sert pour le cas où le point attiré est extérieur; lorsqu'il est intérieur il faudra prendre,

$$(i).....\int \frac{d\psi \cos.\lambda\psi}{1-c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = -\frac{\pi(-1)^\lambda(1+\sqrt{1-c'^2})^{2\lambda}}{c'^{2\lambda}.\sqrt{1-c'^2}}.$$

En substituant dans ces deux formules la valeur de c' on obtient,

$$(e).....\int \frac{d\psi \cos.\lambda\psi}{1-c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = \frac{\pi.k^{2\lambda-1}.(-1)^\lambda(p+k)}{p^\lambda.(p-k)};$$

$$(i).....\int \frac{d\psi.\cos.\lambda\psi}{1-c'^2\sin^2\frac{1}{2}\psi} = \frac{\pi.p^{2\lambda-1}.(-1)^\lambda(p+k)}{k^\lambda.(k-p)}.$$

Il suit de-là que pour le point extérieur l'on a;

$$(e)'...\Pi'(c',c) = \frac{\pi.(p+k)}{(p-k)}.\left\{\frac{1}{\pi}F'(c)+A''.\frac{k}{p}+2A'''.\frac{k^3}{p^3}+3A^{IV}.\frac{k^5}{p^5}+4A^{V}.\frac{k^7}{p^7}+\text{etc.}\right\}$$

et pour le point intérieur;

$$(i)'...\Pi'(c',c) = \frac{\pi(p+k)}{(k-p)}.\left\{\frac{1}{\pi}F'(c)+A''.\frac{p}{k}+2A'''.\frac{p^3}{k^3}+3A^{IV}.\frac{p^5}{k^5}+4A^{V}.\frac{p^7}{k^7}+\text{etc.}\right\}.$$

Ces valeurs substituées dans la formule (I) trouvée au N.° 1 donnent pour l'attraction sur le point extérieur ;

$$(e)''.... A = \frac{2cz\sqrt{k}}{p\sqrt{p}} \cdot F'(c) + \frac{\pi cz\sqrt{k}}{p\sqrt{p}} \cdot \left\{ A''.\frac{k}{p} + 2A'''.\frac{k^2}{p^2} + 3A^{IV}.\frac{k^3}{p^3} + 4A^{V}.\frac{k^4}{p^4} + \text{etc.} \right\} ;$$

et pour l'attraction sur le point intérieur ;

$$(i)''.... A = -\frac{\pi cz\sqrt{k}}{p\sqrt{p}} \left\{ A''.\frac{p}{k} + 2A'''.\frac{p^2}{k^2} + 3.A^{IV}.\frac{p^3}{k^3} + 4A^{V}.\frac{p^4}{k^4} + \text{etc.} \right\} .$$

Cette dernière formule nous fait voir, par le signe négatif qui l'affecte, qu'un point intérieur est toujours attiré vers la surface du cylindre de manière qu'il s'éloigne du centre de sa base. Le second facteur ne saurait changer ce signe, puisque tous les coëfficiens A'', A''', etc. sont positifs.

La même formule fait voir qu'on ne peut avoir $A = 0$ que dans le cas unique où la longueur du cylindre est infinie ; car alors on a $c = 0$, et par conséquent $A'' = 0$, $A''' = 0$, $A^{IV} = 0$, etc.

5. Il est maintenant facile d'exprimer les deux valeurs précédentes de A par une série ordonnée suivant les puissances de c. Pour cela remarquons que si l'on pose, pour plus de simplicité,

$$F'(c) = \frac{\pi}{2} \cdot (1 + m'c^2 + m''c^4 + m'''c^6 + \text{etc.})$$

$$m' = \frac{1^2}{2^2} ; \; m'' = \frac{1^2 . 3^2}{2^2 . 4^2} ; \; m''' = \frac{1^2 . 3^2 . 5^2}{2^2 . 4^2 . 6^2} ; \text{ etc.}$$

les coëfficiens A'', A''', A^{IV} etc. se forment par la loi suivante : (*voyez Exercices de Calc. Int. tome* 1.^{er} *p.* 170);

$$A'' = \frac{1}{2} m' c^2 + \frac{2}{8} m'' c^4 + \frac{3}{4} m''' c^6 + \frac{4}{5} m^{IV} . c^8 + \text{etc.};$$

$$A''' = \frac{2}{3} . \frac{1}{8} m'' c^4 + \frac{3}{4} . \frac{2}{10} . m''' c^6 + \frac{4}{5} . \frac{3}{12} m^{IV} c^8 + \text{etc.};$$

$$A^{IV} = \frac{3}{4} . \frac{2}{10} . \frac{2}{18} m''' c^6 + \frac{4}{5} . \frac{3}{12} . \frac{4}{21} . m^{IV} c^8 + \text{etc.};$$

$$A^{V} = \frac{4}{5} . \frac{3}{12} . \frac{4}{21} . \frac{3}{32} m^{IV} c^8 + \text{etc.};$$

etc.

Maintenant, si l'on fait,

$$M' = 1 + \frac{1}{2} . \frac{k}{p};$$

$$M'' = 1 + \frac{2}{3} . \frac{k}{p} + \frac{2}{3} . \frac{1}{8} . \frac{2k^3}{p^2};$$

$$M''' = 1 + \frac{3}{4} . \frac{k}{p} + \frac{3}{4} . \frac{2}{10} . \frac{2k^3}{p^2} + \frac{3}{4} . \frac{2}{10} . \frac{2}{18} . \frac{3k^5}{p^3};$$

$$M^{IV} = 1 + \frac{4}{5} . \frac{k}{p} + \frac{4}{5} . \frac{3}{12} . \frac{2k^3}{p^2} + \frac{4}{5} . \frac{3}{12} . \frac{4}{21} . \frac{3k^5}{p^3} + \frac{4}{5} . \frac{3}{12} . \frac{4}{21} . \frac{3}{32} . \frac{4k^7}{p^4};$$

etc.;

et que l'on désigne par N', N'', N''', N^{IV} etc. ce que deviennent ces valeurs par le changement de k en p et réciproquement, l'on aura;

$$(e)'''...A = \frac{\pi c z \sqrt{k}}{p \sqrt{p}} . \left\{ 1 + m' M' . c^2 + m'' . M'' c^4 + m''' M''' c^6 + \text{etc.} \right\},$$

$$(i)'''...A = -\frac{\pi c z \sqrt{k}}{p \sqrt{p}} . \left\{ m' . N' c^2 + m'' N'' c^4 + m''' N''' c^6 + \text{etc.} \right\}.$$

6. L'expression de A trouvée au N.° 2 offre plus d'avantage pour calculer l'attraction de la surface du cylindre

dans le cas opposé à celui que nous venons de considérer, c'est-à-dire, alors que la longueur du cylindre est très-petite. Dans cette circonstance la valeur de c^2 diffère très-peu de c'^2, et par conséquent l'angle ψ, déterminé par l'équation

$$c'^2 = \cos^2\psi + c^2 \sin^2\psi,$$

doit différer très-peu d'un angle droit. Donc, pour déterminer les deux intégrales $\int d\psi . \Delta, \int \frac{d\psi}{\Delta}$, on pourra employer les séries,

$$\int \frac{d\psi}{\Delta} = A_1 \psi - A_2 \sin . 2\psi + A_3 \sin 4\psi - \text{etc.};$$

$$\int d\psi . \Delta = B_1 . \psi + B_2 \sin 2\psi - B_3 \sin 4\psi + \text{etc.};$$

lesquelles sont d'autant plus convergentes que l'arc ψ est plus approchant de $\frac{\pi}{2}$.

Les coëfficiens se déterminent de la manière suivante : d'abord l'on a ;

$$A_1 = \frac{2}{\pi} F'(b), \quad B_1 = \frac{2}{\pi} . E'(b);$$

ensuite l'on a

$$B_2 = \frac{b^2}{8} (A_1 - 2A_3)$$

$$2^2 . B_3 = \frac{b^2}{8} . (A_2 - 3A_4)$$

$$3^2 . B_4 = \frac{b^2}{8} . (2A_3 - 4 . A_5)$$

$$4^2 . B_5 = \frac{b^2}{8} (3A_4 - 5A_6)$$

etc.

(*Voyez Exercices de Calcul. Intégral tome* 3 *p.* 120).

Les coëfficiens A_2, A_3, A_4 etc. se déterminent par les mêmes équations que nous avons posées au N.° 4 pour déterminer les coëfficiens A'', A''', A^{IV} etc. pourvu que l'on ait soin de changer c en b dans ces dernières.

Cela posé; remarquons, que en prenant seulement

$$\int \frac{d\psi}{\Delta} = \frac{2\psi}{\pi} \cdot F'(b), \quad \int d\psi \cdot \Delta = \frac{2\psi}{\pi} \cdot E'(b);$$

la fonction

$$\pi - 2F'(c)\int d\psi\Delta + 2\cdot[F'(c) - E'(c)]\int \frac{d\psi}{\Delta}$$

devient égale à

$$\pi - \frac{4\psi}{\pi}\cdot\left\{F'(c)E'(b) - F'(c)F'(b) + E'(c)\cdot F'(b)\right\}.$$

Mais M. Legendre a démontré (tome 1.er p. 61) que l'on a toujours;

$$F'(c)\cdot E'(b) - F'(c)\cdot F'(b) + E'(c)\cdot F'(b) = \frac{\pi}{2}:$$

donc la quantité précédente se réduit à $\pi - 2\psi$.

Nous avons

$$\text{tang}\cdot\left(\frac{\pi}{2} - \psi\right) = \frac{b\cos\psi}{b\sin\psi} = \frac{zc}{p-k};$$

ainsi on obtiendra par la formule (1)′ le résultat suivant;

$$(a)\ldots\ldots A = \frac{2k}{p}\cdot\text{arc}\cdot\text{tang}\cdot\frac{cz}{p-k} + \frac{cc'\cdot z\cdot F'(c)}{p}$$
$$+\frac{2k}{p}E'(c)\cdot\left\{A_2\sin 2\psi - A_3\sin 4\psi + A_4\sin 6\psi - \text{etc.}\right\}$$
$$-\frac{2k}{p}\cdot F'(c)\cdot\left\{(B_2 + A_2)\sin\cdot 2\psi - (B_3 + A_3)\sin 4\psi + \text{etc.}\right\}.$$

7. Cherchons ce que devient cette expression de A en négligeant les puissances de b supérieures à la quatrième.

Pour plus de simplicité, faisons;

$$q=p-k,\ r=p+k;$$

on aura par conséquent;

$$b^2=\frac{z^2+q^2}{z^2+r^2};$$

$$b^2\sin 2\psi=\frac{2cqz}{r^2};$$

$$b^4\sin 4\psi=\frac{2cqz}{r^2}\cdot\left\{\frac{2c^2z^2}{r^2}-\frac{q^2}{r^2}\right\};$$

$$A_2=\frac{1}{8}b^2+\frac{3}{32}b^4;$$

$$A_3=\frac{3}{256}b^4;$$

$$B_2+A_2=\frac{1}{4}b^2+\frac{1}{8}b^4;$$

$$B_2+A_3=\frac{1}{64}b^4.$$

En substituant ces différentes valeurs dans l'équation (α) on trouvera après les réductions;

$$(\alpha')\ldots\ldots A=\frac{2k}{p}\text{arc.tang.}\frac{cz}{q}+\frac{2cz\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\cdot F^1(c).$$
$$+\frac{cqzk\,.\,E^1(c)}{2pr^2}\cdot\left\{1+\frac{3}{32}\cdot\frac{q^2}{r^2}-\frac{3}{16}\cdot\frac{c^2z^2}{r^2}+\frac{3}{4}\cdot\frac{z^2+q^2}{z^2+r^2}\right\}$$
$$-\frac{cqzk\,.\,F^1(c)}{pr^2}\cdot\left\{1+\frac{1}{16}\cdot\frac{q^2}{r^2}-\frac{1}{8}\cdot\frac{c^2z^2}{r^2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{z^2+q^2}{z^2+r^2}\right\}.$$

8. Il est utile de faire remarquer que le premier terme de cette expression est semblable à celui que l'on obtient

en calculant l'attraction d'une lame rectangulaire tangente au cylindre, ayant une hauteur égale à z, et une longueur infinie de chaque côté du point attiré.

En effet; il est clair que l'attraction de cette lame est égale à

$$2q \cdot \iint \frac{dx\,dz}{(q^2+z^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

l'intégrale étant prise depuis $x=0$ jusqu'à $x=\infty$, et ensuite depuis $z=0$ jusqu'à $z=z$. Or l'on trouve d'abord;

$$\int \frac{dx}{(q^2+z^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{q^2+z^2};$$

et par conséquent

$$2q \cdot \int \frac{dx\,dz}{(q^2+z^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = 2.\text{arc.tang.}\frac{z}{q}.$$

On voit par-là, que cette considération fournit à-peu-près le premier terme de la valeur de A, lorsque p diffère très-peu du rayon k du cylindre. Mais les formules précédentes donnent le moyen d'apprécier ce que l'on néglige en opérant ainsi. La simple inspection de la formule (α') suffit pour montrer que la substitution du plan tangent au cylindre est d'autant plus exacte que le cylindre à un plus grand rayon.

9. La théorie précédente, et en particulier l'expression de B et celle de A, donnée par l'équation (α), peuvent être appliquées à la recherche de l'attraction d'un anneau formé par la révolution d'une courbe fermée autour d'un

axe vertical. Car, en imaginant un tel solide partagé en une infinité de couches cylindriques de hauteur variable, il n'y a qu'à intégrer convenablement l'expression analytique de l'attraction d'une couche quelconque pour avoir l'attraction du corps entier.

Supposons que k désigne le rayon du cylindre qui partage également la surface annulaire, et que $k+x$ soit le rayon d'un quelconque des cylindres : supposons en outre, que $z = \varphi(x)$, et $z = \psi(x)$ soient des fonctions de x propres à donner les deux ordonnées de la courbe génératrice de l'anneau, correspondantes à la même abscisse x. Maintenant, si l'on nomme A' ce que devient A par le changement de k en $k+x$, et de z en $\varphi(x)$; et A'' ce que devient le même A par le changement de k en $k+x$, et de z en $\psi(x)$, il est clair, que l'intégrale $\int (A'+A'')\,dx$, prise depuis $x = -\alpha$ jusqu'à $x = +\alpha$, donnera l'attraction horizontale de l'anneau dont 2α exprime la largeur de son équateur. On obtiendrait d'une manière semblable l'attraction verticale.

Cette opération se simplifie, lorsque la courbe génératrice de l'anneau est composée de deux parties égales et symétriques par rapport à l'équateur, et que l'on cherche l'attraction sur un point placé dans ce même plan. Alors l'attraction verticale est évidemment nulle, et l'attraction horizontale se réduit à $2\int A'dx$, puisque par hypothèse $A' = A$.

10. En supposant avec M. Laplace, que la courbe génératrice de l'anneau de Saturne soit une ellipse, dont le

grand axe est dirigé vers le centre de la planète, nous allons chercher l'expression de la pésanteur de l'anneau sur les points situés dans le plan de son équateur.

L'intégration qui reste à exécuter présente des difficultés assez grandes; pour les diminuer, nous négligerons le carré des fractions $\frac{z}{r}$, $\frac{q}{r}$, lesquelles doivent être assez petites dans le cas que nous considérons. D'après cette convention, la valeur de A donnée par l'équation (α') se réduit à;

$$A=\frac{2k}{p}.\text{arc.tang.}\frac{z}{q}+\frac{2z\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}.F^1(c);$$

et comme la différence entre c et l'unité est une quantité de l'ordre de celles que nous négligeons, il suffira de prendre

$$b=\frac{q}{r}.\sqrt{1+\frac{z^2}{q^2}},$$

$$F^1(c)=\text{log. hyp.}\frac{4}{b};$$

ce qui donne;

$$A=\frac{2k}{p}.\text{arc.tang.}\frac{z}{q}+\frac{2z\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}.\log.4$$

$$-\frac{2z\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}.\log.\frac{q}{r}-\frac{z\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left(1+\frac{z^2}{q^2}\right).$$

Maintenant, si l'on fait dans cette expression

$$z=\frac{\beta}{\alpha}\sqrt{\alpha^2-x^2}$$

et que l'on y change k en $k+x$ on obtiendra

$$2\int A'\,dx = \frac{4}{p}\cdot\int dx\,(k+x)\,\text{arc. tang.}\left[\frac{\beta\sqrt{\alpha^2-x^2}}{\alpha(q-x)}\right]$$
$$+\frac{\beta}{\alpha\sqrt{p}}\cdot 4\log 4\cdot\int\frac{dx\cdot\sqrt{(k+x)(\alpha^2-x^2)}}{r+x}$$
$$-\frac{4\beta}{\alpha\sqrt{p}}\cdot\int\frac{dx\sqrt{(k+x)(\alpha^2-x^2)}}{r+x}\cdot\log.\frac{q-x}{r+x}$$
$$-\frac{2\beta}{\alpha\sqrt{p}}\cdot\int\frac{dx\cdot\sqrt{(k+x)(\alpha^2-x^2)}}{r+x}\log\left[1+\frac{\beta^2(\alpha^2-x^2)}{\alpha^2(q-x)^2}\right].$$

où toutes les intégrales doivent être prises depuis $x=-\alpha$ jusqu'à $x=\alpha$.

Les quantités k et r étant censées beaucoup plus grandes que x, on peut simplifier cette expression en négligeant les termes multipliés par $\frac{x}{k}$ ou par $\frac{x}{r}$:
alors l'on a

$$\frac{\sqrt{(k+x)(\alpha^2-x^2)}}{r+x}=\frac{\sqrt{k}}{r}\cdot\sqrt{\alpha^2-x^2},$$

$$\log.\frac{q-x}{r+x}=\log.q-x-\log.r;$$

et par conséquent

$$2\int A'\,dx=\frac{4}{p}\cdot\int dx\,(k+x)\,\text{arc. tang.}\left[\frac{\beta\sqrt{\alpha^2-x^2}}{\alpha(q-x)}\right]$$
$$+\frac{\beta\sqrt{k}\cdot\log.(\alpha.4^4.r^4)}{\alpha r\sqrt{p}}\cdot\int dx\sqrt{\alpha^2-x^2}$$
$$-\frac{3\beta\sqrt{k}}{\alpha r\sqrt{p}}\cdot\int dx\sqrt{\alpha^2-x^2}\cdot\log.(q-x)$$
$$-\frac{2\beta\sqrt{k}}{\alpha r\sqrt{p}}\cdot\int dx\sqrt{\alpha^2-x^2}\cdot\log.\left\{\alpha^2(q^2+\beta^2)-2\alpha^2qx+(\alpha^2-\beta^2)x^2\right\}$$

Soit, pour plus de simplicité;

$$H = \alpha^2 q^2 - (\alpha^2 - \beta^2)(q^2 + \beta^2),$$

on aura

$$(\alpha^2 - \beta^2) \cdot \{\alpha^2(q^2 + \beta^2) - 2\alpha^2 qx + x^2(\alpha^2 - \beta^2)\}$$
$$= \{\alpha^2 q + \alpha\sqrt{H} - x(\alpha^2 - \beta^2)\}\{\alpha^2 q - \alpha\sqrt{H} - x(\alpha^2 - \beta^2)\},$$

et par conséquent

$$\log . \{\alpha^2(q^2 + \beta^2) - 2\alpha^2 qx + x^2(\alpha^2 - \beta^2)\}$$
$$= \log . \alpha^2(q^2 + \beta^2) + \log . (1 - hx) + \log . (1 - h'x),$$

en faisant pour abréger

$$h = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 q + \alpha\sqrt{H}}, \quad h' = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 q - \alpha\sqrt{H}}.$$

Il suit de-là que nous avons

$$2\int A' dx = \frac{4}{p} \cdot \int dx (k + x) \cdot \text{arc . tang} . \left[\frac{\beta\sqrt{\alpha^2 - x^2}}{\alpha(q - x)}\right]$$
$$+ \frac{\beta\sqrt{k}}{\alpha r\sqrt{p}} \log . \left[\frac{4^4 . r^4}{\alpha^3 . (q^2 + \beta^2)^2}\right] \cdot \int dx \sqrt{\alpha^2 - x^2}$$
$$- \frac{3\beta\sqrt{k}}{\alpha r\sqrt{p}} \cdot \int dx \sqrt{\alpha^2 - x^2} . \log . (q - x)$$
$$- \frac{2\beta\sqrt{k}}{\alpha r\sqrt{p}} \cdot \int dx \sqrt{\alpha^2 - x^2} . \log . (1 - hx)$$
$$- \frac{2\beta\sqrt{k}}{\alpha r\sqrt{p}} \cdot \int dx \sqrt{\alpha^2 - x^2} \log . (1 - h'x)$$

11. La possibilité de ces intégrations est manifeste; mais le calcul en est assez pénible pour qu'il ne soit pas tout-à-fait inutile de le rapporter ici.

En exceptant la première de ces intégrales on obtient aisément toutes les autres, en faisant $x = -\alpha\cos\varphi$, et inté-

grant depuis $\varphi = 0$ jusqu'à $\varphi = \pi$. Pour cela, il faudra recourir à la série connue;

$$\log.(1+n\cos\varphi) = -\log.\frac{2m}{n} + \frac{2}{1}m.\cos\varphi - \frac{2}{2}m^2.\cos 2\varphi$$
$$+\frac{2}{3}m^3\cos 3\varphi - \frac{3}{4}m^4\cos 4\varphi + \text{etc.},$$

dans laquelle

$$m = \frac{1-\sqrt{1-n^2}}{n};$$

et par son moyen l'on obtiendra les résultats suivans;

$$\int dx\sqrt{a^2-x^2} = \frac{\pi}{2}.a^2;$$

$$\int dx\sqrt{a^2-x^2}.\log.(q-x) = \frac{\pi}{2}a^2\log.q - \frac{\pi}{2}a^2.\log.\left(\frac{2m'q}{a}\right) + \frac{\pi a^2}{4}m'^2;$$

$$\int dx\sqrt{a^2-x^2}\log.(1-hx) = -\frac{\pi}{2}a^2.\log.\left(\frac{2m''}{ah}\right) + \frac{\pi a^2}{4}.m''^2,$$

$$\int dx\sqrt{a^2-x^2}\log.(1-hx) = -\frac{\pi}{2}a^2\log.\left(\frac{2m'''}{ah'}\right) + \frac{\pi a^2}{4}.m'''^2,$$

où l'on a;

$$m' = q - \frac{\sqrt{q^2-a^2}}{a},$$

$$m'' = \frac{1-\sqrt{1-h^2a^2}}{ah}$$

$$m''' = \frac{1-\sqrt{1-h'^2a^2}}{ah'}.$$

Maintenant si l'on remarque que l'on a

$$\log.\frac{4m''.m'''}{a^2hh'} = \log\left[4\left(1-\sqrt{1-h^2a^2}\right)\left(1-\sqrt{1-h'^2a^2}\right)\right] - \log.(a^2hh')^2,$$

$$a^2hh' = \frac{a^2-\beta^2}{q^2+\beta^2}$$

on trouvera sans difficulté

$$2\int A'\,dx = \frac{4}{p}\cdot\int dx\,(k+x)\,\text{arc . tang .}\left[\frac{\beta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}{\alpha(q-x)}\right]$$
$$-\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{2r\sqrt{p}}\cdot\left(\frac{3}{2}m'^2+m''^2+m'''^2\right)$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[\frac{(4r)^2(q^2+\beta^2)}{(\alpha q)^{\frac{3}{2}}(\alpha^2-\beta^2)^2}\right]$$
$$+\frac{3\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{2r\sqrt{p}}\log.\left(\frac{2m'q}{\alpha}\right)$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.4\left(1-\sqrt{1-h^2\alpha^2}\right)\left(1-\sqrt{1-h'^2\alpha^2}\right);$$

ou bien, en substituant pour m' sa valeur,

$$2\int A'\,dx = \frac{4}{p}\int dx\,(k+x)\,\text{arc . tang .}\left[\frac{\beta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}{\alpha(q-x)}\right]$$
$$-\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{2r\sqrt{p}}\left(\frac{3}{2}m'^2+m''^2+m'''^2\right)$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[\frac{2\sqrt{2}\cdot 4^3\cdot r^2\cdot(q^2+\beta^2)\left(q-\sqrt{q^2-\alpha^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\alpha^{\frac{9}{2}}\cdot(\alpha^2-\beta^2)^2}\right]$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[\left(1-\sqrt{1-h^2\alpha^2}\right)\left(1-\sqrt{1-h'^2\alpha^2}\right)\right]$$

12. Occupons nous maintenant de l'intégration du premier terme qui entre dans cette expression. Faisons, pour plus de simplicité, $\lambda=\frac{\alpha}{\beta}$; et

$$X=\int dx\,\text{arc . tang .}\frac{\sqrt{\alpha^2-x^2}}{\lambda(q-x)},$$
$$X'=\int x\,dx\,\text{. arc . tang .}\frac{\sqrt{\alpha^2-x^2}}{\lambda(q-x)}.$$

soit

$$\sqrt{a^2-x^2}=y(a-x);$$

on aura

$$x=\frac{a(y^2-1)}{y^2+1};$$

$$X=4a\int\frac{ydy}{(1+y^2)^2}\cdot\text{arc . tang .}\left[\frac{2a}{\lambda}\cdot\frac{y}{(q+a)+y^2(q-a)}\right],$$

$$X'=4a^2\int\frac{ydy\,.\,(y^2-1)}{(1+y^2)^3}\,\text{arc . tang .}\left[\frac{2a}{\lambda}\cdot\frac{y}{(q+a)+y^2(q-a)}\right].$$

Les limites de y correspondantes à celles de x étant $y=0$, $y=\infty$ on trouvera, en intégrant par parties;

$$X=2a\cdot\int\frac{dy(a-by^2)}{(1+y^2)\{y^2+(a+by^2)^2\}},$$

$$X'=2a^2\cdot\int\frac{y^2dy(a-by^2)}{(1+y^2)^2\cdot\{y^2+(a+by^2)^2\}};$$

où l'on a

$$a=\frac{\lambda}{2a}(q+a);\ b=\frac{\lambda}{2a}(q-a).$$

Actuellement, si nous supposons les constantes P, Q; A, B déterminées d'après les équations;

$$(f)\ldots\begin{cases}Q+Pa^2=a;\\ P(1+2ab-b^2)+Q=-b;\end{cases}$$

$$(f')\ldots\begin{cases}A(1+2ab-2a^2)+B(a^2-b^2)=a;\\ A(b^2-a^2)+B(1+2ab-2b^2)=-b;\end{cases}$$

il est clair que l'on aura

$$X = 2\alpha P \int \frac{dy}{1+y^2} + \int \frac{dy\,(2\alpha Q - 2\alpha P b^2 . y^2)}{y^2+(a+by^2)^2}$$

$$X' = 2\alpha^2 \int \frac{dy\,(A+By^2)}{(1+y^2)^2} - 2\alpha^2 \int \frac{dy\,(Aa^2+Bb^2y^2)}{y^6+(a+by^2)^2}.$$

Or il est démontré que, en intégrant depuis $y = 0$ jusqu'à $y = \infty$, l'on a toujours

$$\int \frac{dy}{q+q'y^2+q''y^4} = \frac{\pi}{2\sqrt{qq'+2q\sqrt{qq''}}}$$

$$\int \frac{y^2 dy}{q+q'y^2+q''y^4} = \frac{\pi}{2\sqrt{q''q'+2q''\sqrt{qq''}}};$$

partant il viendra

$$\int \frac{dy}{y^2+(a+by^2)^2} = \frac{\pi}{2b\sqrt{1+4ab}},$$

$$\int \frac{y^2 dy}{y^2+(a+by^2)^2} = \frac{\pi}{2b\sqrt{1+4ab}}.$$

Cela posé, l'on trouvera

$$X = \pi\alpha\left\{P + \frac{Q}{a\sqrt{1+4ab}} - \frac{Pb}{\sqrt{1+4ab}}\right\},$$

$$X' = \frac{\pi}{2}\alpha^2(A+B) - \frac{\pi\alpha^2(Aa+Bb)}{\sqrt{1+4ab}}:$$

Mais les équations (f) donnent

$$P = \frac{-(a+b)}{1-(a-b)^2},$$

$$Q = a - Pa^2;$$

donc l'on aura

$$X = \frac{\pi\alpha.\{\sqrt{1+4ab}-(a+b)\}}{1-(a-b)^2},$$

et en substituant pour a et b leurs valeurs il viendra

$$X=\frac{\pi\lambda}{\lambda^2-1}\left(q-\sqrt{q^2-\alpha^2\frac{(\lambda^2-1)}{\lambda^2}}\right),$$

ou bien

$$X=\frac{\pi\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}\left(q-\sqrt{q^2-(\alpha^2-\beta^2)}\right).$$

Avant d'aller plus loin nous ferons observer, que, d'après la remarque posée au N.° 8 on aurait

$$\frac{4\pi\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}\left(q-\sqrt{q^2-(\alpha^2-\beta^2)}\right)$$

pour l'attraction d'un cylindre de longueur infinie ayant pour base une ellipse sur un point placé dans la section de son milieu sur le prolongement du grand-axe de l'ellipse à une distance q du centre.

Les équations (f'), en y substituant pour a, b leurs valeurs, deviennent;

$$A(\beta^2-\alpha^2-\alpha q)+q\alpha B=\tfrac{1}{2}\beta(q+\alpha)$$
$$Aq\alpha-B(\beta^2-\alpha^2+\alpha q)=\tfrac{1}{2}\beta(q-\alpha):$$

on tire de-là

$$A=\frac{1}{2}\beta\left\{\frac{(\alpha+q)(\beta^2-\alpha^2)+2\alpha q^2}{(\alpha^2-\beta^2)^2}\right\}$$
$$B=\frac{1}{2}\beta\cdot\left\{\frac{(\alpha-q)(\beta^2-\alpha^2)+2\alpha q^2}{(\alpha^2-\beta^2)^2}\right\};$$

et par conséquent

$$A+B=\frac{\alpha\beta\cdot\{\beta^2-\alpha^2+2q^2\}}{(\alpha^2-\beta^2)^2},$$
$$A-B=\frac{\beta q}{\beta^2-\alpha^2}.$$

Mais

$$Aa+Bb=\frac{q}{2\beta}(A+B)+\frac{\alpha}{2\beta}(A-B),$$

partant l'on aura

$$Aa+Bb=\frac{\alpha q.(q^2+\beta^2-\alpha^2)}{(\alpha^2-\beta^2)^2},$$

$$\frac{Aa+Bb}{\sqrt{1+4ab}}=\frac{q\alpha\beta.\sqrt{q^2-(\alpha^2-\beta^2)}}{(\alpha^2-\beta^2)^2}.$$

Substituant ces valeurs dans celle de X', il en résultera ;

$$X'=\frac{\pi.\beta\alpha^3}{2}.\left\{\frac{\beta^2-\alpha^2+2q^2-2q\sqrt{q^2-(\alpha^2-\beta^2)}}{(\alpha^2-\beta^2)^2}\right\},$$

ou bien

$$X'=\frac{\pi\beta\alpha^3}{2}\left\{\frac{q^2-\sqrt{q^2-(x^2-\beta^2)}}{\alpha^2-\beta^2}\right\}^2.$$

En comparant cette valeur de X' avec celle de X on en tire

$$X'=\frac{\alpha}{2\pi\beta}.X^2,$$

ce qui constitue un théorème assez remarquable:
si l'on fait pour plus de simplicité,

$$G=\frac{q-\sqrt{q^2-(\alpha^2-\beta^2)}}{\alpha^2-\beta^2}$$

on aura enfin

$$\frac{4}{p}(kX+X)=\frac{4\pi\alpha\beta G}{p}.\left(k+\frac{1}{2}\alpha^2 G\right);$$

$$2\int A'\,dx = \frac{4\pi\alpha\beta G}{p}\left(k+\frac{1}{2}\alpha^2 G\right)$$
$$-\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{2r\sqrt{p}}\left(\frac{3}{2}m'^2+m''^2+m'''^2\right)$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[\frac{2\sqrt{2}\cdot 4^3\cdot r^2\cdot(q^2+\beta^2)(q-\sqrt{q^2-\alpha^2})^{\frac{3}{2}}}{\alpha^{\frac{9}{2}}(\alpha^2-\beta^2)^2}\right]$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[(1-\sqrt{1-h^2\alpha^2})(1-\sqrt{1-h'^2\alpha^2})\right]$$

13. Pour appliquer cette formule aux points situés sur la circonférence même de l'équateur de l'anneau, il faudra supposer $q=\alpha$: on conclut de-là

$$\alpha h = \frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha^2+\beta^2}; \qquad \alpha h' = 1;$$
$$1-\sqrt{1-\alpha^2h^2} = \frac{(\alpha-\beta)^2}{\alpha^2+\beta^2};$$
$$1-\sqrt{1-\alpha^2h'^2} = 1;$$
$$m'=1; \qquad m''=\frac{\alpha-\beta}{\alpha^2+\beta}; \qquad m'''=1; \qquad G=\frac{1}{\alpha+\beta};$$

et par conséquent

$$2\int A'\,dx = \frac{4\pi\alpha\beta}{(\alpha+\beta)}\left\{\frac{k}{p}+\frac{\alpha^2}{2p(\alpha+\beta)}\right\}$$
$$-\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{2r\sqrt{p}}\left\{\frac{5}{2}+\left(\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\right)^2\right\}$$
$$+\frac{\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[\frac{2\sqrt{2}\cdot 4^3\cdot r^2\cdot(\alpha^2+\beta^2)}{\alpha^3\cdot(\alpha^2-\beta^2)^2}\right]$$
$$+\frac{2\pi\alpha\beta\sqrt{k}}{r\sqrt{p}}\log.\left[\frac{\alpha-\beta}{\sqrt{\alpha^2+r^2}}\right].$$

Suivant que l'on fera dans cette formule $p = k + \alpha$ ou $p = k - \alpha$ l'on aura la pésanteur de l'anneau sur les points extérieurs ou intérieurs. Et pour la reduire en nombres, en prenant pour unité la largeur de l'anneau intérieur, et supposant l'épaisseur de l'anneau égale à une seconde, il faudra faire ;

$$\alpha = \frac{1}{5}, \beta = \frac{1}{30}, k = \frac{6}{5};$$

ensuite on prendra

$p = 1$ pour avoir l'attraction sur les points intérieurs

$p = \frac{7}{5}$ pour avoir l'attraction sur les points extérieurs.

§. 4.

De l'attraction d'un cylindre à base elliptique de longuenr infinie sur un point extérieur à sa surface.

1. Ce problème peut être résolu de plusieurs manières; mais ce qu'il y a de plus simple me paraît de le déduire des formules générales de l'attraction de l'ellipsoïde homogène. Car, l'équation de la surface de ce solide étant représentée par

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1,$$

il est évident qu'il n'y a qu'à supposer infini un des trois axes α, β, γ pour adapter la théorie formée sur l'ellipsoïde au cas du cylindre que nous voulons considérer.

Ainsi en faisant $\gamma = \infty$, $m^2 = \alpha^2 - \beta^2$; et nommant A, B les attractions du cylindre respectivement parallèles aux axes α, β, on aura

$$A = \frac{4\pi . f . \alpha\beta}{\alpha'} \int \frac{x\,dx}{\sqrt{\alpha'^2 - m^2 x^2}},$$

$$B = \frac{4\pi g . \alpha\beta}{\beta'} \cdot \int \frac{x\,dx}{\sqrt{\beta'^2 + m^2 x^2}},$$

les intégrales étant prises depuis $x = 0$ jusqu'à $x = 1$. Les lettres f, g désignent les coordonnées du point attiré, parallèles aux axes α, β de l'ellipse; et

$$\alpha'^2 = \alpha^2 + \xi, \qquad \beta'^2 = \beta^2 + \xi,$$

ξ étant une quantité qui doit être déterminée par l'équation

$$\frac{f^2}{\alpha^2 + \xi} + \frac{g^2}{\beta^2 + \xi} = 1.$$

On peut voir la démonstration de ces formules dans le tome 2 des Exercices de Calcul intégral de M. Legendre (page 528).

2. Puisque $\beta'^2 = \alpha'^2 - m^2$, l'équation précédente donne

$$\frac{f^2}{\alpha^2} + \frac{g^2}{\alpha'^2 - m^2} = 1;$$

En la résolvant par rapport a α'^2 on obtient;

$$\alpha'^2 = \frac{1}{2}\left(f^2 + g^2 + m^2\right) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(f^2 + g^2 + m^2)^2 - 4m^2 f^2},$$

et par conséquent

$$\alpha' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{g^2 + (f + m)^2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{g^2 + (f - m)^2}.$$

La courbe du second degré qui passe par le point attiré est une ellipse ou une hyperbole suivant que l'on prend le signe supérieur ou inférieur dans cette valeur de α' : il faudra donc dans le cas actuel prendre le signe supérieur, ce qui donne :

$$\alpha' = \tfrac{1}{2}\sqrt{p} + \tfrac{1}{2}\sqrt{q},$$

en faisant pour abréger

$$p = g^2 + (f+m)^2, \; q = g^2 + (f-m)^2.$$

3. Cela posé, si l'on exécute les deux intégrations on trouvera sans difficulté ;

$$(1)\ldots\ A = \frac{4\pi f.\alpha\beta}{m^2}\left(\frac{\alpha' - \sqrt{\alpha'^2 - m^2}}{\alpha'}\right)$$

$$(2)\ldots\ B = \frac{4\pi g.\alpha\beta}{m^2}\left(\frac{\alpha' - \sqrt{\alpha'^2 - m^2}}{\sqrt{\alpha'^2 - m^2}}\right).$$

Lorsque le point attiré se trouve sur la surface même du cylindre, il est clair que l'on a

$$\alpha' = \alpha, \qquad \beta' = \beta,$$

puisque l'on doit avoir en même tems

$$\frac{f^2}{\alpha^2} + \frac{g^2}{\beta^2} = 1; \qquad \frac{f^2}{\alpha'^2} + \frac{g^2}{\beta'^2} = 1.$$

Les expressions générales de A, B deviennent donc, en y substituant pour m^2 sa valeur ;

$$A = \frac{4\pi f.\beta}{\alpha+\beta}, \qquad B = \frac{4\pi g.\alpha}{\alpha+\beta}.$$

Ces deux formules constituent la base de la théorie de la figure de l'anneau de Saturne donnée par M. LAPLACE. (Voyez M. C. tome IV).

4. Dans le cas général les valeurs précédentes de A, B sont susceptibles de plusieurs transformations remarquables que nous allons rapporter.

Remarquons d'abord que l'on a

$$\frac{\sqrt{\alpha'^2-m^2}}{\alpha'} = \frac{\sqrt{(p-q)^2-4m^2(\sqrt{p}-\sqrt{q})^2}}{p-q}$$

ou bien

$$\frac{\sqrt{\alpha'^2-m^2}}{\alpha'} = \frac{1}{2f}\cdot\sqrt{4f^2-(\sqrt{p}-\sqrt{q})^2}\ ;$$

ainsi en substituant pour p et q leurs valeurs, il viendra

$$\frac{\sqrt{\alpha'^2-m^2}}{\alpha'} = \frac{1}{2f}\cdot\sqrt{2(f^2-g^2-m^2)+2\sqrt{(f^2-g^2-m^2)^2+4f^2g^2}}\ :$$

Il suit de-là que

$$(1)'\ldots A = \frac{2\pi\alpha\beta}{m^2}\left\{2f-\sqrt{2(f^2-g^2-m^2)+2\sqrt{(f^2-g^2-m^2)^2+4f^2g^2}}\right\}$$

$$(2)'\ldots B = -\frac{4\pi\alpha\beta\cdot g}{m^2}\left\{1-\frac{2f}{\sqrt{2(f^2-g^2-m^2)+2\sqrt{(f^2-g^2-m^2)^2+4f^2g^2}}}\right\}$$

Remarquons maintenant que la quantité affectée du radical peut être mise sous la forme

$$\sqrt{(f+g\sqrt{-1})^2-m^2}+\sqrt{(f-g\sqrt{-1})^2-m^2}\ :$$

donc, si l'on fait pour plus de simplicité ;

$$M = (f+g\sqrt{-1})^2-m^2\ ,$$

$$N = (f-g\sqrt{-1})^2-m^2\ ;$$

et par conséquent

$$M - N = 4fg\sqrt{-1},$$

il est clair que l'on aura

$$A = \frac{2\pi\alpha\beta}{m^2}\left\{2f - \sqrt{M} - \sqrt{N}\right\}$$

$$B = \frac{2\pi\alpha\beta\sqrt{-1}}{m^2}\left\{2g\sqrt{-1} - \frac{(M-N)}{\sqrt{M}+\sqrt{N}}\right\};$$

ou bien

$$(1)''\ldots A = \frac{2\pi\alpha\beta}{m^2}\left\{(f+g\sqrt{-1}) - \sqrt{M} + (f-g\sqrt{-1}) - \sqrt{N}\right\},$$

$$(2)''\ldots B = \frac{2\pi\alpha\beta\sqrt{-1}}{m^2}\left\{(f+g\sqrt{-1}) - \sqrt{M} - (f-g\sqrt{-1}) + \sqrt{N}\right\}.$$

5. Maintenant, si l'on fait

$$\varphi(f) = f - \sqrt{f^2 - m^2},$$

il est évident que l'on a

$$A = \frac{2\pi\alpha\beta}{m^2}\left\{\varphi(f+g\sqrt{-1}) + \varphi(f-g\sqrt{-1})\right\},$$

$$B = \frac{2\pi\alpha\beta\sqrt{-1}}{m^2}\left\{\varphi(f+g\sqrt{-1}) - \varphi(f-g\sqrt{-1})\right\}.$$

On sait que la forme de ces dernières expressions peut être démontrée par l'intégration directe de l'équation aux différences partielles du second ordre qui sert de fondement à la théorie générale de l'attraction des sphéroïdes; mais il n'est pas sans intérêt de voir que la même conclusion peut être dérivée du résultat même que fournit la solution plus simple du problème:

En partant de-là on ramène la recherche des valeurs de A, B à celle du cas particulier où l'on a $g=0$. En effet en nommant A' ce que devient A dans ce cas l'on aura

$$A' = \frac{2\pi\alpha\beta}{m^2} \cdot 2\varphi(f).$$

Donc, si l'on fait;

$$\frac{1}{2}A' = \frac{2\pi\alpha\beta}{m^2} \cdot \varphi(f) = \psi(f)$$

il est clair que l'on a

$$A = \psi(f+g\sqrt{-1}) + \psi(f-g\sqrt{-1})$$

$$B = \sqrt{-1} \cdot \{\psi(f+g\sqrt{-1}) - \psi(f-g\sqrt{-1})\}.$$

Tout se réduit donc à chercher la valeur de A'. Et pour cela il n'y a qu'à partager le cylindre dans une infinité de tranches rectangulaires, conformément à ce qui a été dit au n.° 8 de l'article précédent. Alors d'après le calcul fait au n.° 12 du même article, l'on a immédiatement;

$$\psi(f) = \frac{2\pi\alpha\beta}{\alpha^2-\beta^2}\left(f - \sqrt{f^2-(\alpha^2-\beta^2)}\right).$$

ELOGIO

DEL PROFESSORE BRUGNONE

Letto nell' Adunanza del dì 28 febbrajo 1819

DAL PROFESSORE GIACINTO CARENA

SEGRETARIO DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE.

L'Accademico e Professore Carlo Giovanni Brugnone fu uno scienziato oltremodo ragguardevole, degno dell'ammirazione e della gratitudine de' suoi concittadini; conciossiachè oltre al pregio di dottissime opere pubblicate, ebbe il singolar vanto di avere egli il primo trapiantato nel patrio suolo nuovi rami di scienza naturale.

La patria di lui fu Ricaldone, presso Acqui, ove egli nacque il dì 27 di agosto del 1741, morì in Torino alli 3 di marzo del 1818.

Giunto all'età di diciassette anni fu ammesso per via di concorso, fra gli alunni del *Collegio delle Provincie*, e per sei anni attese indefessamente allo studio della Chirurgia nella Regia Università di Torino.

In marzo del 1764, conseguì il supremo grado in Chirurgia, e se li conferì a un tempo istesso l'aggregazione al Collegio di quella facoltà.

Fiorentissima era l'Università: lo studio della Medicina; per tacer ora delli altri, ne accresceva il lustro: numerosi ministri di Esculapio erano assiduamente intenti nelle città e nelle campagne a conservare la sanità degli uomini, a

fortificarla cagionevole, a ridonarla perduta. Ma nessuno sapea poi a quale giudicioso partito appigliarsi quando si trattava di prevenire ovvero di guarire i diversi morbi onde sono talora oppressi quelli animali che l'uomo, sin dai più remoti tempi, volle compagni de' suoi lavori, della sua industria, de' suoi piaceri. Il Re Carlo Emanuele terzo, di sempre grata e venerabile memoria, volendo provvedere a questo difetto, divisò di mandare il Brugnone a frequentare le rinomate scuole di Francia, per apprendervi l'arte che chiamasi Veterinaria; il quale scientifico intraprendimento non potea per verità venir commesso a persona più capace di lui a condurlo a buon fine. Studiò egli tre anni nella scuola di Lione, e due in quella di Alfort. Nel 1769 il Re richiamollo ne' suoi stati, vi fondò una scuola Veterinaria, e il nominò a Direttore.

Egli è inutile che io imprenda a dimostrare quali vantaggi, e qual lustro abbia ricevuto la nostra Patria da questa nuova instituzione, e da un tale Direttore; sarebbe questo un voler provare che il regolato studio intorno alla natura degli animali domestici, e all' indole delle loro malattie, è miglior cosa che non li incerti metodi di guarigione, derivati da una cieca imitazione, o generati dall' ignoranza, e talora anche dalla superstizione. L' età nostra, per somma ventura, non abbisogna di cotali prove.

L' Anatomia stessa, e la fisiologia dell' uomo dovettero fare più rapidi progressi fra noi, dacchè lo studio di esse venne rischiarato dall' analogia: nè altrimenti quelle rilevantissime discipline ricevettero notabile incremento dalli

Harvey, dalli Hunter, dai Daubenton, dai Camper, dai Cuvier, fuorichè con la scorta dell' anatomia *comparata*, e con lo studio delle animali e vitali funzioni osservate in mille guise negli animali, così dissimili a noi, e così a noi somiglianti.

Egli è infatti notissima cosa che una scienza qualunque è, in certo modo, composta di tutte quelle altre che possono, anche indirettamente, concorrere a un maggior rischiaramento, o a un migliore ordinamento dei fatti, o alla più facile cognizione delle cagioni. Il possedimento delle accennate affini discipline fu appunto quello che formò del Brugnone un profondo anatomico, e il rendette quanto altri mai idoneo all' insegnamento della Chirurgia nell' Università, e all' instruzione delli allievi veterinarii. Così sin dal 1769 fu Direttore della scuola Veterinaria fondata per ordine sovrano: nel 1780 fu nominato Professore sostituito di Chirurgia nell' Università, col particolare incarico di insegnare la dissecazione: nel 1783 fu eletto Chirurgo maggiore dell' Ergastolo, e nel 1791 gli fu affidata la direzione delle Regie mandrie di Chivasso, e delle Regie stalle nella Capitale. In seguito fu nominato Professore di notomia pratica e comparata all' Università, poi di nuovo Professore di notomia nella scuola Veterinaria, il corso della quale era stato interrotto per le note vicende de' tempi.

Ogni volta poi che in Piemonte qualche epidemico morbo minacciò di far strage degli uomini, o di distruggere gli armenti, il Professore Brugnone venne sempre consultato con fiducia dal Magistrato di sanità, e frequentemente fu

mandato sulla faccia dei luoghi per arrestare i progressi del morbo, o per minorarne i danni.

Le narrate incumbenze onde il Brugnone fu incaricato dimostrano in qual pregio fosse tenuta la sua dottrina, e la sua probità. E a chi meglio che a lui quelle importanti incumbenze poteano venir affidate? a lui che il primo avea ridotto fra noi in vera arte ciò che dianzi non era se non una pratica incerta? a lui che, in ogni occorrenza, ai lumi dell' arte acquistati ne' suoi studi, e ne' suoi viaggi, altri ne sapea aggiungere, tratti dalle esatte sue sperienze, e dalle giustissime osservazioni? E quest' ultima sorgente di cognizioni fu appunto quella che gli diede facilità di pubblicare pregiatissime opere intorno a varii argomenti che dianzi erano poco noti, o doveano impararsi da' libri d'oltremonti. Oltre alle quali opere elementali altre ne dettò in seguito, ripiene di recondita dottrina, e riputatissime dal mondo letterario, sì che alcuna di esse ebbe onore di traduzione in lingua straniera. Così il suo trattato *delle razze de' cavalli* fu tradotto in Tedesco, siccome leggesi nel Tom. 4 *scriptorum rei rusticae veterum latinorum* pag. 20. Lipsiae 1797. L' eruditissimo Editore di quest' opera, il sig. Gottlob Schneider ne' suoi commentarii fa del nostro Brugnone frequente onorevolissima menzione, e la stessa cosa fa il sig. Tessier nelle sue *Recherches sur la durée de la gestation et de l'incubation dans les femelles de plusieurs quadrupedes et oiseaux domestiques*, memoria letta alla Reale Accademia delle scienze di Parigi nell' adunanza dei 12 maggio 1817.

Affinchè però questa mia narrazione non oltrepassi i brevissimi confini che io mi ho prefissi, non ragionerò partitamente di tutte le opere del Brugnone, ma aggiungerò in fine il catalogo delle medesime, locchè basterà a dimostrare, meglio che nol saprei io fare con parole, a chi vorrà percorrerle, la profondità e la varietà delle sue cognizioni.

Queste opere lo appalesarono, a ogni contrada d' Europa, colto e profondo scrittore, e molte Accademie ebbero a gloria di inscriverlo a socio. Tali sono, oltre l' Accademia nostra, la Reale Società Agraria di questa città, l' Istituto di Francia, di cui fu corrispondente, la Società degli Anistamici di Belluno, dell' antico Museo di Parigi, d' incoraggiamento per la scienza veterinaria di Coppenaga, d'agricoltura di Parigi, e della scuola medica della stessa città.

Le cose fin qui dette del defunto Collega nostro, gli applausi ricevuti, e gli onori da lui acquistati, dimostrano chiaramente a qual riconoscente figlio la patria abbia porte le braccia per avviarlo nell' onorata carriera; i lavori di lui formano un perpetuo retaggio di gloria e di dottrina che con generoso contraccambio ei lasciò, morendo, alla sua patria. Dolcissima corrispondenza tra la madre ed il figliuolo fu questa, quantunque turbata per brevi. intervalli dalle calamità de' tempi; ma abbondante compenso dovette esser sempre per lui la non mai interrotta stima dei buoni, e soprattutto quel consolante pensiero di avere impiegata una lunga vita tutta intera pel bene dell' umanità, per la prosperità de' suoi concittadini, per l' onore della cara patria, e per la propria rinomanza.

CATALOGO

DELLE OPERE STAMPATE

DEL PROFESSORE BRUGNONE.

1. La Mascalcia ossia la Medicina veterinaria ridotta ai suoi veri principii. Torino 1774 in 8.° Stamperia Reale.
2. Storia della Squinanzia cancrenosa manifestatasi sui cavalli a Torino nella *Scelta d' opuscoli interessanti ec.* vol. 2 p. 64 e vol. 3 p. 3.
3. Trattato delle razze de' cavalli. Torino 1781 in 8.° presso Reycends.
4. Recherches physiques sur la nature et sur les causes d'une epizootie qui se manifesta à Fossan parmi les chevaux des dragons du Roi. (*Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino , vol. VI (dell' intera serie) pag.* 33 , *parte* 1.ª)
5. De testium in foetu positu , de eorum in scrotum descensu : de tunicarum , quibus hi continentur , numero et origine , dissertatio. Ibid. Vol. VII pag. 13 parte 2.da
6. Observations anatomiques sur les vesicules seminales , tendantes à en confirmer l'usage. Ibid. Vol. VIII pag. 609.
7. Observations et expériences sur la qualité veneneuse , et même meurtrière de la renoncule des champs. Ibid. Vol. IX pag. 108.

8. De ovariis, eorumque corpore luteo, observationes anatomicae. Ibid. pag. 393.
9. Descrizione e cura preservativa dell' epizoozia delle galline, serpeggiante in questa città, e ne' suoi contorni. Torino 1790 in 8.° Stamperia Reale.
10. Description d'un monstre humain. Memorie dell' Accademia delle scienze Vol.XI pag. 271.
11. Descrizione e cura del morbo contagioso, serpeggiante sulle bestie bovine. Torino 1795 in 8.° Stamperia Reale.
12. Del vajuolo dei quadrupedi e degli uccelli. Memorie della Reale Società Agraria di Torino Vol. IX pag. 1.
13. Discours d'inauguration prononcé dans la grande salle de l'Université le 27 prairial an X à l'ouverture solemnelle de l'école vétérinaire. Turin messidor an X in 8.° chez Buzan.
14. Ippometria ad uso degli studenti della scuola veterinaria. Torino 1802 in 8.° dai tipi di Felice Buzano.
15. Bometria ad uso degli studenti della scuola veterinaria. Torino come sopra.
16. Opere anatomiche e cerusiche di Ambrogio Bertrandi, pubblicate e accresciute di note e di supplementi dai Cerusici Gio. Antonio Penchienati, e Giovanni Brugnone. Torino 1786-802 14 Vol. in 8.° con figure presso Reycends et Botta.
17. Observations anatomiques sur l'origine de la membrane du tympan, et sur celle de la caisse. Memorie dell'Accademia delle scienze Vol. XII p. 1.

18. Observations myologiques. Ibid. p. 157.
19. Mémoire sur l'introduction dans la 27.e division militaire des bêtes à laine de race Espagnole, et sur leur éducation. *Bibliothéque Italienne* Turin Vol. III. p. 213.
20. Essai anatomique et physiologique sur la digestion dans les oiseaux. Memorie dell'Accademia Vol. XVI p. 306.
21. Des animaux ruminans et de la rumination. Ibid. Vol. XVIII p. l. 309.
22. Sur une découverte concernant la vaccine. *Bibliothéque Italienne* Vol. 1 p. 145.

MEMORIA

SULL' ELETTRICITÀ DELL' ORINA

DEL MEDICO

CARLO FRANCESCO BELLINGERI

Rimessa il dì 24 gennajo 1819.

L' esimio Professore Vassalli-Eandi è il primo, che ha intrapreso esperimenti sull' elettricità dell' orina, e riconobbe per mezzo del suo elettrometro essere negativa l' elettricità di quest' umore animale. Il celebre Volta ripetè pure quest' esperienza, ed ora vide essere negativa notabilmente l' elettricità dell' orina, ed ora non produrre nissun segno di elettricità sensibile all' elettrometro (1). Mi sono io proposto di continuare siffatto genere di esperienze, ed a fine di poter in ogni circostanza riconoscere il vero stato di elettricità dell' orina, ho preferito di esaminarla per mezzo del galvanismo, mettendola in paragone co' diversi metalli, onde potere scoprire l' elettricità esistente allo stato libero, e quella che trovasi in combinazione coll' orina, e non suscettibile di essere esaminata per mezzo dell' elettrometro.

(1) Ved. Brugnatelli giornale Fisico-Medico Tom. II p. 156.

Le mie ricerche furono intraprese e continuate quasi giornalmente dalla metà di dicembre sino alla metà di aprile del 1816, ripigliate durante un mese nella primavera del 1817, e pendente l' autunno dell' ora scorso anno 1818.

Lo credo argomento non indegno della Reale Accademia, poichè è interessante tutto ciò, che risguarda la scienza dell' uomo, e vedo altronde che Wells lesse una memoria alla Società Medico-chirurgica di Londra sulla coagulabilità dell' orina nelle idropi, e successivamente venne stampata altra sua simile dissertazione nel tomo III delle transazioni della Società stabilita a Londra per il perfezionamento delle scienze Mediche, e Chirurgiche (1).

Divido la presente memoria in quattro parti; nella prima parlasi dell' elettricità dell' orina nello stato di salute; nella seconda si esamina la sua elettricità in diverse malattie; nella terza l' influenza de' rimedj su di essa; nella quarta si espone l' elettricità dell' orina, e del sangue dello stesso individuo nel medesimo tempo.

ARTICOLO I.°

Elettricità dell' orina nello stato di salute.

Volendo esaminare l' elettricità dell' orina devesi prima riconoscere l' elettricità dell' acqua per sapere quale sia

(1) Ved. Biblioth. Britann. Tom. 56 p. 276.

l' elettricità propria dell' aria nel luogo ove si fanno le esperienze (1); e vuolsi avvertire di tenere questa regola, cioè di esperimentare l' elettricità dell' acqua prima che sia resa l' orina, poichè dalla evaporazione di quest' umore si diminuisce grandemente, e diventa molto negativa l' elettricità dell' acqua, per lo più inferiore al piombo, ed in tal caso non si conoscerebbe la vera elettricità dell' aria.

Premesso l' esame dell' elettricità dell' acqua io riceveva l' orina in un bicchiere, immergeva in questo un arco di ottone con la sua base per sostenersi, applicava sopra di essa il nervo crurale della estremità inferiore di una rana, distaccata dalla spina, ed armava tosto la gamba con quel metallo, la di cui elettricità era uguale, o quasi simile a quella dell' acqua; faceva poscia la comunicazione con un arco di ferro tra il metallo armatura della gamba, e l'orina contenuta nel bicchiere, ed osservava se si ottenevano, ed in qual tempo le contrazioni; cambiava quindi successivamente l' armatura metallica, e l' ordine delle armature stesse mettendo il metallo al nervo, ed armando il muscolo coll' orina.

I risultamenti ottenuti dalle mie esperienze mi portano a stabilire, che per lo più l' elettricità dell' orina di persone sane immediatamente dopo l' evacuazione corrisponde colla elettricità dell' acqua, e perciò con quella dell' aria

(1) Ved. la memoria *sull' elettricità de' liquidi minerali* nel tom. XXIV della Reale Accademia pag. 141.

stessa; non sempre però, poichè alcune volte l' elettricità dell' orina sarà minore di quella dell' acqua; per esempio, l' elettricità dell' acqua sarà uguale allo stagno, mentre l'elettricità dell' orina sarà simile al piombo; così pure quando l' elettricità dell' acqua trovasi inferiore al piombo, di raro l' orina discende al medesimo grado. Egli è perciò che l' elettricità dell' orina è realmente, o tende almeno a mettersi in equilibrio coll' elettricità dell' aria. Poche sono le modificazioni, che si sono presentate nel corso de' miei esperimenti quanto all' elettricità dell' acqua, e dell' orina; fu l' elettricità di questi liquidi inferiore, uguale, o superiore al piombo; uguale, o superiore allo stagno. Frequentemente ritrovai corrispondere più o meno l' elettricità dell' orina con quella del piombo, e perciò essere negativa la sua elettricità, osservazione che concorda colle esperienze de' Professori Vassalli-Eandi, e Volta. Quando poi l' orina è rimasta alcune ore in contatto dell' aria; allora la sua elettricità corrisponde perfettamente con quella dell' acqua; a meno, che questa non sia molto negativa, cioè inferiore al piombo (1).

Il diverso stato meteorologico del cielo ha influenza nel cambiare l' elettricità dell' orina sia negli individui sani, che negli ammalati. Nelle giornate con nebbia spessa, e secca ho riscontrato alcune volte essere l' elettricità dell'orina

(1) Nota. Ho dimostrato nella sopra citata memoria essere negativa l'elettricità propria del piombo.

in diverse persone sane molto maggiore di quella dell'acqua, sebbene l' orina quanto al suo colore fosse del tutto naturale: così il giorno 4 novembre 1818 a ore 9 e 1/2 del mattino, essendo il cielo nebbioso carico, l'elettricità dell' acqua era uguale al piombo, inferiore allo stagno, e superiore allo zinco, e l'elettricità dell' orina di due giovani sani era uguale allo stagno, superiore al piombo, ed inferiore all' antimonio, e l' orina aveva un colore naturale. Parimenti nelle giornate piovose, in cui l' uomo si sente aggravato, ed abbattuto di forze fisiche, e morali, trovasi l'elettricità dell'orina molto maggiore di quella dell' acqua; così ad esempio il dì 7 di marzo 1816, giornata molto piovosa, ed in cui io soffriva una gravezza alla testa, ed un senso di stanchezza generale, l' elettricità dell' acqua era uguale al piombo, e quella della mia orina era simile all' antimonio, tale era pure l' elettricità dell' orina di un peripneumonico. In detto giorno si è osservato, che nella città tutte le malattie di natura nervoso-spasmodica si sono generalmente esacerbate, ed il giorno appresso il cielo essendo sereno si sono spontaneamente calmate, e l' elettricità dell' orina in quel giorno era simile a quella dell' acqua, che allora era inferiore allo stagno, e superiore al piombo: il giorno 9 poi essendo il cielo piovoso l' elettricità dell' orina era di nuovo maggiore a quella dell' acqua, mentre l' acqua aveva un' elettricità uguale al piombo, e quella dell' orina era simile allo stagno, e le malattie nervose si sono esacerbate. Non sempre però ne' giorni piovosi l'elettricità

dell' orina è maggiore di quella dell' acqua, ma talora anche uguale, e qualche volta minore.

Allora quando l' orina tosto dopo l' evacuazione ha un'elettricità minore di quella dell' acqua, lasciata in contatto dell' aria, in breve tempo si mette in equilibrio coll' elettricità dell' acqua stessa; quando poi l' elettricità dell' orina è superiore a quella dell' acqua, allora anche per molti giorni, e fin a tanto che non si corrompe, conserva il medesimo grado, che aveva al tempo dell' emissione; che anzi se si esamina tosto evacuata, e pendente l' evaporazione, si troverà la sua elettricità qualche poco minore, poichè l' evaporazione diminuisce il suo stato elettrico, ed esaminandola cessato, che ha di svaporare, la sua elettricità si riscontra un poco maggiore. Parimenti nelle malattie in cui l'elettricità dell' orina è superiore a quella dell' acqua, l' orina anche lungo tempo dopo di essere stata evacuata conserva lo stesso grado di elettricità; e perciò quando questo umore ha un' elettricità maggiore di quella dell' acqua, è sempre meglio esaminarlo terminata che sia l' evaporazione. Lasciando esposta all' aria una simile orina, la sua elettricità si modifica a norma di quella dell' aria, conservando però lo stesso grado superiore ad essa; così se l'elettricità dell'acqua corrisponde per esempio ad otto gradi, e quello dell'orina a dodici, l' elettricità dell' orina sarà di venti, se quella dell' acquà corrisponderà a sedici; e sarà di otto gradi se l' elettricità dell' acqua sarà a quattro.

Dalle fatte esperienze mi consta, che l' elettricità non

ha influenza nella formazione del sedimento nell' orina; poichè si precipita questo liquido, sia quando rimanendo in contatto dell' aria aumenta la propria elettricità, come anche quando diventa minore, o non si cangia. Ho però osservato in alcùni casi, che al momento in cui si forma un copioso precipitato nell' orina, la sua elettricità diventa di alcuni gradi minore di quella dell' acqua, e poscia in breve tempo simile.

Sebbene l' orina paragonandola co' metalli abbia lo stesso grado di elettricità dell' acqua, e sia ad esempio l' elettricità di ciascun liquido uguale a quella dello stagno, ciò non ostante servendosi dell' orina per armatura del muscolo, e dell' acqua per armatura del nervo, fatta la comunicazione tra l' orina, e l' acqua frequentemente si ottiene la contrazione; ma cangiato l' ordine delle armature o non si contrae il muscolo, o si contrae soltanto levando l'arco: il che prova che l' orina posta in paragone coll' acqua ha per lo più una maggiore elettricità di essa.

Quando l' orina passa allo stato di putrefazione si aumenta di molto la sua elettricità. Pare che questo debba attribuirsi allo sviluppo dell' ammoniaca, poichè allora l' elettricità dell' orina si approssima molto a quella dell' ammoniaca stessa, diventando uguale all' elettricità del rame, o dell' argento: io però sono d' opinione, che l' aumento della elettricità sia causa, e non effetto della formazione dell'alcali; è noto che tutte le sostanze dotate di elettricità negativa impediscono, o ritardano la putrefazione, così gli acidi, l' alcool, gli olj, le resine, la canfora ec.

ARTICOLO II.°

Elettricità dell' orina nello stato di malattia.

Distinguo in quest' articolo le malattie in tre classi ; in quelle, che affettano il sistema sanguigno, e sono di natura infiammatoria; in quelle, che si manifestano nel sistema assorbente; ed in quelle, che hanno la loro sede nel sistema nervoso.

Le malattie infiammatorie da me esaminate furono diversi casi di peripneumonie, pleuritidi, catarri acuti, tisi, emottisi, bronchitidi, reumatismi, artritidi, cefalee, diarree, e febbri intermittenti nello stadio del calore. Relativamente a queste malattie dirò in generale, che per lo più ho trovato essere l' elettricità dell' orina, qualunque fosse il suo aspetto, in giusto equilibrio colla elettricità dell' acqua, e dell' orina degli individui sani. Nella maggior parte di esse l' orina era più o meno coagulabile dal calore, dall' alcool, e dall' aceto; mi sono servito dell' aceto comune, perchè più facile ad aversi, e perchè coagula l' albume più intensamente dell' alcool, come ho dimostrato nella mia dissertazione inaugurale (1).

Le varietà che ho osservato relativamente all' elettricità dell' orina sono, in due casi, un aumento di alcuni gradi di elettricità maggiore di quella dell' acqua, e dell' orina

(1) Pag. 20

sana; in uno era una peripneumonia, nell' altro un' artritide; in ambedue l' orina era più colorita del naturale, ed alquanto ardente. In un caso soltanto di peripneumonia, essendo l' orina molto satura, e carica di colore, ho trovato la sua elettricità qualche poco minore di quella dell' acqua, e dell' orina di una persona sana; in questo caso l' elettricità dell' orina era molto inferiore al piombo, e poco superiore allo zinco, mentre l' orina di un sano aveva una elettricità simile al piombo. L' orina di quest' ammalato spontaneamente si coagulava.

Ne risulta da quattro osservazioni, tre di peripneumonia, ed una di bronchitide, che quando la malattia infiammatoria progredisce verso lo stato di salute, l' elettricità dell' orina per uno, o più giorni si aumenta di molto a segno di diventare uguale a quella dell' antimonio, ferro, o rame, mentre l' elettricità dell' acqua era presso a poco simile a quella del piombo. Noto però che in tutti questi casi furono applicati i vescicanti, ma non ostante sono d' avviso di attribuire l' aumento di elettricità nella orina all' andamento della malattia stessa, poichè in alcuni casi l' orina presentava una maggiore elettricità, sebbene non ardesse, non avesse odore orinoso molto forte, e fosse alquanto più scolorita del naturale.

In due peripneumonici ho esaminato l' orina sei ore prima, che morissero, e la sua elettricità era simile a quella dell' acqua, e dell' orina sana; pare adunque, che pendente l' agonia nelle malattie infiammatorie non vi sia cangiamento nell' elettricità dell' orina.

Farò avvertire in generale, che ogni qualvolta l' elettricità dell' orina di un ammalato si trova essere allo stesso grado di quella dell' acqua, pria di stabilire, che l' orina si mette in equilibrio coll' aria relativamente all' elettricità, devesi replicare l' esperimento sotto diverse condizioni elettriche dell' atmosfera, ed osservare, se l' orina cangia la propria elettricità a norma di quella dell' aria, oppure conserva uno stato a lei proprio.

Due sono i casi di tifo petecchiale, in cui ho esaminato l' orina, l' uno sporadico nell' anno 1816, ed in questi l' elettricità dell' orina era simile a quella dell' acqua, e dell' orina sana: l' altro fu di un tifo petecchiale, che ha dominato contagioso-epidemico in questa capitale nella primavera del 1817, ed in cui i sintomi principali erano al cervello, in questo finchè la malattia fu nel suo aumento l' elettricità dell' orina era simile a quella dell' acqua, quando principiò a declinare, l' orina per più giorni presentò alcuni gradi di elettricità superiore a quella dell' acqua, e dell' orina di un sano. In me stesso ho osservato, che pochi giorni prima di essere assalito dal tifo contagioso soffriva grave dolore di capo, flatulenze al ventricolo, senso di stanchezza generale, noja di me stesso, e stiramento alle gambe; l' orina era di color naturale, ma la sua elettricità il giorno 31 di marzo, e primo di aprile 1817, giorni sereni circa il mezzo giorno, era simile a quella dell' antimonio, mentre quella dell' acqua, e dell' orina di un individuo sano era uguale al piombo; li 4 e 5 aprile si sviluppò

in me la febbre petecchiale; l'orina era di colore un poco carico, e rosso, e la sua elettricità era simile a quella dell' acqua, che allora corrispondeva pur anche col piombo.

Sette sono i casi di idrope da me esaminati, uno consecutivo a diarrea cronica, un altro prodotto da abitazione umida, un terzo cagionato da eccessivo abuso di liquori spiritosi, e gli altri quattro caddero idropici in seguito a febbri intermittenti troncate colla china. Nel maggior numero di essi, qualunque fosse la condizione delle orine, e contenessero o no albume, l' elettricità era simile a quella dell' acqua, e dell' orina sana. In due idropici l' orina essendo molto alcalina, cosa, che giudicava dall' odore piccante assai, la sua elettricità era pure superiore a quella dell'acqua, e dell' orina d' individui sani. Credo opportuno di esporre brevemente la storia dell' idrope cagionata dall' abuso dei liquori. Era questi un perucchiere d' anni 44 dedito molto al vino, ed ai liquori spiritosi, ed abituato ad un vitto vegetale; per dieci volte ebbe notabili gonfiezze alle estremità, passò quindi ad abitare in una collina molto elevata, ove si trovò costretto a mangiar carni contro il suo costume; cadde ascitico, e fu instituita la puntura; la sua orina era di un leggier rosso carico, non ardeva, e si coagulava molto coll' aceto, la sua elettricità da me per più giorni esaminata si trovò costantemente inferiore qualche poco a quella dell' acqua, e dell' orina delle persone sane. Sembra dunque, che nell' idrope stenico, o infiammatorio vi sia qualche diminuzione di elettricità nell' orina. Mi accadde di

osservare in due idropici, che l' elettricità della loro orina viene poco cangiata dallo stato meteorologico dell' aria. Il giorno 4 novembre 1818 a ore 9 del mattino il cielo era nebbioso carico, l' elettricità dell' acqua era uguale a quella del piombo, quella dell' orina di due persone sane era simile allo stagno, e l' elettricità dell' orina di due idropici era pressochè simile a quella dell' acqua.

In una affezione erpetica, ed in una impetigine cronica da otto mesi, in cui l' orina aveva un aspetto biancastro, ho osservato essere l' elettricità dell' orina perfettamente uguale a quella dell' acqua, e dell' orina sana; ho per altro notato quanto all' impetigine, che l' orina passava presto alla putrefazione, ed allora era grandemente aumentata la sua elettricità, essendo uguale all' argento, inferiore all' oro, e superiore al rame.

Le malattie di essenza nervosa sono quelle che mi hanno presentato risultamenti più variati, e più interessanti; in generale mi consta esservi in esse aumento nella elettricità dell' orina superiore a quella dell' acqua, ed allora per lo più le orine sono meno colorite del naturale, e quanto maggiormente sono acquose tanto più è notabile l' accrescimento della loro elettricità. In me stesso, soggetto ad affezioni ipocondriache, ho più volte esperimentato essere molto accresciuta l' elettricità dell' orina. Così il giorno 25 settembre dello scorso anno 1818 a ore dieci del mattino il cielo era mezzo coperto, l' elettricità dell' acqua, e dell' orina di un uomo sano era inferiore allo stagno, e superiore

al piombo, mentre l'elettricità della mia orina era uguale all' antimonio; era dessa un poco più scolorita del naturale, ed io soffriva affezioni flatulente al ventricolo, e dolore grave al capo. Ugualmente aumentata l' elettricità dell' orina ho pure riscontrato in ammalate di colica intestinale, e colica uterina di natura nervosa; l' orina in esse era quasi del tutto acquea. Così pure nelle affezioni spasmodiche universali comunemente dette contrazioni, e nell' isterismo, le orine rese in tal tempo erano più, o meno scolorite, ed avevano, e conservavano senza corrompersi per uno, o più giorni una elettricità molto superiore a quella dell' acqua. Scorgesi quindi come ben a ragione disse il gran Boerhaave: *Iis certe aegris* (hypocondriacis et hystericis) *spiritus cum aquis effunduntur* (1). Non sempre però nelle malattie nervose occorre aumento di elettricità nella orina; in una strana malattia nervosa, che presentò quasi tutte le forme delle malattie de' nervi, e la di cui istoria fu molto accuratamente descritta dal valente Dottore Ricotti, l' ammalata rese dopo molte ore di totale soppressione una notabile quantità di orina colorita naturalmente, e la sua elettricità era simile a quella dell' acqua, la quale il giorno 7 maggio 1816 a ore 5 pomeridiane, ed a cielo sereno corrispondeva coll' elettricità dello stagno. In un diabete insipido

(1) Praelectiones Academicae in proprias institutiones rei medicae. Taurini anno 1743 Tom. II p. 300

di natura isterica l' orina era molto scolorata, e quasi acquosa, e la sua elettricità da me due volte esaminata era alcun poco inferiore a quella dell' acqua, e dell' orina di persona sana. Qualche volta l' orina nelle malattie nervose diventa un conduttore imperfetto; così il giorno 12 ottobre 1818 a ore 4 pomeridiane, ed a cielo sereno, l' elettricità dell' acqua era uguale allo stagno, superiore al piombo, ed inferiore all' antimonio, e la mia orina era di colore rosso carico, e collo stagno, e col piombo non dava segni di elettricità, ma era molto inferiore all' antimonio, e molto superiore allo zinco; in quel giorno soffriva affezioni ipocondriache con senso di tristezza, e flatulenze.

Dall' esposto fin qui si scorge, che nelle malattie di natura nervosa l' orina va soggetta a grandi modificazioni relativamente alla sua elettricità; per lo più havvi aumento notabile al di sopra dell' elettricità dell' acqua, qualche volta è simile, di raro inferiore, ed alcune volte perde in parte la sua qualità di conduttore. L' osservare, che in molte delle malattie nervose l' elettricità positiva dell' orina è considerevolmente accresciuta al di sopra del naturale, ci potrebbe forse render ragione perchè in simili malattie convengano alcune volte le resine, i balsami, il succino, la canfora, gli olj, i liquori alcoolici, che sono tutte sostanze dotate di elettricità negativa. Si conosce anche perchè la maggior parte di esse vengano esacerbate ne' giorni piovosi, ed umidi, in cui anche ne' sani l' elettricità dell' orina è assai frequentemente aumentata.

ARTICOLO III.°

Influenza dei rimedj sulla elettricità dell' orina.

Da tre osservazioni risulta, che le cantaridi applicate esternamente in forma di vescicanti aumentano notabilmente l' elettricità dell' orina, quando producono ardore di essa; senza questa circostanza non ha luogo cangiamento nella sua elettricità; quando poi essa si aumenta, giunge a diventare uguale all' antimonio, al ferro, o al rame, mentre l'elettricità dell' acqua è come quella dello stagno, o del piombo: l' elettricità in quest' orina esiste allo stato di combinazione, e perciò non è sensibile all' elettrometro, e si riconosce soltanto col metterla in paragone coi metalli per mezzo del galvanismo. Esposta al contatto dell' aria conserva il proprio grado di elettricità fin' a tanto che passa alla putrefazione. Una simile orina, se si esamina tosto dopo resa, e pendente l' evaporazione, si trova avere alcuni gradi di elettricità meno di quello che ha, cessata l' evaporazione stessa.

È necessario però, che le cantaridi agiscano sull' economia animale, affinchè producano aumento nella elettricità dell' orina. Ho posto in infusione in questo umore una notabile quantità di polvere di cantaridi, ma non vidi giammai accresciuta la sua elettricità, e se non quando l'orina dopo alcuni giorni si era putrefatta. Già dissi, che se le cantaridi non producono disuria, non si osserva aumentata

l' elettricità dell' orina, devesi però distinguere attentamente, se l' ardore nell' orinare proviene dalle cantaridi, o se è un sintoma della malattia, nel qual caso vi può essere ardore di orina senza mutazione della sua elettricità. Quando dall' applicazione de' vescicanti l' orina è ardente, e si accresce la sua elettricità, per più giorni consecutivi continua alcune volte l' orina a presentare notabile aumento nella sua elettricità, sebbene non si risenta più ardore nell' evacuarla.

L' osservazione che le cantaridi aumentano l' elettricità dell' orina allora quando producono disuria, parmi che possa render ragione, perchè la canfora, e gli olj al dire di Forsten, come anche gli acidi prevengono, o tolgono l'azione delle cantaridi sulle vie orinarie. Egli è conosciuto, che queste sostanze sono elettriche negativamente, e perciò atte ad impedire l'accrescimento della elettricità positiva nella orina. Fondato su questo mio giudizio in un caso di vivo ardore di orina consecutivo all' applicazione delle cantaridi ai lombi ho ordinato internamente i fiori di zolfo, ed in poche ore scomparve il molesto incomodo.

Ad un ammalato di suppurazione del rene destro accompagnata con anasarca venne prescritta internamente la terebintina; il colore dell' orina era come quello del vino di Malaga, ed aveva un odore di viole distintissimo; la sua elettricità esaminata per più giorni si è trovata corrispondere sempre alla elettricità dell' acqua. In un sol caso essendo l' orina colorata dal rabarbaro era la sua elettricità

positiva maggiore di quella dell' acqua, ma ho dubbio se ciò fosse effetto della malattia, che era un sinoco petecchiale.

Nissun altro rimedio dato internamente, mi consta finora, che abbia il potere di accrescere, o diminuire l' elettricità dell' orina; altronde si dovrebbero instituire questi esperimenti in soggetti sani per poter ben calcolare l' azione delle diverse sostanze.

ARTICOLO IV.°

Elettricità dell' orina, e del sangue nello stesso individuo.

Basterebbe paragonare il contenuto di questa memoria con quanto ho esposto nel saggio *sull' elettricità del sangue nelle malattie* (1) per riconoscere a quali diverse modificazioni vada soggetta l' elettricità del sangue, e quella dell' orina; ma siccome non vi sono casi, che presentino nello stesso individuo l' elettricità di questi due umori nel medesimo tempo, stimo a proposito il riferirne alcuni esempi.

Esperimento 1.° alli 28 febbrajo 1816 a ore 10 del mattino, ed a cielo mezzo nuvoloso, l' elettricità dell'acqua era uguale al piombo, inferiore allo stagno, e superiore allo zinco. Un uomo d'anni 32 ammalato di grave peripneumonia venne salassato per la terza volta: l' elettricità

(1) Ved. Memorie della Reale Accademia Tom XXIV p. 107.

del sangue era uguale a quella dell'antimonio, inferiore al ferro, e superiore allo stagno. L'orina resa dopo il salasso era più colorita del naturale, e più odorosa; la sua elettricità era in tutto simile a quella dell' acqua, e così era pure l' elettricità dell' orina di un sano.

Alli 29 febbrajo a ore 11 del mattino, ed a cielo sereno, l' elettricità dell'acqua era come il giorno antecedente; l' ammalato aveva sudato nella notte, ed era un poco più sollevato; la sua orina era molto odorosa, non più così carica, ma la sentiva un poco calda, e la sua elettricità era uguale al piombo, inferiore allo stagno, e superiore allo zinco come quella dell' acqua; poco dopo venne salassato, e l' elettricità del sangue era superiore all' antimonio, ed inferiore al ferro; il sangue formò cotenna.

Esperimento II.° alli 10 marzo 1816 a ore 10 del mattino a cielo nuvoloso, l' elettricità dell' acqua era uguale allo stagno, superiore al piombo, ed inferiore all' antimonio. Un giovine di anni 26 attaccato da affezione reumatica universale, e specialmente de' muscoli intercostali, con febbre, ed a cui il giorno avanti fu applicato un vescicante al petto, venne salassato al braccio. Il sangue, che uscì tanto sul principio, che sul finir del salasso, aveva una elettricità superiore all' antimonio, inferiore al ferro, ed ha formato spessa cotenna. Dopo il salasso rese un' orina più colorita del naturale, ma non ardente, la di cui elettricità era uguale allo stagno, superiore al piombo, ed inferiore all' antimonio come quella dell' acqua; il giorno

appresso questa orina presentava un piccolo sedimento, e la sua elettricità era inferiore allo stagno, superiore al piombo come quella dell' acqua nel tempo stesso.

Esperimento III.° alli 11 novembre 1818 a ore 10 del mattino a cielo mezzo nuvoloso, l' elettricità dell' acqua era inferiore allo stagno, e superiore al piombo. Un uomo di anni 55 ammalato di grave bronchitide, due minuti prima di essere salassato, rese una discreta quantità di orina di color naturale, la di cui elettricità era in tutto simile a quella dell' acqua, mentre l' elettricità del sangue era uguale allo stagno, superiore al piombo, inferiore all' antimonio, e formò cotenna notabile.

Non addurrò maggior numero di esperimenti, il di cui risultamento è che nello stesso individuo il sangue ha una elettricità sua propria diversa da quella dell' aria, e modificata dalla natura della malattia, mentre l' elettricità dell' orina per lo più è in equilibrio con quella dell' aria.

Per dire in breve consta principalmente dal sinora esposto: 1.° che l' elettricità dell' orina nell' uomo sano è in generale simile a quella dell' aria: 2.° che lo stato meteorologico del cielo influisce grandemente nell' aumento, o diminuzione dell' elettricità dell' orina: 3.° che nello stadio acuto delle malattie infiammatorie, non vi ha cangiamento notabile, ma bensì aumento considerevole dell' elettricità dell' orina nella declinazione di esse: 4.° che nelle malattie di natura nervosa l' elettricità dell' orina presenta grandissime modificazioni: 5.° che le cantaridi fanno accrescere

notabilmente l' elettricità positiva dell' orina quando producono ardore di essa.

Ho accennato alcune applicazioni, che far si possono di questi principj alla Medicina pratica, mi astengo da ulteriori, e da quelle che risguardar possono la fisiologia, finchè siasi data la necessaria estensione a questo argomento.

CONTINUAZIONE

SOPRA

LE RICERCHE FISICO - CHIMICHE

DE' PRODOTTI

DEL *PRUNUS LAURO - CERASUS* DI LINNEO,

E PARTICOLARMENTE SOPRA GLI ELEMENTI COSTITUENTI L' OLIO VOLATILE,

OTTENUTO COL MEZZO DELLE RIPETUTE DISTILLAZIONI

DI GIUSEPPE LAVINI

Dottor Collegiato di Belle Arti nella Classe di Filosofia, ed assistente alla Cattedra di Chimica Medico - Farmaceutica nella Regia Università di Torino.

Memoria rimessa il dì 28 di febbrajo 1819.

I primi saggi delle mie sperienze fisico-chimiche intorno ai prodotti del *Prunus Lauro-Cerasus* di Linneo, accolti con segni di approvazione da questa Reale Accademia, che nella sua saviezza li giudicò degni della pubblica luce, e di essere inseriti nel volume XX delle sue memorie per gli anni 1811-12, m' incoraggiarono a proseguire l'incominciata intrapresa, e dietro la face di nuovi, e ripetuti tentativi spingere le mie ricerche analitiche al fine particolarmente di distinguere gli elementi che costituiscono l' olio volatile del *Prunus Lauro-Cerasus*, e giungere ad iscoprire, se le parti, che

lo compongono, lo rendono più velenoso, perchè contengono una porzione d' *azoto*, il quale col *carbonio* costituisce il *cianogeno*, ed in circostanze proprie forma l'acido *idrocianico*. (*Prussico*).

Presento in questo breve scritto il tenore delle mie sperienze, ed osservazioni, ed il loro risultato, e confesso, che non poco mi giovarono alcuni suggerimenti portimi da alcuni Colleghi, onde proseguire le mie indagini sul proposto soggetto. Mi riputerò assai compensato de' miei lavori, se appagheranno in parte l' aspettazione, aggiungeranno qualche lume alla scienza, e ne trarrà qualche vantaggio l' umana società.

L' apparato descritto dai celebri chimici Gay-Lussac, e Thenard è quello, di cui mi sono servito nelle mie sperienze; ma in queste lasciando a parte gli esami più accurati, a rilevare le proporzioni determinate degli elementi dell' olio volatile del *Prunus Lauro-Cerasus*, poichè ad una temperatura più elevata qualche porzione è ben tosto volatilizzata, mi parve al proposito, che bastasse di osservare in esso l' esistenza dell' *azoto* associato cogli altri fluidi aëriformi provenienti dalla scomposizione del medesimo.

§. I.

A tal fine introdussi in primo luogo in un tubo di vetro curvato una porzione di clorato di potassa, indi col fuoco d' una lampada a spirito lo purgai affatto dall' acqua, e dall' aria atmosferica, onde fosse ridotto in grado atto a somministrare il puro gaz ossigeno asciutto: ciò fatto, ne

pesai una dose, che ridussi in polvere, e mescolai diligentemente con amianto soffice ridotto in minutissimi pezzi, non però polverizzato, il di cui peso eguagliò la metà del clorato di potassa impiegato; (1) ho convertita la massa con pochissima quantità d' acqua in piccoli globetti pressochè sferici della grandezza dello scavo praticato nel galletto dell' apparato, quindi li feci seccare a gr. 80 R., di modo che l' acqua venne affatto evaporata.

§. II.

Disposto consecutivamente l' apparecchio v' adattai il bacino idrargiro-pneumatico, e, scomponendo una parte dei sovraenunciati globetti col riscaldare la parte inferiore del tubo, ottenni una quantità considerevole di gaz ossigeno, e per accertarmi della purezza di questo ne introdussi ducento parti in un tubo graduato, e vi rinvenni quattro centesimi di gaz *azoto*, il quale sembra potersi attribuire ad una lieve porzione d' aria atmosferica che circonda il piccolo scavo del galletto oppure a quella, esistente nei globetti porosi sopra descritti.

§. III.

Rinnovato il tubo lo arroventai nel centro con carboni accesi posti sulla graticola di ferro, di maniera che, me-

(1) Avendo operato diverse combustioni con globicini composti or di calce, or di magnesia, ed or di alumina con clorato di potassa, ed acqua, non le rinvenni sì adequate, mentre l' amianto oltre che abbandona l' acqua con maggior facilità, essendo i globetti porosi s' imbevono facilmente de' liquidi, che si sottopongono alle analisi, e non lasciano alcune macchie sui corpi aderenti.

diante la sottoposta lampada a spirito di vino era in uno stato di totale scomposizione della materia suddetta: imbevuti poscia diversi globetti d' olio volatile, ne introdussi tosto una certa quantità nell' apparecchio: ciascuno di essi s' infiammò rapidamente, e diede luogo ad un istantaneo svolgimento di fluido elastico aëriforme. Scacciata in tal modo tutta l' aria atmosferica contenuta sia nel tubo rovente, che in quello che era conduttore dei gaz nell' apparecchio a mercurio, e così riempiuti i medesimi di gaz prodotto dalla scomposizione dell' olio volatile suddetto, ne raccolsi una quantità considerevole, mantenendo sempre il tubo mediante l' operazione al più elevato grado di calore, che potè sopportare senza però fondersi. Dopo tale operazione esaminato il residuo rimasto nel tubo dopo la combustione, lo osservai bianchissimo, secco, non effervescente, pressochè solubile, indizio certo non esservi rimasto alcun residuo carbonoso, ond' è, che tutto il materiale oleoso venne compiutamente ridotto in fluido elastico aëriforme.

§. IV.

Introdotto poscia tale gaz in una campanella di cristallo sull' apparecchio a mercurio, vi separai l' acqua formatasi col mezzo di un cilindro di cloruro di calcio preparato colla fusione ignea; esplorato quindi l' umido aderente al medesimo cilindro con carta tinta con tornasole non diede alcun segno di acidità; onde si può dedurre, che nella precedente combustione non ebbe luogo la benchè menoma formazione d' acido nitroso.

§. V.

Ciò fatto introdussi parti 200 del gaz suddetto ben asciutto in un tubo graduato, nel quale feci entrare un cilindro di deutossido di potassio a fusione ignea, operando costantemente sul mercurio; in progresso di tempo il volume diminuì di parti 82 dovute all' assorbimento di gaz acido carbonico.

§. VI.

Le rimanenti parti 118 intromesse in un eudiometro, mediante una scarica elettrica diedero un forte scoppio con diminuzione di 60 parti in volume: il residuo gaz lavato con acqua, prima ben bollita, poi raffreddata, diede un precipitato considerevole coll' addizione di acqua di calce; argomento costante, che nella combustione ebbe luogo la formazione di gaz idrogeno carburato.

§. VII.

Cimentate le 58 parti di gaz con un cilindro di fosforo sopra un filo di ferro fatto a spirale ad una temperatura di 14.° di R. il volume diminuì di parti 25; ben inteso dopo d' aver lavato con acqua il superstite gaz.

§. VIII.

Le residuate parti 33 riconobbi essere un fluido elastico, che spegne i corpi in combustione, non ha alcuna azione sull' acqua di calce, e mostra tutti i caratteri, che competono al gaz *azoto* (1).

(1) *N. B.* Debbonsi dedurre 4 parti di gaz *azoto* dalle parti 33, come fu citato al §. II.

CONCLUSIONE.

quanto fin qui esposi sembra potersi con qualche mento conchiudere: 1.° Che l' *azoto* è un elemento iente dell' olio volatile del *Prunus Lauro-Cerasus* di co; 2.° Che gli olj volatili, col metodo della combu- ne da me praticata, oltre all' acido carbonico ed acqua, possono somministrare del gaz idrogeno carburato; 3.° Finalmente che l' vo *Prunus Lauro-Cerasus*, contenendo del gaz bbe in circostanze proprie a formare c onio l' acido prussico, il quale associato : cqua n proporzioni divisate al §. VII della preceden ia si manifesta co' terribili e micidiali caratteri, che comn .

(mezzo di ti sto continuando a fare sperienze ra altri olj volatili, e spec Matricaria Camomilla, ed altri liquidi fin qui non esaminati, e prenderò all' uopo le proporzioni determinate degli elementi costituenti.

DESCRIPTION

D'UNE NOUVELLE ESPÈCE DE POISSON

DE LA MÉDITERRANÉE

APPARTENANT

AU GENRE TRACHYPTÈRE

AVEC DES OBSERVATIONS SUR LES CARACTÈRES DE CE MÊME GENRE

PAR F. A. BONELLI

Professeur de Zoologie à l'Université de Turin.

Lue à la séance du 31 *mai* 1819.

Dans un séjour de quelques mois que je fis à Gênes en 1818, je profitai de ma position pour recueillir et préparer, autant que ma santé pouvait le permettre, des animaux de toutes espèces (1), et plus particulièrement des marins.

(1) Qu'il me soit permis de nommer ici, entre autres choses, la grande espèce d'*ortolan* dit *à tête noire* (Emberiza melanocephala Gm.), et le motteux montagnard (Motacilla Stapazzina Gm.), le premier comme oiseau rare et à ajouter à la liste des oiseaux d'Europe de M. Temminck, le dernier par l'observation à laquelle il a donné lieu, constatée par les soins et le zèle de M. le Ch. de la Marmora, qui en observa plusieurs de près pendant tout le mois de juin, et en tua de tous les sexes et de tous les âges; c'est que le Motteux à gorge blanche, que M. Vieillot (Diction. d'hist. nat. nouvelle édition, articles du Motteux Reynauby et du Motteux Stapazzino),

Parmi ceux-ci il se trouve un très-beau et grand poisson remarquable pour sa rareté, et fort intéressant par les caractères singuliers qui le distinguent de tous les autres connus jusqu'ici, et le font placer dans le genre Trachyptère, fondé par Gouan sur une espèce unique, que personne après lui n'a plus revue.

Cette nouvelle espèce, comme on le verra plus bas, paraît différer sous plusieurs points de celle de Gouan, ou tout au moins, dans le cas où il y aurait identité d'espèce, il faudra convenir que non seulement la figure de Bélon qu'il cite, mais sa propre description sont incomplètes, et à quelques égards même fautives; c'est ce qui m'engage à en donner ici une description et un dessein faits d'après l'individu que j'en ai placé au Musée de Turin, avant même de le préparer et de le sécher; remarque devenue nécessaire depuis que certains caractères, malgré tous les soins employés pour les y conserver, se sont effacés par l'effet de la préparation et du desséchement, entre autres les lobes ou festons du ventre, qui, si l'on avait à refaire le des-

déclare, d'après M. Lalande fils, comme espèce distincte du Motteux à gorge noire, n'en est bien certainement qu'une variété dûe probablement à l'âge, ayant tué sur le même nid un mâle à gorge noire avec une femelle à gorge blanche, et sur un autre un mâle à gorge blanche avec une femelle à gorge noire. Quoiqu'on n'ait pu jusqu'ici déterminer d'une manière positive et peremptoire quels des individus sont les plus vieux, et que l'analogie puisse faire croire que ceux à gorge blanche sont les plus jeunes, je crois toute fois que c'est le contraire, fondé en particulier sur le nombre des individus à gorge blanche qui est beaucoup moindre que celui des autres, savoir comme 1 à 5 ou à-peu-près.

sein sur l'individu séché, ne pourraient plus être représentés tels qu'ils étaient, et tels qu'ils sont sur le dessein ci-joint, reduit d'un autre de grandeur naturelle que j'avais ébauché d'après le poisson tout frais. J'appelerai ce poisson *Trachyptère crêté* à cause de l'espèce de crête, que lui forme, sur le derrière de la tête, le prolongement extraordinaire des premiers rayons de la nageoire dorsale.

DESCRIPTION.

TRACHYPTÈRE CRÊTÉ.

Tr. . . . avec les premiers rayons de la nageoire dorsale fort élevés, le ventre festonné, la queue moitié plus longue que le corps.

TRACHYPTERUS CRISTATUS. Mihi.

Tr. . . . pinnae dorsalis radiis anticis longissimis, abdomine ad anum lobato, cauda corpore dimidio longiore.

Ce poisson tient pour la forme le vrai milieu entre le Gymnètre Cépédien de Risso, et le Vogmare d'Islande de Schneider. Son corps court, très-comprimé, très-haut et avec le dos et le ventre presque tranchans, s'amincit brusquement, et se prolonge ensuite en une queue très-longue, qui fait au moins une fois et demi la longueur du corps mesurée du bout du museau à l'anus; il est tout entièrement de couleur argentée et sans écailles comme le Vogmare, et sa peau est toute parsemée de papilles qui s'élèvent au-dessus de sa surface, rondes et disposées en séries plus ou moins régulières et parallèles au dos; ces papilles argentées, lorsque le poisson est frais, blanchissent, s'affaissent, et ne se présentent plus sur la peau sèche,

sous l'apparence de gros points à demi transparens; te est très-courte, très-comprimée et fortement incli- en avant dès l'origine de la nageoire dorsale, et la lèvre ieure ascendante, d'où il résulte une ouverture de he presque verticale; celle-ci néanmoins, étant pro- e, peut se prolonger, au gré du poisson, de 50 à 60 mètres au-delà de sa position ordinaire.

iaque mâchoire porte vers son extrémité plusieurs pe- s dents d ié mais toutes droites et très- aigües, celles de la n... ire upérieure sont disposées ir- régulièrement au-des èvre, en nombre de 20-22, dont celles du milieu sont s plus longues. La lèvre de cette même mâchoire porte un ourlet ou petite bordure re- tournée sur elle-même qui disparaît lorsque le poisson est sec.

A la i n apperçoit les dents dispo- leux rangs, dont l'antérieur situé sur le bord le plus avancé de la mâchoire est com- posé de 4-6 dents très-petites (notre individu en a 5), le postérieur situé sur le bord intérieur de la mâchoire, est composé de 10 dents inégales, et dont la première ou la plus reculée de chaque côté, est la plus longue. Les yeux sont latéraux, très-grands avec l'iris argenté, et la pru- nelle noire et un peu oblongue.

La queue, qui commence immédiatement après le der- nier lobe du ventre, et où se trouve l'anus, d'abord assez épaisse, s'amincit brusquement jusqu'à 80 millimètres en- viron de sa base, ensuite elle s'attenue insensiblement

jusqu'au bout où, après l'insertion même de la nageoire caudale, elle se prolonge encore en une espèce d'aiguillon formé par un long rayon osseux et fixe, à la base supérieure duquel il paraît s'en trouver un second extrêmement petit et court, engagé et réuni au premier par une membrane charnue prolongée sur celui-ci, et qui du second se portant à la base du rayon inférieur de la nageoire caudale, sert à la contenir, et probablement aussi à la faire descendre au gré du poisson (1).

La queue, étant fraîche, est presque ronde, un peu carénée en dessus et en dessous, où elle est, dans toute sa longueur, armée d'épines très-fortes et dilatées à leur base en un disque ou écaille rayonnée, qui les rend assez comparables aux épines des rosiers sauvages; ces épines y forment deux rangées, l'une à gauche, l'autre à droite, chacune composée de 24 ou 25 environ, leur nombre ne pouvant d'ailleurs être compté assez exactement, parce qu'elles vont souvent, par leur position irrégulière, se confondre avec d'autres épines semblables placées à 13 ou 14 millimètres l'une de l'autre, et qui forment, immédiatement au-dessus, une seconde rangée, qui correspond et fait suite à la ligne latérale, épineuse elle-même, quoique formée

(1) C'est du moins ce que l'on peut observer sur l'individu préparé : car je ne réponds point que ce rayon inférieur de la nageoire caudale ne puisse être réuni à l'aiguillon par une membrane plus étendue, qui, dans l'individu en question, auroit été déchirée et détruite par l'effet de la maladresse des pêcheurs.

d'épines beaucoup plus petites et plus serrées, avec leur disque ou base plus alongée et plus étroite.

Le nombre de ces épines compté depuis le sommet de la tête, où la ligne latérale se recourbe en passant derrière l'œil, jusqu'à l'endroit où elle se rapproche et se confond, pour ainsi dire, avec les épines de la queue, est de 62, disposées sur une ligne presque droite; depuis ce même point on en compte encore une vingtaine environ, qui appartiennent à la queue.

La nageoire dorsale composée de 120 rayons longs, ronds et menus, est, pendant que le poisson est frais, du plus beau rouge de corail, avec 3-4 taches noires disposées longitudinalement vers son extrémité; elle s'étend depuis la nuque jusqu'à peu de distance du bout de la queue; les 6 premiers rayons, qui sont beaucoup plus longs que les autres, forment sur la nuque une espèce de crête qui a une hauteur égale à-peu-près à celle du corps du poisson, et porte, vers sa base, une ou deux taches légèrement marquées; les 3 suivants, au contraire, sont très-courts; mais, à partir de ceux-ci, la nageoire s'élève et conserve sa hauteur jusqu'à l'origine de la queue où elle diminue insensiblement jusqu'au bout; on remarque sur le premier rayon, le 13.e et suivans, de petites épines, dont la première est la plus forte, et qui les rendent âpres au toucher.

La nageoire caudale assez large comparativement à la grosseur de la queue, est arrondie, formée de 9 rayons lisses, ronds et très-déliés, implantés au-dessus de l'extré-

mité de la queue en un seul paquet, et réunis par une ample membrane noire avec deux grandes taches blanches, l'une en dessus, l'autre en dessous; le rayon postérieur en est de plus attaché en dessous, et à l'aide d'une membrane courte, mais fort épaisse, à un dixième rayon plus fort et plus gros que les autres, et fixe à l'extrémité inférieure de la queue, lequel, sans faire réellement partie de la nageoire, paraît néanmoins destiné à empêcher celle-ci de se porter trop en avant dans ses mouvemens.

La nageoire anale, qui manque dans ce genre, paraît chez le *Trachyptère à crête*, être remplacée par ce lobe cartilagineux du ventre, qui précède l'anus.

Les nageoires pectorales sont fort petites pour un poisson de cette taille, arrondies, d'un rouge pâle, et composées de 10-11 rayons lisses et ronds; les ventrales ou, dans le cas de notre poisson, les subbrachiennes sont très-étroites et très-longues, d'un rouge pâle et composées de 6 rayons également ronds et lisses, excepté le premier qui est garni de petites aspérités. On remarque enfin un fort piquant sous la gorge entre les opercules des branchies, dont la membrane est portée comme dans les genres voisins, par six rayons.

Dimensions prises sur le même individu, étant encore frais.

Longueur du bout du museau au bout de la queue millimètres	. . . . .	590
	et avec la nageoire caudale	700
Longueur	du corps jusqu'à l'anus	270
	de la queue	320

Epaisseur	verticale ou hauteur	125
	horizontale ou largeur	35
Elévation de la nageoire dorsale	vers la tête .	120
	au milieu . .	35
Longueur des nageoires	pectorales	40
	subbrachiennes . . .	100

Observations.

1.° L'individu qui fait le sujet de cette description à été pêché à Lerici dans le Golfe de la Spézia, et porté à Gênes, où je l'ai acheté et préparé le 13 juin 1818.

Les Pêcheurs, qui me l'ont procuré, m'ont assuré n'avoir jamais vu ni connu ce poisson, et je ne l'ai observé ni dans le Musée de Gènes, ni dans celui du marquis Durazzo à Cornegliano, près de la même ville, qui d'ailleurs contient une des plus belles collections des poissons de la Méditerranée.

La chaleur de la saison et le tems très-considérable que le poisson resta en route pour arriver à Gênes, ont mis des obstacles aux observations anatomiques; cependant il m'a encore été facile de remarquer que sa chair était tendre et très-blanche, que son estomac, fort alongé, contenait un palémon et un petit poulpe encore entiers, et qui paraîssent déterminer d'une manière positive non seulement le genre de nourriture qui lui est propre, mais encore à-peu-près le séjour du poisson dans cette saison: j'observerai enfin qu'il m'a été impossible d'y trouver, pas même les traces, de vessie natatoire.

2.° On n'a cité jusqu'aujourd'hui dans ce genre qu'une seule espèce, savoir la *Cepola trachyptera* de GMELIN, dont SCHNEIDER fait son *Trachypterus tænia*. Suivant GOUAN (1) l'espèce qui lui a servi de type pour l'établissement du genre, serait le poisson figuré par BÉLON pag. 139, copié par GESSNER pag. 939; mais, quoique la comparaison de ces figures avec notre individu, y fasse reconnaître d'une manière incontestable une espèce du même genre Trachyptère (2), on voit pourtant que, quoique évidemment fautives dans la forme du corps et de la queue, et dans la position des épines au ventre, elle ne peut point, non plus que la *Cepola trachyptera* Gm., se rapporter à notre espèce, sur laquelle on n'aurait point manqué de faire attention à la longueur excessive des premiers rayons de la nageoire dorsale, caractère très-apparent qui, sans compter les autres fournis par les lobes du ventre, et la position de la nageoire caudale, suffit seul pour nous autoriser à regarder ce poisson comme une espèce nouvelle, et bien distincte de la seule qui constituait ci-devant le genre Trachyptère, à moins que l'on veuille supposer que BÉLON, ainsi que GOUAN lui-même, n'ayent eu entre les mains que des individus mutilés par un accident quelconque.

3.° Il n'existe de ce genre aucune figure après celles de BÉLON et de GESSNER, qui comme on vient de le voir, ne

(1) Hist. nat. des poissons pag. 153.

(2) M. Cuvier dans le II vol. de son REGNE ANIMAL, pag. 245, croit reconnaître dans ces figures le Gymnètre Cépédien de Risso, sans doute parcequ'il n'a pu observer en nature aucun Trachyptère.

sont guère propres à nous en donner une idée exacte; celle de notre espèce, et que je réunis au présent mémoire, a été faite d'abord sur le poisson encore frais, et terminée ensuite sur le poisson préparé; je peux par conséquent répondre de son exactitude et surtout de la singularité de son profil, de ses proportions et de la position tout-à-fait étrange de sa nageoire caudale qui n'a, à ma connaissance, quelque analogie qu'avec celle du Vogmare; dans ce dernier poisson pourtant la nageoire n'est retenue en dessous par aucune épine ou rayon particulier, elle est seulement insérée sur un renflement du bout de la queue, fortement denté en dessous.

4.° D'après les caractères présentés par notre espèce il faudrait apporter quelque petit changement à ceux que l'on a assignés à ce genre (1), on pourrait en conséquence exprimer les signalemens du genre de la manière suivante.

Une seule nageoire dorsale très-longue, composée de rayons simples, pour la pluspart dentelés sur les côtés et à leur base; des petites nageoires pectorales; des ventrales subbrachiennes alongées; point d'anale; la caudale large et implantée au-dessus de l'extrémité de la queue.

Queue fort alongée, garnie en dessous et sur les côtés d'épines très-fortes.

Ligne latérale épineuse.

---

(1) V. Cuvier l. c.

MÉMOIRE

SUR

LE MOUVEMENT DE ROTATION D'UN CORPS

AUTOUR DE SON CENTRE DE GRAVITÉ

PAR M. LE CHEVALIER CISA DE GRÉSY.

Lu à la séance du 31 mai 1819.

LA GRANGE dans sa mécanique analytique donne des formules générales pour résoudre de la manière la plus complète, et en même tems la plus simple le problème dont l'objet est de déterminer le mouvement de rotation d'un corps sollicité uniquement par la gravité. D'après cet illustre Géomètre on peut toujours simplifier considérablement le calcul, en choisissant d'une manière convenable la position des axes arbitraires fixes dans l'espace auxquels on veut rapporter le mouvement du corps.

M. LA-PLACE dans sa mécanique céleste et M. POISSON dans son traité de mécanique ont démontré que les trois axes principaux d'un corps sont des axes permanens et invariables de rotation uniforme; c'est-à-dire que si le corps com-

mence à tourner autour de l'un d'eux quelconque, il continuera à tourner uniformément autour du même axe; ils ont fait voir que les seuls axes principaux jouissent de cette propriété, mais qu'ils n'en jouissent pas également tous les trois; le mouvement de rotation autour de celui, dont le moment d'inertie est compris entre les momens d'inertie des deux autres, peut être troublé d'une manière sensible par la cause la plus légère; au lieu que la rotation uniforme autour des deux autres axes principaux est stable; de manière que lorsque la position de l'axe de rotation vient à être infiniment peu écartée, le corps continue néanmoins à se mouvoir à très-peu-près autour du même axe principal. Cependant M. Le-Français a publié à Paris en 1813 un mémoire très-intéressant sur le mouvement de rotation, dans lequel il avance que la simplification de La-Grange dépendante du choix des axes arbitraires dans l'espace, n'est-pas générale, non plus que les propositions démontrées par MM. La-Place et Poisson sur la stabilité du mouvement de rotation autour des axes principaux. La singularité et l'importance de ces opinions, de la part surtout d'un Géomètre d'ailleurs très-distingué, m'ont paru mériter l'attention de tous ceux qui par leur goût ou par leur profession particulière s'intéressent au progrès de la mécanique.

J'entreprends de faire voir dans cet écrit que les propositions de MM. La-Grange, La-Place et Poisson sont vraies dans l'acception la plus générale. Ce mémoire est

divisé en sept articles ; je donne dans le premier les formules préliminaires pour la solution du problème, et dans le second la solution la plus simple d'après LA-GRANGE ; le troisième article est destiné à faire voir la généralité du procédé de M. LA-GRANGE ; le quatrième renferme l'analyse de la solution donnée par M. LE-FRANÇAIS ; je traite dans les 5.e et 6.e articles de la stabilité du mouvement de rotation autour des axes principaux ; enfin dans le septième et dernier article je fais quelques applications de la solution de M. LA-GRANGE aux cas les plus simples du mouvement de rotation.

Le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à la Classe est le même qui lui fut présenté en 1816, et qu'elle voulut bien honorer de ses suffrages. Avant de le livrer à l'impression je désirais d'y simplifier quelques démonstrations et quelques formules qui me paraissaient susceptibles d'une meilleure forme ; cependant des circonstances particulières et tout-à-fait étrangères à la science m'ont distrait pour long-tems de ce travail. Depuis peu le savant géomètre M. LE-GENDRE a traité le même problème dans la sixième partie de ses exercices de calcul intégral pour servir d'application à sa belle théorie des fonctions elliptiques, dont l'analyse lui sera à jamais redevable. Si l'objet du travail de cet illustre Auteur eût été le même que celui que je me suis proposé dans ce Mémoire, il y aurait, peut être, maintenant de la témérité à le reproduire ; mais l'objet, le plan d'exécution en sont entièrement différens ; M. LE-

Gendre s'applique particulièrement au développement et à la résolution des équations finales, tandis que pour remplir ma tâche j'ai dû entrer dans des discussions sur la théorie du mouvement de rotation et présenter sous un nouveau point de vue des vérités déjà connues.

Article 1.er

1. Un corps libre de figure quelconque, étant sollicité par autant de forces qu'on voudra, mais dont la résultante ne passe pas par le centre de gravité du corps, se trouve soumis à un double mouvement simultané; l'un de translation qui a lieu de la même manière, que si toutes les forces étaient immédiatement appliquées au centre de gravité; l'autre de rotation qui a lieu autour du même centre, comme si ce point était réellement fixe dans l'espace. Dans la détermination du mouvement de rotation d'un corps, il est donc permis de faire abstraction du mouvement de translation, et supposant le centre de gravité immobile on peut rapporter le mouvement de rotation à trois axes fixes dans l'espace, passant par le centre de gravité du corps que l'on prend pour l'origine des coordonnées.

2. Soient x, y, z les coordonnées d'un élément quelconque du corps rapporté à ces trois axes rectangulaires pris arbitrairement dans l'espace, et soient X, Y, Z les forces accélératrices qui sollicitent chaque élément parallèlement aux trois axes des x, y, z. D'après les formules

connues on aura pour déterminer le mouvement de rotation du corps les trois équations

$$S\left(\frac{y\,d^2z-z\,d^2y}{dt}\right)dM=dt\,S(Zy-Yz)\,dM$$
$$S\left(\frac{z\,d^2x-x\,d^2z}{dt}\right)dM=dt\,S(Xz-Zx)\,dM$$
$$S\left(\frac{x\,d^2y-y\,d^2x}{dt}\right)dM=dt\,S(Yx-Xy)\,dM$$

Le signe intégral S se rapporte à toute la masse du corps, dont la différentielle dM représente l'élément ; si on fait pour plus de simplicité

$$S(Zy-Yz)\,dM=P,\ S(Xz-Zx)\,dM=Q,\ S(Yx-Xy)\,dM=R$$

ensuite qu'on intègre par rapport au tems, en désignant par $\int.$ cette nouvelle intégration, il viendra

$$S\left(\frac{y\,dz-z\,dy}{dt}\right)dM=\int.P\,dt+l$$
$$S\left(\frac{z\,dx-x\,dz}{dt}\right)dM=\int.Q\,dt+m$$
$$S\left(\frac{x\,dy-y\,dx}{dt}\right)dM=\int.R\,dt+n$$

l, m, n étant les trois constantes arbitraires introduites par l'intégration.

3. Nous ne considérons ici d'autres forces que celles provenantes de la gravité, ainsi la résultante de toutes les forces X, Y, Z passera constamment par le centre de gravité du corps ; ces forces ne troubleront donc pas le

mouvement de rotation ; en effet dans cette supposition les forces X, Y, Z sont des quantités constantes, et les valeurs de $Sx\,dM$, $Sy\,dM$, $Sz\,dM$, sont nulles par la propriété du centre de gravité ; ainsi les équations du n.° précédent se réduisent simplement à la forme

$$S\left(\frac{y\,dz - z\,dy}{dt}\right) dM = l$$

$$S\left(\frac{z\,dx - x\,dz}{dt}\right) dM = m \qquad (1)$$

$$S\left(\frac{x\,dy - y\,dx}{dt}\right) dM = n$$

4. On simplifiera beaucoup la solution du problème, en rapportant la position de tous les points du corps aux trois axes principaux passant par son centre de gravité. Ces axes n'étant pas fixes dans l'espace, mais mobiles avec le corps, il faudra ensuite déterminer leur position pour chaque instant relativement aux premiers axes des x, y, z. Soient x', y', z' les coordonnées d'un élément quelconque du corps par rapport aux axes principaux, il est clair que ces coordonnées ne varieront pas avec le tems ; cependant pour exprimer la vîtesse d'un élément quelconque du corps par rapport à ces axes, on pourra regarder ceux-ci pour un instant infiniment petit comme fixes dans l'espace, et ne faisant pas partie du corps, alors on aura de la même manière que ci-dessus, pour déterminer le mouvement de ro-

tation relativement aux trois axes principaux, les trois équations

$$\mathcal{S}\left(\frac{y'd^2z'-z'd^2y'}{dt}\right)dM=0$$
$$\mathcal{S}\left(\frac{z'd^2x'-x'd^2z'}{dt}\right)dM=0 \qquad (2)$$
$$\mathcal{S}\left(\frac{x'd^2y'-y'd^2x'}{dt}\right)dM=0$$

5. Maintenant soient p, q, r les vîtesses angulaires pour un instant quelconque autour des axes des x', y', z', on sait que les vîtesses dans le sens des mêmes axes sont représentées par

$$\frac{dx'}{dt}=qz'-ry',\ \frac{dy'}{dt}=rx'-pz',\ \frac{dz'}{dt}=py'-qx'$$

d'où il en résulte

$$\frac{d^2x'}{dt^2}=q\frac{dz'}{dt}-r\frac{dy'}{dt}+z'\frac{dq}{dt}-y'\frac{dr}{dt}$$
$$\frac{d^2y'}{dt^2}=r\frac{dx'}{dt}-p\frac{dz'}{dt}+x'\frac{dr}{dt}-z'\frac{dp}{dt}$$
$$\frac{d^2z'}{dt}=p\frac{dy'}{dt}-q\frac{dx'}{dt}+y'\frac{dp}{dt}-x'\frac{dq}{dt}$$

c'est-à-dire, en substituant pour $\frac{dx'}{dt}$, $\frac{dy'}{dt}$, $\frac{dz'}{dt}$ les valeurs supérieures

$$\frac{d^2x'}{dt^2}=q(py'-qx')-r(rx'-pz')+z'\frac{dq}{dt}-y'\frac{dr}{dt}$$
$$\frac{d^2y'}{dt^2}=r(qz'-ry')-p(py'-qx')+x'\frac{dr}{dt}-z'\frac{dp}{dt}$$
$$\frac{d^2z'}{dt^2}=p(rx'-pz')-q(qz'-ry')+y'\frac{dp}{dt}-x'\frac{dq}{dt}$$

Ces valeurs étant substituées dans les équations (2) du n.° précédent, en observant que

$$\int x'y'\,dM = 0,\quad \int x'z'\,dM = 0,\quad \int z'y'\,dM = 0$$

et faisant pour plus de simplicité les moments d'inertie autour des trois axes des x', y', z'

$$\int (y'^2+z'^2)\,dM = A,\quad \int (x'^2+z'^2)\,dM = B,\quad \int (x'^2+y'^2)\,dM = C$$

on trouvera aisément

$$\begin{aligned} A\,dp + (C-B)\,qr\,dt &= 0\\ B\,dq + (A-C)\,pr\,dt &= 0 \qquad \text{(A)}\\ C\,dr + (B-A)\,pq\,dt &= 0 \end{aligned}$$

6. Au moyen de ces équations on pourra déterminer pour un instant quelconque les vîtesses angulaires p, q, r du corps autour des trois axes principaux d'où dépend la vîtesse angulaire du corps autour de l'axe instantané de rotation, ainsi que la position du même axe par rapport aux trois axes principaux; si on désigne par λ la vîtesse angulaire, et par $(\lambda.x')$, $(\lambda.y')$, $(\lambda.z')$ les angles que l'axe instantané de rotation fait respectivement avec les axes principaux des x', y', z', on aura par les formules connues

$$\lambda = \sqrt{p^2+q^2+r^2}$$

$$\cos(\lambda.x') = \frac{p}{\lambda},\quad \cos(\lambda.y') = \frac{q}{\lambda},\quad \cos(\lambda.z') = \frac{r}{\lambda}$$

7. Pour rendre complète la solution du problème, il reste à déterminer pour un instant quelconque la position des axes principaux relativement aux trois axes fixes dans l'espace des x, y, z; or par les formules connues de la transformation des coordonnées, dans le cas où l'on passe d'un système d'axes rectangulaires des x, y, z à un autre système d'axes pareillement rectangulaires des x', y', z'; les valeurs de x, y, z seront exprimées en fonction de x', y', z' de cette manière

$$\begin{aligned} x &= ax' + by' + cz' \\ y &= a'x' + b'y' + c'z' \\ z &= a''x' + b''y' + c''z' \end{aligned} \qquad (1)$$

ou les coëfficiens a, a', a''; b, b', b''; et c, c', c'' sont respectivement les cosinus des angles que l'axe des x', des y' ou des z' fait avec les trois axes des x, y, z.

Parmi ces neuf coëfficiens il n'en reste que trois d'indéterminés, car à cause qu'on a

$$x^2 + y^2 + z^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 \qquad (2)$$

il résulte entre ces quantités les six conditions suivantes:

$$\begin{aligned} a^2 + a'^2 + a''^2 &= 1 & ab + a'b' + a''b'' &= 0 \\ b^2 + b'^2 + b''^2 &= 1 & ac + a'c' + a''c'' &= 0 \\ c^2 + c'^2 + c''^2 &= 1 & bc + b'c' + b''c'' &= 0 \end{aligned}$$

Si on multiplie les équations (1) respectivement par a, a', a'', puis qu'on les ajoute ensemble, et qu'on en fasse autant par rapport à b, b', b'', et à c, c', c'', on trouvera

en ayant égard aux relations précédentes, pour x', y', z' ces valeurs

$$\begin{aligned} x' &= ax + a'y + a''z \\ y' &= bx + b'y + b''z \\ z' &= cx + c'y + c''z \end{aligned} \qquad (3)$$

et de-là on déduira également six autres équations de condition entre les coëfficiens a, b, c etc., mais équivalentes aux premières

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1 \qquad aa' + bb' + cc' = 0$$
$$a'^2 + b'^2 + c'^2 = 1 \qquad aa'' + bb'' + cc'' = 0$$
$$a''^2 + b''^2 + c''^2 = 1 \qquad a'a'' + b'b'' + c'c'' = 0$$

Enfin si des mêmes équations (1) on déduit par le procédé de l'élimination les valeurs de x', y', z' en x, y, z pour les comparer avec celles données par les équations (3), on en déduira également

$$a = b'c'' - c'b'' \qquad b = c'a'' - a'c'' \qquad c = a'b'' - b'a''$$
$$a' = b''c - c''b \qquad b' = c''a - a''c \qquad c' = a''b - b''a$$
$$a'' = bc' - cb' \qquad b'' = ca' - ac' \qquad c'' = ab' - ba'$$
$$ab'c'' - ac'b'' + ca'b'' - ba'c'' + bc'a'' - cb'a'' = 1$$

8. Puisque entre les neufs coëfficiens a, b, c etc. il n'en existe que trois d'indéterminés, il sera plus simple d'après La-Grange d'introduire à leur place trois autres indéterminées. Soit ω l'inclinaison des deux plans des xy, $x'y'$; ψ l'angle formé par l'intersection de ces deux plans

avec l'axe des x et φ celui que cette même intersection fait avec l'axe des x' on aura par les formules connues de la transformation des coordonnées

$$a = \cos\psi \cos\varphi - \cos\omega \sin\psi \sin\varphi$$

$$b = -\cos\psi \sin\varphi - \cos\omega \sin\psi \cos\varphi$$

$$c = \sin\omega \sin\psi$$

$$a' = \sin\psi \cos\varphi + \cos\omega \cos\psi \sin\varphi$$

$$b' = \cos\omega \cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \sin\varphi$$

$$c' = -\sin\omega \cos\psi$$

$$a'' = \sin\omega \sin\varphi$$

$$b'' = \sin\omega \cos\varphi$$

$$c'' = \cos\omega$$

Si ces valeurs de a, b, c... etc. étaient substituées dans les six équations de condition du n.° précédent, on vérifierait aisément qu'elles deviennent identiques, et qu'il n'en résulte aucune relation entre les angles ω, ψ, φ.

9. Maintenant il faut observer dans les équations (1) du n.° 7, que les x, y, z peuvent varier en deux manières différentes, par rapport au tems, ou en passant d'un point à l'autre du corps; les coëfficiens a, b, c.. etc. ne varient qu'avec le tems, et les coordonnées x', y', z' varient uniquement, en passant d'un point à l'autre du corps. Il suit de-là qu'en supposant les axes principaux

mobiles avec le corps, la variation des $x.y.z$ relativement au tems sera exprimée de cette manière

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x'\frac{da}{dt} + y'\frac{db}{dt} + z'\frac{dc}{dt}\\ \frac{dy}{dt} &= x'\frac{da'}{dt} + y'\frac{db'}{dt} + z'\frac{dc'}{dt}\\ \frac{dz}{dt} &= x'\frac{da''}{dt} + y'\frac{db''}{dt} + z'\frac{dc''}{dt}\end{aligned} \qquad (1)$$

Cependant comme il est permis de regarder pour un instant infiniment petit l[illegible] axes principaux comme fixes dans l'espace, et ne faisant pas partie du corps on aura également

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a\frac{dx'}{dt} + b\frac{dy'}{dt} + c\frac{dz'}{dt}\\ \frac{dy}{dt} &= a'\frac{dx'}{dt} + b'\frac{dy'}{dt} + c'\frac{dz'}{dt}\\ \frac{dz}{dt} &= a''\frac{dx'}{dt} + b''\frac{dy'}{dt} + c''\frac{dz'}{dt}\end{aligned} \qquad (2)$$

d'où il suit :

$$\begin{aligned}x'\frac{da}{dt} + y'\frac{db}{dt} + z'\frac{dc}{dt} &= a\frac{dx'}{dt} + b\frac{dy'}{dt} + c\frac{dz'}{dt}\\ x'\frac{da'}{dt} + y'\frac{db'}{dt} + z'\frac{dc'}{dt} &= a'\frac{dx'}{dt} + b'\frac{dy'}{dt} + c'\frac{dz'}{dt}\\ x'\frac{da''}{dt} + y'\frac{db''}{dt} + z'\frac{dc''}{dt} &= a''\frac{dx'}{dt} + b''\frac{dy'}{dt} + c''\frac{dz'}{dt}\end{aligned} \qquad (3)$$

Si on fait usage des valeurs de $\frac{dx'}{dt}\ \frac{dy'}{dt}\ \frac{dz'}{dt}$ du n.° 5, les équations (2) pourront se changer en

$$\frac{dx}{dt} = a\,(qz' - ry') + b\,(rx' - pz') + c\,(py' - qx')$$
$$\frac{dy}{dt} = a'\,(qz' - ry') + b'\,(rx' - pz') + c'\,)\,py' - qx') \qquad (4)$$
$$\frac{dz}{dt} = a''\,(qz' - ry') + b''\,(rx' - pz') + c''\,(py' - qx')$$

et celles (3) prendront la forme

$$x'da + y'db + z'dc = dt\,\{a\,(qz' - ry') + b\,(rx' - pz') + c(py' - qx')\}$$
$$x'da' + y'db' + z'dc' = dt\,\{a'(qz' - ry') + b'\,(rx' - pz') + c'(py' - qx')\}$$
$$x'da'' + y'db'' + z'dc'' = dt\,\{a''(qz' - ry') + b''(rx' - pz') + c''(py' - qx')\}$$

Que l'on multiplie la première de ces dernières équations par a, la seconde par a' et la 3.e par a'' puis qu'on les ajoute ensemble, qu'on en fasse de même relativement aux coëfficiens b, b', b'', et à ceux c, c', c'' on parviendra à ces trois autres

$$y'(adb + a'db' + a''db'') + z'(adc + a'dc' + a''dc'') = dt(qz' - ry')$$
$$x'(bda + b'da' + b''da'') + z'(bdc + b'dc' + b''dc'') = dt(rx' - pz')$$
$$x'(cda + c'da' + c''da'') + y'(cdb + c'db' + c''db'') = dt(py' - qx')$$

Celles-ci doivent avoir lieu quelques soient les valeurs de x', y', z', d'ou il est aisé de conclure que l'on doit avoir

$$pdt = cdb + c'db' + c''db'' = -bdc - b'dc' - b''dc''$$
$$qdt = adc + a'dc' + a''dc'' = -cda - c'da' - c''da''$$
$$rdt = bda + b'da' + b''da'' = -adb - a'db' - a''db''$$

Enfin si dans ces dernières équations on substitue pour a, b, c etc. da, db etc., leurs valeurs en ψ, ω, φ tirées du n.° 8, on parviendra sans peine aux résultats

$$\begin{aligned} pdt &= \sin\varphi \sin\omega\, d\psi + \cos\varphi\, d\omega \\ qdt &= \cos\varphi \sin\omega\, d\psi - \sin\varphi\, d\omega \\ rdt &= d\varphi + \cos\omega\, d\psi \end{aligned} \qquad \text{(B)}$$

La solution du problème est maintenant ramenée à l'intégration de deux systèmes d'équations à celui (A) du n.° 5, et à ce dernier (B)

(*V. la méc. de Poisson tom.* 2, *pag.* 139).

Lorsqu'on aura trouvé ω, φ, ψ en fonction du tems, on aura de même les valeurs des coëfficiens a, b, c .. etc. en fonction de la même variable, et au moyen des équations (1) du n.° 7 on aura encore pour un instant quelconque les coordonnées x, y, z relativement aux trois axes fixes dans l'espace, car celles x', y', z' sont censées données par la figure du corps.

Article 2.°

10. Quelque simple que paraisse la solution précédente du problème, La-Grange dans sa Mécanique analytique déduit des équations (1) du n.° 3 une solution beaucoup plus simple en la ramenant à l'intégration d'un seul système de trois équations entre les variables ω, φ, ψ. Si on ajoute

ces équations après avoir multiplié la première par a, la seconde par a', et la troisième par a''; puisqu'on les traite de la même manière par rapport à b, b', b'' et à c, c', c'', on trouvera

$$\left.\begin{aligned} &S\left(\frac{ay\,dz - az\,dy}{dt}\right) dM \\ &+ S\left(\frac{a'z\,dx - a'x\,dz}{dt}\right) dM \\ &+ S\left(\frac{a''x\,dy - a''y\,dx}{dt}\right) dM \end{aligned}\right\} = al + a'm + a''n$$

$$\left.\begin{aligned} &S\left(\frac{by\,dz - bz\,dy}{dt}\right) dM \\ &+ S\left(\frac{b'z\,dx - b'x\,dz}{dt}\right) dM \\ &+ S\left(\frac{b''x\,dy - b''y\,dx}{dt}\right) dM \end{aligned}\right\} = bl + b'm + b''n \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} &S\left(\frac{cy\,dz - cz\,dy}{dt}\right) dM \\ &+ S\left(\frac{c'z\,dx - c'x\,dz}{dt}\right) dM \\ &+ S\left(\frac{c''x\,dy - c''y\,dx}{dt}\right) dM \end{aligned}\right\} = cl + c'm + c''n$$

Substituant pour x, y, z les valeurs données par les équations (1) du n.° 7, et celles de $\frac{dx}{dz}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ données par les équations (2) du n.° 9, il sera aisé en ayant égard aux équations de condition de transformer les premiers membres des équations précédentes en

$$S\left(\frac{y'dz' - z'dy'}{dt}\right) dM,\ S\left(\frac{z'dx' - x'dz'}{dt}\right) dM,\ S\left(\frac{x'dy' - y'dx'}{dt}\right) dM$$

de sorte qu'on pourra changer ces équations en

$$\begin{aligned} S\left(\frac{y'dz'-z'dy'}{dt}\right) dM &= al + a'm + a''n \\ S\left(\frac{z'dx'-x'dz'}{dt}\right) dM &= bl + b'm + b''n \\ S\left(\frac{x'dy'-y'dx'}{dt}\right) dM &= cl + c'm + c''n \end{aligned} \qquad (2)$$

Ces dernières équations expriment la somme des momens autour des trois axes principaux regardés comme fixes, et ne faisant pas partie du corps pendant une durée infiniment petite du mouvement. Maintenant si on substitue à la place de

$\frac{dz'}{dt}, \frac{dy'}{dt}, \frac{dx'}{dt}$ les valeurs $py' - qx'$, $rx' - pz'$, $qz' - ry'$ en se rappellant que

$$S x'y' dM = 0 \quad S x'z' dM = 0 \quad S y'z' dM = 0, \text{ etc.}$$

$$S(y'^2+z'^2) dM = A, S(x'^2+z'^2) dM = B, S(x'^2+y'^2) dM = C$$

on trouvera sans peine

$$\begin{aligned} Ap &= al + a'm + a''n \\ Bq &= bl + b'm + b''n \\ Cr &= cl + c'm + c''n \end{aligned} \qquad (3)$$

Ajoutant celles-ci ensemble après avoir multiplié la première par a, la seconde par b, la troisième par c, et faisant la même chose par rapport à a', b', c' et a'', b'', c'' il viendra

$$\begin{aligned} l &= aAp + bBq + cCr \\ m &= a'Ap + b'Aq + c'Cr \\ n &= a''Ap + b''Bq + c''Cr \end{aligned} \qquad (4)$$

ou faisant pour abréger $Ap = l'$, $Bq = m'$ et $Cr = n'$ on aura plus simplement

$$\begin{aligned} l &= al' + bm' + cn' \\ m &= a'l' + b'm' + c'n' \\ n &= a''l' + b''m' + c''n' ; \end{aligned}$$

quarrant ces équations, puis les ajoutant ensemble, on a

$$l^2 + m^2 + n^2 = l'^2 + m'^2 + n'^2$$

il suit de-là qu'entre l, m, n et l', m', n' il y a les mêmes relations qu'entre x, y, z et x', y', z'.

11. M. La-Grange observe que l'on peut toujours choisir les axes arbitraires fixes dans l'espace, de manière que $l = 0$ $m = 0$, alors on aura plus simplement

$$\left.\begin{aligned} Ap &= na'' \\ Bq &= nb'' \\ Cr &= nc'' \end{aligned}\right\} \text{ ou bien } \left\{\begin{aligned} Ap &= n \sin\omega \sin\varphi \\ Bq &= n \sin\omega \cos\varphi \\ Cr &= n \cos\omega \end{aligned}\right. \quad (1)$$

n.° 8

si on remplace dans les trois dernières équations, p, q, r par leurs valeurs en φ, ψ, ω du n.° 9, on aura le système des trois équations suivantes :

$$\begin{aligned} A\,(\sin\varphi \sin\omega\, d\psi + \cos\varphi\, d\omega) &= n \sin\omega \sin\varphi\, dt \\ B\,(\cos\varphi \sin\omega\, d\psi - \sin\varphi\, d\omega) &= n \sin\omega \cos\varphi\, dt \\ C\,(d\varphi + \cos\omega\, d\psi) &= n \cos\omega\, dt \end{aligned} \quad (C)$$

L'intégration de ces trois équations suffira pour la solution complète du problème ; en effet dès qu'on aura trouvé φ, ψ, ω en fonction du tems, on aura tout de

suite les valeurs de p, q, r par les équations (1) de ce n.°, sans aucune nouvelle intégration.

12. Donnons aux équations (C), d'après La-Grange, la forme

$$\begin{aligned} n\,dt - A\,d\psi &= \frac{A\,d\omega}{\tang\varphi\sin\omega} \\ n\,dt - B\,d\psi &= -\frac{B\,d\omega\tang\varphi}{\sin\omega} \qquad (1) \\ n\,dt - C\,d\psi &= \frac{C\,d\varphi}{\cos\omega}\,; \end{aligned}$$

multiplions la première par $C-B$, la seconde par $A-C$, la troisième par $B-A$; ensuite ajoutons-les ensemble; il viendra

$$\frac{A(C-B)\,d\omega}{\tang\varphi\sin\omega} - \frac{B(A-C)\tang\varphi\,d\omega}{\sin\omega} + \frac{C(B-A)\,d\varphi}{\cos\omega} = 0$$

Cette équation se réduit à la forme

$$\frac{\cos\omega\,d\varphi}{\sin\omega} = \frac{C(B-A)\tang\varphi\,d\varphi}{B(A-C)\sin^2\varphi - A(C-B)}$$

dans laquelle les variables sont séparées; mais en posant $\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}$ à la place de $\tang\varphi$ on pourra lui donner cette autre forme plus simple

$$\frac{\cos\omega\,d\omega}{\sin\omega} = \frac{C(B-A)\sin 2\varphi\,d\varphi}{2AB - C(A+B) + C(B-A)\cos 2\varphi}$$

celle-ci s'intègre tout de suite par les logarithmes, et passant des logarithmes aux nombres, on obtient

$$2AB - C(A+B) + C(B-A)\cos 2\phi = \frac{K}{\sin^2\omega} \qquad (2)$$

K étant la constante introduite par l'intégration, on déduit de cette dernière équation

$$\cos 2\varphi = \frac{\frac{K}{\sin^2\omega} - 2AB + C(A+B)}{C(B-A)}$$

mais on sait que $\text{tang}\,\varphi = \sqrt{\frac{1-\cos 2\varphi}{1+\cos 2\varphi}}$

donc on aura

$$\text{tang}\,\varphi = \sqrt{\frac{2A(B-C)\sin^2\omega - K}{2B(C-A)\sin^2\omega + K}}; \qquad (3)$$

enfin si on substitue cette valeur de tang φ dans les deux premières équations de ce n.°, il viendra

$$n\,dt - A\,d\psi = \frac{A\,d\omega}{\sin\omega}\sqrt{\frac{2B(C-A)\sin^2\omega + K}{2A(B-C)\sin^2\omega - K}}$$

$$n\,dt - B\,d\psi = -\frac{B\,d\omega}{\sin\omega}\sqrt{\frac{2A(B-C)\sin^2\omega - K}{2B(C-A)\sin^2\omega + K}}$$

Telle est la solution la plus simple du problème de la rotation d'un corps libre, uniquement sollicité par la force de gravité.

13. On a vu dans le n.° 6 de l'article premier comment étant données les vîtesses angulaires p, q, r autour des axes principaux, on obtient tout de suite la position de l'axe instantané de rotation, et la vîtesse angulaire du corps autour du même axe relativement aux trois axes principaux; maintenant il sera facile de rapporter la position de l'axe de rotation aux trois axes des x, y, z, pour cela considérons les expressions du n.° 5.

$$\frac{dx'}{dt} = qz' - ry', \quad \frac{dy'}{dt} = rx' - pz', \quad \frac{dz'}{dt} = py' - qx'$$

ces vîtesses devant être nulles pour tous les points de l'axe instantané de rotation, on aura relativement à cet axe

$$qz' - ry' = 0\,,\ rx' - pz' = 0\,,\ py' - qx' = 0$$

c'est-à-dire $\frac{y'}{z'} = \frac{q}{r}$, $\frac{x'}{z'} = \frac{p}{r}$

d'où il résulte $y' = qh$, $x' = ph$, $z' = rh$, h étant un facteur commun; ces valeurs de x', y', z' étant substituées dans celles de x, y, z du n.° 7, on trouve

$$x = h(ap + bq + cr)$$
$$y = h(a'p + b'q + c'r)$$
$$z = h(a''p + b''q + c''r)$$

et désignant par P, Q, R, les quantités renfermées entre les parenthèses, il viendra $x = Ph$, $y = Qh$, $z = Rh$.

Lesquelles devront avoir lieu pour tous les points de l'axe instantané de rotation, et se réduisent par l'élimination de h à la forme

$$Qz - Ry = 0,\ Rx - Pz = 0\,,\ Py - Qx = 0.$$

Maintenant si on désigne par $(\lambda . x)$, $(\lambda . y)$, $(\lambda . z)$ les angles que l'axe instantané de rotation fait respectivement avec les axes des x, y, z, il est facile de voir qu'on aura

$$\cos(\lambda . x) = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}}$$
$$\cos(\lambda . y) = \frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}}$$
$$\cos(\lambda . z) = \frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}}$$

enfin quarrant les équations

$$P = ap + bq + cr$$
$$Q = a'p + b'q + c'r$$
$$R = a''p + b''q + c''r$$

et les ajoutant ensemble, il vient

$$P^2 + Q^2 + R^2 = p^2 + q^2 + r^2$$

d'où il suit que la vîtesse angulaire λ autour de l'axe instantané de rotation peut aussi s'exprimer par $\lambda = \sqrt{P^2+Q^2+R^2}$; Il est évident d'après ces résultats qu'entre P, Q, R et p, q, r existent les mêmes relations qui ont lieu entre x, y, z, et x', y', z'.

14. Les équations (4) du n.° 9 donnent l'expression des vîtesses $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ en fonction des vîtesses angulaires p, q, r; si on substituera dans les mêmes équations les valeurs de x', y', z' données par les équations (3) du n.° 7, on trouvera après quelque réduction très-simple

$$\frac{dx}{dt} = z(a'p + b'q + c'r) - y(a''p + b''q + c''r)$$
$$\frac{dy}{dt} = x(a''p + b''q + c''r) - z(ap + bq + cr)$$
$$\frac{dz}{dt} = y(ax + by + cz) - x(a'p + b'q + c'r)$$

c'est-à-dire

$$\frac{dx}{dt} = Qz - Ry, \frac{dy}{dt} = Rx - Pz, \frac{dz}{dt} = Py - Qx$$

ce sont-là les vîtesses dans le sens des x, y, z, comme on les aurait trouvées directement par la considération des trois rotations partielles P, Q, R, relativement aux trois axes des x, y, z.

15. La vîtesse absolue d'un élément quelconque du corps pouvant s'exprimer également par $\sqrt{\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt}}$, ou par $\sqrt{\frac{dx'^2+dy'^2+dz'^2}{dt^2}}$ il en résulte évidemment $dx^2+dy^2+dz^2=dx'^2+dy'^2+dz'^2$, tout comme on le déduirait des équations (2) du n.° 9, en les ajoutant ensemble après en avoir fait le quarré. Il suit de-là que si on représente par V la somme des forces vives du corps,

on aura $$V=S\left(\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{dt^2}\right)dM$$

ou bien $$V=S\left(\frac{dx'^2+dy'^2+dz'^2}{dt}\right)dM.$$

D'après le n.° précédent il est aisé de changer la première de ces expressions en

$$V=\begin{cases} P^2\,S(y^2+z^2)dM+Q^2\,S(x^2+z^2)dM+R^2\,S(x^2+y^2)dM \\ -2PQ\,S\,xy\,dM-2PR\,S\,xz\,dM-2QR\,S\,yz\,dM \end{cases}$$

laquelle en faisant pour abréger

$$S(y^2+z^2)dM=A',\ S(x^2+z^2)dM=B',\ S(x^2+y^2)dM=C'$$

$$S\,xy\,dM=E',\ S\,xz\,dM=F',\ S\,yz\,dM=G'$$

pourra s'écrire plus simplement

$$V = A'P^2 + B'Q^2 + C'R^2 - 2'E\,PQ - 2F'\,PR - 2G'QR \quad (1)$$

en traitant de la même manière la seconde expression de V par rapport aux trois axes principaux on parviendrait à la forme plus simple

$$V = Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 ;$$

il est évident que la première doit renfermer la seconde comme cas particulier, il suffira de supposer que les axes des x, y, z sont des axes principaux, et partant changer P, Q, R en p, q, r, A', B', C' en A, B, C et faire $E' = 0$, $F' = 0$, $G' = 0$.

16. L'expression précédente de la force vive est indépendante des équations (1) du n.° 3, mais LA-GRANGE dans sa nouvelle édition de la mécanique analytique déduit de ces équations une autre expression très-simple de la force vive.

Si on ajoute ensemble ces trois équations après avoir multiplié la première par P, la seconde par Q et la troisième par R, il viendra

$$Pl + Qm + Rn = \begin{cases} \mathcal{S}\,(Py - Qx)\,\frac{dz}{dt}\,dM \\ + \mathcal{S}\,(Rx - Pz)\,\frac{dy}{dt}\,dM \\ + \mathcal{S}\,(Qz - Ry)\,\frac{dx}{dt}\,dM \end{cases}$$

or d'après le n.° 14 on a

$$Py - Qx = \frac{dz}{dt},\ Rx - Pz = \frac{dy}{dt},\ Qz - Ry = \frac{dx}{dt}.$$

et faisant cette substitution on trouve

$$Pl+Qm+Rn=S\left(\frac{dz^2+dy^2+dx^2}{dt^2}\right)dM$$

c'est-à-dire qu'on aura

$$V=Pl+Qm+Rn \qquad (2)$$

Si on voulait rapporter cette expression de la force vive aux trois axes principaux, on trouverait sans peine

$$V=pl'+qm'+rn'$$

désignant par l', m', n' les valeurs des trois quantités Ap, Bq, Cr, n.° 10.

17. Lorsque le corps a été mis en mouvement par des impulsions primitives, les constantes l, m, n représentent la somme des momens dûs à ces impulsions relativement aux trois axes des x, y, z, et l', m', n' la somme des momens dûs à ces mêmes impulsions par rapport aux axes principaux des x', y', z'. Connaissant ces momens, il est facile de déterminer les valeurs initiales P, Q, R, ou p, q, r.

Pour déterminer ces dernières quantités on a tout de suite $Ap=l'$, $Bq=m'$, $Cr=n'$; et pour obtenir celles de P, Q, R on n'aura qu'à substituer dans les trois équations (1) du n.° 3 pour $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ les valeurs données au n.° 14, on aura les équations

$$l=P\,S(y^2+z^2)\,dM-Q\,S\,xy\,dM-R\,S\,xz\,dM$$

$$m=Q\,S(x^2+z^2)\,dM-R\,S\,yz\,dM-P\,S\,xy\,dM$$

$$n=R\,S(x^2+y^2)\,dM-P\,S\,xy\,dM-Q\,S\,yz\,dM$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned} l &= A'P - E'Q - F'R \\ m &= B'Q - G'R - E'P \\ n &= C'R - F'P - G'Q \end{aligned} \qquad (a)$$

lesquelles détermineront les valeurs initiales de P, Q, R; celles-ci se reduiront aux équations supérieures si on charge l, m, n en l', m', n' et A', B', C' en A, B, C, et qu'on suppose en même tems $E' = 0$, $F' = 0$, $G' = 0$.

18. Les deux expressions (1) (2) de V sont toutes les deux fonctions de P, Q, R si on élimine par leur moyen une quelconque de ces variables, on aura la force vive V exprimée en fonction des deux autres. Or en regardant les deux variables restantes comme indépendantes entr'elles, c'est une propriété remarquables des valeurs initiales de P, Q, R de rendre la force vive V un *maximum* ou *minimum*; de plus comme les valeurs initiales des vîtesses P, Q, R déterminent la position de l'axe instantané de rotation, il s'ensuit que la position initiale de cet axe est toujours telle que la force vive de tout le corps, est la plus petite, ou la plus grande par rapport à ces mêmes axes.

Pour vérifier cette propriété considérons les deux équations

$$V = A'P^2 + B'Q^2 + C'R^2 - 2E'PQ - 2F'PR - 2G'QR \qquad (1)$$

$$V = lP + mQ + nR \qquad (2)$$

on déduit de la dernière

$$R = \frac{V - lP - mQ}{n}$$

cette valeur portée dans la première donne

$$V = \begin{cases} A'P^2 + B'Q^2 + C'\dfrac{(V-lP-mQ)^2}{n^2} \\ -2E'PQ - 2(F'P+G'Q)\dfrac{(V-lP-mQ)}{n} \end{cases}$$

et différentiant par rapport à P, il vient

$$\frac{dV}{dP} = \begin{cases} 2A'P + 2C'\dfrac{(V-lP-mQ)}{n^2}\left(\dfrac{dV}{dP} - l\right) \\ -2E'Q - 2F'\dfrac{(V-lP-mQ)}{n} \\ -2\dfrac{(F'P+G'Q)}{n}\left(\dfrac{dV}{dP} - l\right) \end{cases}$$

faisant rester $\frac{dV}{dP}$ tout seul dans le premier membre de cette équation, elle prendra la forme

$$\frac{dV}{dP} = \frac{2A'P - (2\frac{C'l}{n} + 2F')\frac{(V-lP-mQ)}{n} - 2E'Q + 2l\frac{(F'P+G'Q)}{n}}{1 - 2C'\frac{(V-lP-mQ)}{n^2} + 2\frac{(FP+G'Q)}{n}}$$

on trouvera de la même manière

$$\frac{dV}{dQ} = \frac{2B'Q - (2\frac{C'm}{n} + 2G')\frac{(V-lP-mQ)}{n} - 2E'P + 2m\frac{(F'P+G'Q)}{n}}{1 - 2C'\frac{(V-lP-mQ)}{n^2} + 2\frac{(F'P+G'Q)}{n}}$$

Maintenant par la propriété énoncée, les valeurs de P, Q, R déduites des équations (a) doivent rendre identiquement nuls les seconds membres des deux dernières équations; c'est en effet ce qui a lieu, car si on remet nR à la la place $V - lP - mQ$, on trouvera après avoir

multiplié par n les deux termes de la fraction, et réduit à plus simple forme

$$\frac{dV}{dP} = \frac{2n(A'P - E'Q - C'R) - 2l(C'R - F'P - G'Q)}{n - 2(C'R - F'P - G'Q)}$$

$$\frac{dV}{dQ} = \frac{2n(B'Q - G'R - E'P) - 2m(C'R - F'P - G'Q)}{n - 2(C'R - F'P - G'Q)}$$

or il est évident qu'en vertu des équations (a) celles-ci se reduisent à

$$\frac{dV}{dP} = 0, \quad \frac{dV}{dQ} = 0.$$

19. Cette propriété remarquable a été démontrée la première fois par EULER et au moyen des deux expressions supérieures de V on parvient tout de suite à la formule donnée par le même auteur. Quarrant l'expression (2) de V et divisant par celle (1) on aura l'équation

$$V = \frac{(Pl + Qm + Rn)^2}{A'P^2 + B'Q^2 + C'R^2 - 2F'PQ - 2F'PR - 2G'QR}$$

désignons par λ la vîtesse angulaire autour de l'axe de rotation et par α, β, γ les angles qu'il fait respectivement avec les axes des x, y, z, on aura $P = \lambda \cos \alpha$, $Q = \lambda \cos \beta$, $R = \lambda \cos \gamma$ et de-là

$$V = \frac{(l\cos\alpha + m\cos\beta + n\cos\gamma)^2}{A'\cos^2\alpha + B'\cos^2\beta + C'\cos^2\gamma - 2E'\cos\alpha\cos\beta - 2F'\cos\alpha\cos\gamma - 2C'\cos\beta\cos\gamma}$$

20. Cette expression de la force vive du corps est celle employée par EULER ; le numérateur de la fraction n'est autre chose que le carré de la somme des momens de ro-

autour de l'axe instantané de rotation, et le dénominateur n'exprime que le moment d'inertie du corps relativement au même axe rapporté aux trois axes des x, y, z.

En rapportant cette expression aux trois axes principaux, on aura plus simplement

$$V = \frac{(l' \cos\alpha' + m' \cos\beta' + n' \cos\gamma')^2}{A \cos^2\alpha' + B \cos^2\beta' + C \cos^2\gamma'};$$

Pour avoir la position de l'axe instantané de rotation, on n'aura qu'à éliminer une des trois variables α, β, γ au moyen de la relation $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$, et déterminer les autres deux, de manière qu'il en résulte pour V un *maximum* ou *minimum*, mais il sera plus simple d'introduire à la place des angles α, β, γ celui que l'axe instantané de rotation fait avec le plan des x, y et celui que la projection de rotation fait avec l'axe des x; pour cela si on nomme les deux angles par θ, η on aura les expressions connues

$$\cos\alpha = \cos\theta \cos\eta, \cos\beta = \cos\theta \sin\eta, \cos\gamma = \sin\theta.$$

Article 3.e

21. D'après la remarque de La-Grange les trois axes fixes dans l'espace étant arbitraires on peut toujours les prendre, de manière que $l = 0$ $m = 0$; cette proposition a été démontrée pour la première fois par M. La-Place dans le premier volume de sa Mécanique céleste; La-Grange en

a donné aussi une démonstration dans sa nouvelle édition de la Mécanique analytique à-peu-près de la manière suivante. Supposons que les quantités constantes l, m, n ne sont pas nulles, et voyons si en passant à un autre système d'axes rectangulaires pareillement fixes dans l'espace, pour lequel les coordonnés d'un élément quelconque du corps soient désignées par x'', y'', z'', il ne sera pas possible de déterminer la position de ces nouveaux axes, telle qu'on ait

$$S\left(\frac{y''dz' - z''dy''}{dt}\right)dM = L = 0$$
$$S\left(\frac{z''dx'' - x''dz''}{dt}\right)dM = M = 0$$
$$S\left(\frac{x''dy'' - y''dx''}{dt}\right)dM = N .$$

22. Je conçois que les deux systèmes d'axes rectangulaires soient liés entr'eux par les équations

$$x = \alpha x'' + \beta y'' + \gamma z''$$
$$y = \alpha' x'' + \beta' y'' + \gamma' z''$$
$$z = \alpha'' x'' + \beta'' y'' + \gamma'' z''$$

Il est clair qu'il y aura entre les coëfficiens α, β, γ etc. les mêmes relations qui existent entre les coëfficiens a, b, c etc., n.° 7 ; or des équations précédentes, il sera aisé de déduire

$$S\left(\frac{ydz - zdy}{dt}\right)dM = \begin{cases} (\beta'\gamma'' - \beta''\gamma')\,S\left(\frac{y''dz'' - z''dy''}{dt}\right)dM \\ +(\gamma'\alpha'' - \alpha'\gamma'')\,S\left(\frac{z''dx'' - x''dz''}{dt}\right)dM \\ +(\alpha'\beta'' - \beta'\alpha'')\,S\left(\frac{x''dy'' - y''dx''}{dt}\right)dM \end{cases}$$

$$\int\left(\frac{zdx-xdz}{dt}\right)dM=\begin{cases}(\beta''\gamma-\beta\gamma'')\int\left(\frac{y''dz''-z''dy''}{dt}\right)dM\\+(\gamma''\alpha-\gamma\alpha'')\int\left(\frac{z''dx''-x''dz''}{dt}\right)dM\\+(\alpha''\beta-\beta''\alpha)\int\left(\frac{x''dy''-y''dx''}{dt}\right)dM\end{cases}$$

$$\int\left(\frac{xdy-dx}{dt}\right)dM=\begin{cases}(\beta\gamma'-\beta'\gamma)\int\left(\frac{y''dz''-z''dy''}{dt}\right)dM\\+(\gamma\alpha'-\alpha\gamma')\int\left(\frac{z''dx''-x''dz''}{dt}\right)dM\\+(\alpha\beta'-\beta\alpha')\int\left(\frac{x''dy''-y''dx''}{dt}\right)dM\end{cases}$$

ce qui revient à

$$l=\alpha L+\beta M+\gamma N.$$
$$m=\alpha' L+\beta' M+\gamma' N$$
$$n=\alpha'' L+\beta'' M+\gamma'' N$$

quarrant ces dernières équations on trouvera

$$l^2+m^2+n^2=L^2+M^2+N^2$$

d'où il suit qu'il y a les mêmes relations entre l, m, n et L, M, N qu'il y a entre x, y, z et x'', y'', z''. C'est ce qu'on aurait pu déduire tout de suite du n.° 10 sans aucune autre considération ultérieure.

Maintenant il est facile de voir que si l'on prend pour axe de z'' une droite menée de l'origine à un point dans l'espace dont les coordonnées relativement aux premiers axes soient x, y, z proportionnelles à l, m, n; les coordonnées x'', y'', z'' seront proportionnelles à L, M, N,

et à cause qu'on a par cette disposition $x''=0$ $y''=0$, il s'ensuit qu'on aura également $L=0$ $M=0$ et $N=\sqrt{l^2+m^2+n^2}$;

23. Les trois équations ci-dessus se reduiront simplement à $l=\gamma N$, $m=\gamma' N$, $n=\gamma'' N$, et donnent tout de suite les angles que l'axe des z'' fait respectivement avec les axes des x, y, z, puisque γ, γ', γ'' ne sont autre chose que le cosinus de ces angles; ainsi si on désigne ces angles par $(z''.x)$, $(z''.y)$, $(z''.z)$, on aura

$$\cos(z''.x)=\gamma=\frac{l}{N}=\frac{l}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$$

$$\cos(z''.y)=\gamma=\frac{m}{N}=\frac{m}{\sqrt{l^2+m^2-n^2}}$$

$$\cos(z''.z)=\gamma'=\frac{n}{N}=\frac{n}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}}$$

Le plan des x'' y'' déterminé de manière que $L=0$ $M=0$ est celui que LA-PLACE nomme *plan invariable*; POISSON le désigne sous le nom de *plan du moment principal* et POINSOT *plan du couple résultant.*

24. Le plan invariable ou du moment principal jouit de cette propriété remarquable; si l'on projette sur ce plan les momens exprimés par

$$S\left(\frac{ydz-zdy}{dt}\right)dM=l$$

$$S\left(\frac{zdx-xdz}{dt}\right)dM=m$$

$$S\left(\frac{xdy-ydx}{dt}\right)dM=n$$

ou les aires proportionnelles respectivement à ces moments, et situées sur les plans des yz, xz, xy la somme de ces aires ainsi projettées sur ce plan sera plus grande qu'elle ne serait, ni ces aires étaient projettées sur tout autre plan quelconque.

25. Il sera facile de déterminer la position du plan invariable d'après cette propriété. Pour cela quelque soit ce plan, supposons que la droite perpendiculaire à ce plan et passant par l'origine des coordonnées, ou l'axe du plan invariable fasse avec les axes x, y, z des angles respectivement égaux à ζ, ζ', ζ''; ζ'' sera l'inclinaison de ce plan avec celui des xy, ζ' l'inclinaison de ce plan avec celui des xz, enfin ζ sera l'inclinaison du même plan invariable avec le plan des zy; désignons maintenant par $l_{,}$, $m_{,}$, $n_{,}$, les projections de l, m, n sur le plan invariable, et faisons pour plus de simplicité $l_{,}+m_{,}+n_{,}=H$; on aura

$$l\cos\zeta+m\cos\zeta'+n\cos\zeta''=H;$$

pour avoir la position du plan cherché il ne reste plus qu'à déterminer les angles ζ, ζ', ζ'', de manière que H soit un *maximum*; posant $\cos\zeta=t$, $\cos\zeta'=u$, $\cos\zeta''=v$, l'équation précédente prendra la forme

$$lt+mu+nv=H$$

de plus à cause que $t^2+u^2+v^2=1$, on aura

$$t=\sqrt{1-u^2-v^2}\text{ et partant}$$

$$l\sqrt{1-u^2-v^2}+mu+nv=H$$

différentiant cette dernière équation, par rapport à u, et ensuite par rapport à v et faisant $\frac{dH}{du}=0$, $\frac{dH}{dv}=0$ on trouvera

$$u=\frac{mt}{l},\ v=\frac{nt}{l}\ \text{d'où il suit}$$

$$lH=t\,(l^2+m^2+n^2)$$

on trouvera de la même manière

$$mH=u\,(l^2+m^2+n^2)\qquad nH=v\,(l^2+m^2+n^2);$$

quarrant ces trois expressions, et les ajoutant ensemble il vient $H^2=l^2+m^2+n^2$; de-là il résulte

$$t=\frac{lH}{l^2+m^2+n^2}=\frac{l}{\sqrt{m^2+n^2+l^2}}=\cos\zeta$$

$$u=\frac{mH}{l^2+m^2+n^2}=\frac{m}{\sqrt{m^2+n^2+l^2}}=\cos\zeta'$$

$$v=\frac{uH}{l^2+m^2+n^2}=\frac{n}{\sqrt{l^2+m^2+n^2}}=\cos\zeta''$$

d'où l'on voit que les angles ζ, ζ, ζ' ne sont autre chose que ceux désignés ci-dessus n.° 17 par γ, γ', γ'', et que le plan qui jouit de la propriété du *maximum* de la somme des momens, est le même dont on a trouvé ci-dessus la position en faisant $L=0$, $M=0$.

26. Si on suppose que le corps ait été mis en mouvement autour de son centre de gravité par l'action d'une force, comme par exemple l'action d'un autre corps le plan du moment principal sera celui qui passant par le centre de gravité contiendra la direction de cette force;

en effet soit F la force d'impulsion $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ les coordonnées du point d'application, et X, Y, Z les trois composantes de F respectivement parallèles aux axes des x, y, z on aura à l'origine du mouvement

$$S\left(\frac{y\,dz - z\,dy}{dt}\right) dM = l = Z\bar{y} - Y\bar{z}$$

$$S\left(\frac{z\,dx - x\,dz}{dt}\right) dM = m = X\bar{z} - Z\bar{x} \qquad (1)$$

$$S\left(\frac{x\,dy - y\,dx}{dt}\right) dM = n = Y\bar{x} - X\bar{y}.$$

or si on suppose $l = 0$, $m = 0$, c'est-à-dire que le plan des xy soit le plan du moment principal, on trouvera $\bar{z} = 0$, $Z = 0$, c'est-à-dire que la force F sera située sur le même plan des xy.

27. L'existence du plan invariable ou du moment principal étant ainsi bien démontrée, on ne peut pas douter que la simplification de M. La-Grange ne puisse avoir lieu dans tous les cas ; car si on choisit ce plan pour celui des xy, on aura nécessairement $l = 0$, $m = 0$.

M. Le-Français dans son mémoire est d'avis que cette simplification ne saurait avoir généralement lieu ; mais cela ne peut être vrai que dans l'hypothèse particulière qu'il a suivi : il suppose que les axes des x, y, z coïncident au commencement du mouvement avec les axes principaux des x', y', z' ; il suit de-là nécessairement que la position des

axes fixes dans l'espace n'est plus arbitraire, et qu'il ne peut plus en disposer pour simplifier le calcul.

ARTICLE 4.me

28. M. LE-FRANÇAIS suppose qu'au commencement du mouvement les axes des x, y, z coïncident avec ceux des x', y', z', par conséquent il établit

$$a = 1, b = 0, c = 0$$
$$a' = 0, b' = 1, c' = 0$$
$$a'' = 0, b'' = 0, c'' = 1$$

D'après cette supposition les équations (3) du n.° 10 se changent pour la même époque en $l = Ap$, $m = Bq$, $n = Cr$, c'est-à-dire en désignant par p', q', r' les valeurs initiales de p, q, r, on aura $l = Ap'$, $m = Bq'$, $n = Cr'$.

L'Auteur ayant prouvé que les quantités p', q', r' ne sauraient être généralement nulles, il en conclut que la simplification de LA-GRANGE ne peut avoir lieu dans tous les cas (*V.* les n.° 4, 14, 16, 49 du Mémoire cité). J'observe que la simplification de LA-GRANGE consiste à faire toujours $l = 0$, $m = 0$, et non pas $p' = 0$, $q' = 0$, or il est facile de voir que si dans l'hypothèse de l'Auteur la supposition de $p' = 0$, $q' = 0$ rend $l = 0$, $m = 0$ et réciproquement, la même chose n'aura pas lieu pour toute autre position des axes fixes pris arbitrairement dans l'espace, et il sera possible de déterminer cette position, de manière

effet soit F la force d'impulsion $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$ les coordonnées du point d'application, et X, Y, Z les trois composantes de F respectivement parallèles aux axes des x, y, z on aura à l'origine du mouvement

$$S\left(\frac{y\,dz - z\,dy}{dt}\right) dM = l = Z\bar{y} - Y\bar{z}$$

$$S\left(\frac{z\,dx - x\,dz}{dt}\right) dM = m = X\bar{z} - Z\bar{x} \qquad (1)$$

$$S\left(\frac{x\,dy - y\,dx}{dt}\right) dM = n = Y\bar{x} - X\bar{y}.$$

or si on suppose $l = 0$, $m = 0$, c'est-à-dire que le plan des xy soit le plan du moment principal, on trouvera $\bar{z} = 0$, $Z = 0$, c'est-à-dire que la force F sera située sur le même plan des xy.

27. L'existence du variable ou du moment principal étant ainsi bien démontrée, on ne peut pas douter que la simplification de M. La-Grange ne puisse avoir lieu dans tous les cas ; car si on choisit ce plan pour celui des xy, on aura nécessairement $l = 0$, $m = 0$.

M. Le-Français dans son mémoire est d'avis que cette simplification ne saurait avoir généralement lieu ; mais cela ne peut être vrai que dans l'hypothèse particulière qu'il a suivi : il suppose que les axes des x, y, z coïncident au commencement du mouvement avec les axes principaux des x', y', z' ; il suit de-là nécessairement que la position des

axes fixes dans l'espace n'est plus arbitraire, et qu'il ne peut plus en disposer pour simplifier le calcul.

Article 4.me

28. M. Le-Français suppose qu'au commencement du mouvement les axes des x, y, z coïncident avec ceux des x', y', z', par conséquent il établit

$$a = 1, b = 0, c = 0$$
$$a' = 0, b' = 1, c' = 0$$
$$a'' = 0, b'' = 0, c'' = 1.$$

D'après cette supposition les équations (3) du n.° 10 se changent pour la même époque en $l = Ap$, $m = Bq$, $n = Cr$, c'est-à-dire en désignant par p', q', r' les valeurs initiales de p, q, r, on aura $l = Ap'$, $m = Bq'$, $n = Cr'$.

L'Auteur ayant prouvé que les quantités p', q', r' ne sauraient être généralement nulles, il en conclut que la simplification de La-Grange ne peut avoir lieu dans tous les cas (*V.* les n.° 4, 14, 16, 49 du Mémoire cité). J'observe que la simplification de La-Grange consiste à faire toujours $l = 0$, $m = 0$, et non pas $p' = 0$, $q' = 0$, or il est facile de voir que si dans l'hypothèse de l'Auteur la supposition de $p' = 0$, $q' = 0$ rend $l = 0$, $m = 0$ et réciproquement, la même chose n'aura pas lieu pour toute autre position des axes fixes pris arbitrairement dans l'espace, et il sera possible de déterminer cette position, de manière

rant ces équations, puis les ajoutant ensemble, il vient $l^2+m^2+n^2=A^2p^2+B^2q^2+C^2r^2$; ainsi la constante k^2 exprime le quarré du moment principal désigné au n.° 25 par H. La seconde de ces équations n'est autre chose que l'expression de la force vive (2) du n.° 15, et montre qu'elle est constante.

31. Au moyen des équations (2) (3) du n.° précédent, on obtient

$$p^2=\frac{k^2-Bh^2+(B-C)Cr^2}{A(A-B)}$$

$$q^2=\frac{k^2-Ah^2+(A-C)Cr^2}{B(B-A)}$$

et par la substitution de ces valeurs de p, q dans la troisième des équations (1) du même n.°, on aura

$$dt=\frac{\sqrt{AB}\,.\,Cdr}{[k^2-Bh^2+(B-C)Cr^2]^{\frac{1}{2}}[Ah^2-k^2+(C-A)Cr^2]^{\frac{1}{2}}}$$

on trouverait de la même manière, et au moyen des mêmes équations, les suivantes

$$dt=\frac{\sqrt{AC}\,.\,Bdq}{[k^2-Ah^2+(A-B)Bq^2]^{\frac{1}{2}}[Ch^2-k^2+(B-C)Bq^2]^{\frac{1}{2}}}$$

$$dt=\frac{\sqrt{BC}\,.\,Adp}{[k^2-Ch^2+(C-A)Ap^2]^{\frac{1}{2}}[Bh^2-k^2+(A-B)Ap^2]^{\frac{1}{2}}}$$

ainsi les valeurs du p, q, r en fonction du tems sont censées connues, ou du moins ne dépendent plus que d'une seule intégration qui se rapporte à la méthode des quadrantes.

32. Connaissant par les formules précédentes les trois quantités p, q, r en fonction du tems il va être maintenant question de choisir trois équations distinctes en x, y, z et t affin de pouvoir déterminer ces ordonnées en fonction de la même variable.

Pour cela multiplions respectivement les équations (4) du n.° 10 par x, y, z; les ajoutant ensemble, il vient

$$lx+my+nz=\left\{\begin{array}{l} a\,Apx+b\,Bqx+c\,Crx \\ +a'\,Apy+b'\,Bqy+c'\,Cry \\ +a''\,Apz+b''\,Bqz+c''Crz \end{array}\right.$$

ou bien à cause des relations (3) du n.° 7

$$lx+my+nz=Apx'+Bqy'+Crz' \qquad (1)$$

Ajoutons encore ensemble les mêmes équations (4) du n.° 10 après les avoir multiplié respectivement par

$$\frac{ydz-zdy}{dt},\ \frac{zdx-xdz}{dt},\ \frac{xdy-ydx}{dt}$$

on trouvera

$$\left.\begin{array}{l} l\,\frac{(ydz-zdy)}{dt} \\ +m\,\frac{(zdx-xdz)}{dt} \\ +n\,\frac{(xdy-ydx)}{dt} \end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{l} (aAp+bBq+cGr)\,\frac{(ydz-zdy)}{dt} \\ +(a'Ap+b'Bq+c'Cr)\,\frac{(zdx-xdz)}{dt} \\ +(a''Ap+b''Bq+c''Cr)\,\frac{(xdy-ydx)}{dt} \end{array}\right.$$

maintenant qu'on remplace dans le second membre x, y, z $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ par leurs valeurs en x', y', z' déduites des équa-

tions (1) du n.° 7, et de celles (4) du n.° 9; l'équation précédente prendra cette forme

$$\left.\begin{aligned} &l\,\frac{(ydz-zdy)}{dt}\\ &+m\,\frac{(zdx-xdz)}{dt}\\ &+n\,\frac{(xdy-ydx)}{dt}\end{aligned}\right\}=Ap^2(y'^2+z'^2)+Bq^2(z'^2+x'^2)+Cr^2(x'^2+y'^2) \qquad (2)$$

Si aux deux équations qu'on vient de trouver on joint encore celle du n.° 7

$$x^2+y^2+z^2=x'^2+y'^2+z'^2 \qquad (3)$$

On aura les trois équations, au moyen desquelles M. Le-Français donne la solution du problème si pour plus de simplicité on fait

$$Apx'+Bqy'+Crz'=\theta$$

$$Ap^2(y'^2+z'^2)+Bq^2(z'^2+x'^2)+Cr^2(x'^2+y'^2)=\xi$$

$$x'^2+y'^2+z'^2=\zeta^2$$

les trois équations supérieures se reduiront à la forme très-simple

$$lx+my+nz=\theta$$

$$l\,\frac{(ydz-zdy)}{dt}+m\,\frac{(zdx-xdz)}{dt}+n\,\frac{(xdy-ydx)}{dt}=\xi \qquad (4)$$

$$x^2+y^2+z^2=\zeta^2$$

33. Ces équations ne sont pas ancore de la forme de celles données par l'Auteur au n.° 19 de son Mémoire;

pour les reduire à la même forme, il faut d'après son hypothèse supposer

$$l = Ap', \; m = Bq', \; n = Cr'$$

c'est-à-dire qu'à l'origine du mouvement les axes principaux coïncident avec les axes fixes dans l'espace n.° 28, alors on aura

$$Ap'x + Bq'y + Cr'z = \theta \qquad (a)$$

$$Ap' \frac{(ydz - zdy)}{dt} + Bq' \frac{(zdx - xdz)}{dt} + Cr' \frac{(xdy - ydx)}{dt} = \xi$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = \zeta^2$$

Intégrons maintenant ces équations d'après M. Le-Français premièrement pour le cas de $p' = 0$, $q' = 0$, ensuite dans le cas que ces quantités puissent avoir des valeurs quelconques.

Dans la supposition de $p' = 0$, $q' = 0$ elles se reduisent à la forme très-simple

$$Cr'z = \theta, \; Cr' \frac{(xdy - ydx)}{dt} = \xi, \; x^2 + y^2 + z^2 = \zeta^2 \quad (b)$$

on tire de la première $z = \frac{\theta}{Cr'}$; cette valeur portée dans la troisième, il vient

$$x^2 + y^2 = \frac{C^2 r'^2 \zeta^2 - \theta^2}{C^2 r'^2}$$

combinant celle-ci avec la seconde, on trouve

$$\frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2} = \frac{Cr' \zeta dt}{C^2 r'^2 \zeta^2 - \theta^2}$$

ou faisant pour plus de simplicité

$$\frac{Cr'\xi\,dt}{C^2r'^2\zeta^2-\theta^2} = dT$$

on a $\frac{xdy-ydx}{x^2r+y^2} = dT$ dont l'intégrale est

$\frac{y}{x} = \text{tang } T$, et de-là on déduit les valeurs des trois cordonnées x, y, z;

$$x = \frac{\sqrt{C^2r'^2\zeta^2-\theta^2}}{Cr'}\cos T$$

$$y = \frac{\sqrt{C^2r'^2\zeta^2-\theta^2}}{Cr'}\sin T,\ z = \frac{\theta}{Cr'}$$

Le problème est ainsi complètement résolu pour le cas de $p'=0$, $q'=0$, lequel rend $l=0$, $m=0$, n.° 28.

34. Supposons maintenant que les quantités p', q' peuvent avoir des valeurs quelconques. L'Auteur introduit trois nouvelles indéterminées x'', y'', z'' liées aux précédents par les équations

$$\begin{aligned} x &= ex''+fy''+gz'' \\ y &= e'x''+f'y''+g'z'' \\ z &= e''x''+f''y''+g''z''; \end{aligned} \qquad (1)$$

comme il existe entre les neufs coëfficiens e, e', e'' etc. Les mêmes équations de conditions qu'entre ceux a, a', a'' etc., il en restera trois d'arbitraires.

Après avoir fait $\sqrt{l^2+m^2+n^2} = k$

L'Auteur suppose

$$g = \frac{Ap'}{k} = \frac{l}{\sqrt{m^2+n^2+l^2}}$$

$$g' = \frac{Bq'}{k} = \frac{m}{\sqrt{m^2+n^2+l^2}}$$

$$g'' = \frac{Cr'}{k} = \frac{n}{\sqrt{m^2+n^2+l^2}}$$

Ces trois suppositions n'en font à proprement parler que deux seulement, à cause de l'équation de condition $g^2+g'^2+g''^2=1$. Cependant elles suffisent pour déterminer le plan des x'', y'', puisque g, g', g'' ne sont autre chose que les cosinus des angles que l'axe des z'' fait respectivement avec les axes des x, y, z. Cela posé des équations supérieures (1), on déduit

$$x'' = ex + e'y + e''z$$
$$y'' = fx + f'y + f''z$$
$$z'' = gx + g'y + g''z$$

et portant dans la troisième les valeurs adoptées pour g, g', g'', on aura

$$z'' = \frac{Ap'}{k}\,x + \frac{Bq'}{k}\,y + \frac{Cr'}{k}\,z = \frac{\theta}{k}$$

on aura également

$$x^2+y^2+z^2 = x''^2+y''^2+z''^2 = \zeta^2$$

enfin si dans la seconde des équations (a) du n.° précédent on substitue pour x, y, z $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ leurs valeurs en

x'', y'', z''. $\frac{dx''}{dt}$, $\frac{dy''}{dt}$, $\frac{dz''}{dt}$, on la changera en ayant égard aux équations de conditions entre e, e', e'' . . . etc. en

$$k\,\frac{(x''dy''-y''dx'')}{dt}=\xi$$

ainsi pour résoudre le problème dans toute sa généralité on aura les trois équations $z''=\frac{\theta}{k}$

$$k\,\frac{(x''dy''-y''dx'')}{dt}=\xi$$

$$x''^2+y''^2+z''^2=\zeta$$

Ces trois équations sont entièrement semblables à celles (*b*) du n.° précédent ; il n'y a d'autre différence que la constante Cr' est changée en k, donc en faisant comme ci-dessus $\frac{k\xi\,dt}{k^2\zeta^2-\theta^2}=dT$, on aura ces trois valeurs de x'' y'' z''.

$$x''=\frac{\sqrt{k^2\zeta^2-\theta^2}}{k}\cos T$$

$$y''=\frac{\sqrt{K^2\zeta^2-\theta^2}}{k}\sin T$$

$$z''=\frac{\theta}{k}$$

Il ne reste plus pour achever la solution du problème que de substituer ces valeurs dans celles (1) du n.° précédent pour avoir les x, y, z après avoir déterminé tous les coëfficiens e, f, g . . . etc., parmi lesquels il en reste encore un d'arbitraire que M. Le-Français détermine en faisant $f=0$.

35. Supposons maintenant

$$S\left(\frac{y''dz''-z''dy''}{dt}\right)dM = L$$

$$S\left(\frac{z''dx''-x''dz''}{dt}\right)dM = M$$

$$S\left(\frac{x''dy''-y''dx''}{dt}\right)dM = N$$

il est facile de voir, que la supposition de

$$g = \frac{Ap'}{k} = \frac{l}{k},\ g' = \frac{Bq'}{k} = \frac{m}{k},\ g'' = \frac{Cr'}{k} = \frac{n}{k}$$

rend $L = 0$, $M = 0$. Ainsi le procédé suivi par l'auteur pour résoudre le problème en général revient à choisir un autre système d'axes fixes dans l'espace celui des x'', y'', z'' relativement auquel se vérifie la simplification de LA-GRANGE, ou tel que le plan des x'', y'' soit le plan invariable ou du moment principal. En effet nous avons vu n.° 22 qu'entre les quantités l, m, n et L, M, N existent les mêmes relations qu'entre x, y, z et x'', y'', z'', donc on aura

$$l = eL + fM + gN$$

$$m = e'L + f'M + g'N$$

$$n = e''L + f''M + g''N$$

d'où $l^2 + m^2 + n^2 = L^2 + M^2 + N^2$,

or substituant dans ces équations pour g, g', g'' les valeurs employées ci-dessus, on parviendra aisément à l'équation

$$N = k\left\{\frac{n(ef'-fe')+m(fe''-f''e)+l(e'f''-e''f')}{n(ef'-fe')+m(fe''-f''e)+l(e'f''-e''f')} = k\right.$$

c'est-à-dire $N = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}$

et partant $M = 0$, $L = 0$

36. Il est clair que par la simplification de LA-GRANGE on serait parvenu tout de suite aux mêmes formules données par M. LE-FRANÇAIS pour le cas de la solution générale. Car supposant dans les équations (4) du n.° 32 que le plan des xy est le plan invariable ou que $l = 0$, $m = 0$; cette supposition rend $k = \sqrt{l^2 + m^2 + n^2} = n$, et les équations (4) deviennent

$$kz = \theta,\ k\,(x\,dy - y\,dx) = \xi\,dt,\ x^2 + y^2 + z^2 = \zeta^2$$

ces équations sont absolument en x, y, z celles de LE-FRANÇAIS en x'', y'' z''; après avoir obtenu l'intégrale de ces équations, et les valeurs de x, y, z rien n'empêche de rapporter, si l'on veut, ces valeurs à d'autres axes rectangulaires quelconques, tels par exemple qui coïncident au commencement du mouvement avec les axes principaux de x', y', z'.

37. Lorsque le mouvement de rotation est uniforme alors les quantités p, q, r seront constantes, ainsi $dp = 0$, $dr = 0$ les équations (A) du n.° 5 se reduiront à la forme

$$(B - C)\,qr\,dt = 0,\ (A - C)\,pr\,dt = 0,\ (A - B)\,pq\,dt = 0$$

Ces équations ne peuvent être toutes trois satisfaites que dans les trois cas suivans, 1.° si deux des quantités p, q, r sont nulles, 2.° lorsque $A = B\,C$, 3.° lorsqu'une des trois conditions suivantes aura lieu

1.° $A = C$, $q = 0$

2.° $B = C$, $p = 0$

3.° $A = B$, $r = 0$

Il suit de-là que le mouvement uniforme du corps ne peut avoir lieu qu'autour de l'un quelconque des trois axes principaux qui passent par le centre de gravité du corps; ceux-ci sont donc des axes de rotation naturels, et invariables, c'est-à-dire que si le corps commence à tourner autour de l'un d'eux, ce mouvement subsistera constamment de la même manière tant qu'il ne sera pas troublé par quelque nouvelle force. Cependant ces axes ne jouissent pas également tous les trois de cette propriété; si la rotation uniforme a lieu autour de l'un des deux axes principaux auquel répond le plus grand ou le plus petit moment d'inertie, l'état du corps sera stable; mais si la rotation uniforme a lieu autour de l'autre axe, ce mouvement et la position du corps autour de son centre de gravité pourront être troublés d'une manière sensible par une cause la plus légère. On nomme état stable du corps, un état tel que si ce corps vient à être infiniment peu dérangé, il ne peut s'écarter qu'infiniment peu de sa position. Telles sont les remarques de M. La-Place et Poisson; mais nous allons voir plus particulièrement cette manière dans les articles suivans.

Article 5.e

38. On a vu ci-dessus que si on représente par λ la vîtesse angulaire du corps autour de l'axe instantané de rotation, et par $(\lambda . x')$, $(\lambda . y')$, $(\lambda . z')$ les angles que

cet axe fait respectivement avec ceux des x', y', z', on aura

$$\lambda = \sqrt{p^2+q^2+r^2}, \text{ et}$$

$$p = \lambda \cos(\lambda . x'), \; q = \lambda \cos(\lambda . y'), \; r = \lambda \cos(\lambda . z')$$

donc si à partir de l'origine on détermine sur l'axe instantané de rotation un point à une distance égale à λ, les coordonnées de ce point ainsi déterminé seront représentées par p, q, r relativement aux axes des x', y', z'. Réciproquement si on détermine dans l'espace un point dont les coordonnées soient p, q, r, la droite tirée de ce point à l'origine des coordonnées représentera la valeur de la vîtesse correspondante aux valeurs de p, q, r, et donnera en même tems la position de l'axe de rotation.

Il suit de-là que quelque soit le mouvement de rotation du corps, l'axe instantané de rotation passera toujours par l'origine des coordonnées et par le point dont les coordonnées relativement aux axes principaux sont p, q, r maintenant ces quantités devant satisfaire en même tems aux équations

$$\begin{aligned} A^2 p^2 + B^2 q^2 + C^2 r^2 &= k^2 \\ A p^2 + B q^2 + C r^2 &= h^2 \end{aligned} \qquad (1)$$

L'axe de rotation devra se trouver pendant toute la durée du mouvement sur une surface conique dont le sommet est à l'origine, et la courbe directrice sera l'intersection des deux ellipsoïdes représentées par les deux équations précédentes.

39. Si l'on retranche ces deux équations l'une de l'autre après avoir multiplié la première par h^2, la seconde par k^2, il viendra

$$A(Ah^2 - k^2)p^2 + B(Bh^2 - k^2)q^2 + C(Ch^2 - k^2) = 0 \quad (1)$$

pour l'équation de la surface conique sur laquelle doit se trouver l'axe instantané de rotation pendant toute la durée du mouvement. Si entre les mêmes équations on élimine successivement p, q, r, on aura

$$\begin{aligned} Ah^2 - k^2 &= A(A-B)q^2 + C(A-C)r^2 \\ Bh^2 - k^2 &= C(B-C)r^2 - A(A-B)p^2 \\ k^2 - Ch^2 &= A(A-C)p^2 + B(B-C)q^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Ces équations représentent les projections de la courbe directrice de l'axe instantané de rotation sur les plans des $y'z'$, $x'z'$, $x'y'$.

40. Supposons ce qui est permis que les quantités A, B, C sont disposées par ordre de grandeur, tellement que $A > B$, $B > C$; l'axe des x' sera l'axe principal *maximum* ou celui du plus grand moment d'inertie; enfin l'axe des y' sera l'axe principal moyen.

D'après la forme des équations (2) du n.° précédent, il est clair que les quantités $Ah^2 - k^2$, $h^2 - Ch^2$ seront nécessairement positives: tandis que celle $Bh^2 - k^2$ pourra être positive, ou négative ou nulle.

Lorsque $Bh^2 - k^2 > 0$, la surface conique représentée par l'équation (1) du n.° précédent sera un cône décrit autour de l'axe des z'; et lorsque $Bh^2 - k^2 < 0$, cette

surface sera encore un cône, mais décrit autour de l'axe des x' ; enfin si $Bh^2 - k^2 = 0$, la surface conique sera reduite à deux plans passants par l'axe moyen des y'. Connaissant les valeurs de A, B, C, et les valeurs initiales de p, q, r les équations (1), (2) du n.° précédent feront connaître toutes les diverses positions que l'axe instantané de rotation pourra prendre pendant toute la durée du mouvement.

41. Ces équations prouvent les propositions du n.° 37 à l'égard des axes naturels et invariables de rotation. En effet si on suppose qu'au commencement du mouvement, on ait $p = 0$, $q = 0$: c'est-à-dire que l'axe instantané de rotation coïncide avec l'axe principal *minimum* des z', on aura par la seconde des équations (2) du n.2 39 $Bh^2 - k^2 > 0$, et par la troisième on devra avoir constamment $k^2 - Ch^2 = 0$, d'où il suit que q et p devront être nuls pendant toute la durée du mouvement.

L'axe instantané de rotation sera constamment confondu avec l'axe principal des z' autour duquel le corps se mouvera uniformément avec la vîtesse angulaire $\lambda = r$, ou par les équations (1) du n.° 38, $\lambda = \frac{h}{\sqrt{C}} = \frac{k}{C}$.

Ainsi lorsque le corps commence à tourner uniformément autour de l'axe principal *minimum* ; il continuera à tourner de la même manière autour du même axe tant que quelque nouvelle force ne viendra pas le déranger.

Il en sera de même si on suppose qu'au commencement du mouvement on ait $q = 0$, $r = 0$, c'est-à-dire que l'axe instantané de rotation coïncide avec l'axe principal *maximum* des x' ; alors on aura par la seconde des mêmes équations (2) n.° 39, $Bh^2 - k^2 < 0$, mais par la première on devra avoir constamment $Ah^2 - k^2 = 0$, d'où il suit que q et r devront être nuls pendant toute la durée du mouvement. Le corps se mouvera constamment autour de l'axe des x' avec une vîtesse angulaire uniforme $\lambda = p$ ou $\lambda = \frac{h}{\sqrt{A}} = \frac{k}{A}$, tant qu'aucune nouvelle force ne viendra le déranger.

42. Il n'y a que le cas qui se rapporte à l'axe moyen qui échappe à ces conclusions tirées des équations du n.° 39; en supposant qu'au commencement du mouvement l'axe instantané de rotation coïncide avec l'axe principal moyen des y', c'est-à-dire qu'on ait pour cette époque $p = 0$, $r = 0$, on aura de la seconde des équations n.° 39 $Bh^2 - k^2 = 0$, mais à cause de la diversité de signe du second membre de cette équation, il ne s'ensuit pas que p et r doivent être constamment nuls pendant toute la durée du mouvement; ainsi on ne pourra pas conclure de ces équations que le corps ayant commencé à tourner autour de l'axe principal moyen, continuera nécessairement à tourner de la même manière autour du même axe, tant qu'il ne sera pas dérangé par quelque nouvelle force.

43. M. Le-Français après avoir remarqué au n.° 36 de son Mémoire que pour le cas de $Bh^2 - k^2 = 0$, la surface conique se réduit à deux plans passants par l'axe moyen, en conclut que l'axe instantané de rotation pouvant décrire un de ces deux plans, peut après avoir coïncidé avec l'axe moyen s'en éloigner ensuite indéfiniment, c'est-à-dire que l'axe principal moyen n'est pas un axe permanent et invariable de rotation comme les deux autres axes principaux. Cependant la considération de la surface conique n'est propre à faire connaître toutes les positions que peut prendre l'axe instantané de rotation relativement aux axes principaux des x', y', z', que lorsqu'on aura obtenu les valeurs de p, q, r en fonction du tems; ainsi pour déterminer si ces diverses positions de l'axe instantané de rotation peuvent réellement avoir lieu; il faudra préalablement déterminer les quantités p, q, r en fonction de la variable t afin de voir si elles ne renfermeront rien d'incompatible avec les mouvemens que l'on considère.

44. Les équations du n.° 31 étant intégrales dans le cas de $Bh^2 - k^2 = 0$, il sera facile de s'assurer que si au commencement du mouvement, on a $p = 0$, $r = 0$, on aura pendant toute la durée du mouvement ces quantités nulles, et partant l'axe moyen des y' jouit comme les deux autres axes principaux de la propriété d'être un axe permanent et invariable de rotation uniforme.

Lorsque $Bh^2 - k^2 = 0$, les équations du n.° 31 donnent

$$dt = \frac{\sqrt{BC}\,\frac{dp}{p}}{\sqrt{(A-B)(A-C)}\,\sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} - p^2}}$$

$$dt = \frac{\sqrt{AB}\,\frac{dr}{r}}{\sqrt{(B-C)(A-C)}\,\sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)} - r^2}}$$

$$dt = \frac{\sqrt{AC}\,.\,Bdq}{(Bq^2 - h^2)\,\sqrt{(A-B)(B-C)}}$$

intégrant ces équations, de manière que lorsque $t = 0$, p, q, r deviennent p', q', r', on trouvera

$$t = \frac{1}{h}\sqrt{\frac{ABC}{(A-B)(B-C)}}\log\left\{\frac{p'\left[\sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)}} - \sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} - p^2}\right]}{p\left[\sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)}} - \sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} - p'^2}\right]}\right\}$$

$$t = \frac{1}{h}\sqrt{\frac{ABC}{(A-B)(B-C)}}\log\left\{\frac{r'\left[\sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)}} - \sqrt{\frac{(B-C)h^2}{C(A-C)} - r^2}\right]}{r\left[\sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)}} - \sqrt{\frac{(B-C)h^2}{C(A-C)} - r'^2}\right]}\right\}$$

$$t = \frac{1}{2h}\sqrt{\frac{ABC}{(A-B)(B-C)}}\log\left\{\frac{[h - q\sqrt{B}]\,[h + q'\sqrt{B}]}{[h - q'\sqrt{B}]\,[h + q\sqrt{B}]}\right\}$$

dans ces équations, quelques soient les valeurs de p, r, on aura toujours nécessairement

$$\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} > p^2,\ \frac{(A-B)h^2}{C(A-C)} > r^2$$

car dans la supposition de $Bh^2 - k^2 = 0$ la première et la troisième des équations (2) du n.° 39 se changent en

$$(A-B)h^2 = B(A-B)q^2 + C(A-C)r^2$$
$$(B-C)h^2 = A(A-C)p^2 + B(B-C)q^2$$

d'où l'on déduit

$$\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)} = r^2 + \frac{B(A-B)q^2}{C(A-C)}$$
$$\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} = p^2 + \frac{B(B-C)q^2}{A(A-C)}$$

on aura de même $h > q\sqrt{B}$

à cause de l'équation $h^2 = Ap^2 + Bq^2 + Cr^2$,

Si des trois équations données par l'intégration on dégage les quantités p, q, r, on trouve

$$p = \frac{2p'h\sqrt{\frac{B-C}{A(A-C)}}\, e^{th\sqrt{\frac{(A-B)(B-C)}{ABC}}\left[\sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)}} - \sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} - p'^2}\right]}}{p'^2 + e^{2th\sqrt{\frac{(A-B)(B-C)}{ABC}}\left[\sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)}} - \sqrt{\frac{(B-C)h^2}{A(A-C)} - p'^2}\right]^2}}$$

$$q = \frac{2r'h\sqrt{\frac{A-B}{C(A-C)}}\, e^{th\sqrt{\frac{(A-B)(B-C)}{ABC}}\left[\sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)}} - \sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)} - r'^2}\right]}}{r'^2 + e^{2th\sqrt{\frac{(A-B)(B-C)}{ABC}}\left[\sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)}} - \sqrt{\frac{(A-B)h^2}{C(A-C)} - r'^2}\right]^2}}$$

$$r = \frac{h\left[q'\sqrt{B} + h + (q'\sqrt{B} - h)\, e^{2th\sqrt{\frac{(A+B)(B-C)}{ABC}}}\right]}{\sqrt{B}\left[q'\sqrt{B} + h - (q'\sqrt{B} - h)\, e^{2th\sqrt{\frac{(A-B)(B-C)}{ABC}}}\right]}$$

Or d'après ces valeurs de p, q, r il résulte évidemment que si on suppose qu'au commencement du mouvement l'axe instantané de rotation coïncide avec l'axe principal moyen, c'est-à-dire si on suppose $p' = 0$, $r' = 0$, on aura toujours, quelque soit le tems t, $p = 0$, $r = 0$, et partant l'axe instantané de rotation coïncidera pendant toute la durée du mouvement avec l'axe principal, lequel sera comme les deux autres, un axe permanent et invariable de rotation uniforme, et dont la vîtesse angulaire sera exprimée par $\lambda = q = \frac{h}{\sqrt{B}} = \frac{k}{B}$.

45. M. Le-Français pense encore que l'axe instantané de rotation peut passer par l'axe moyen principal et s'en éloigner ensuite indéfiniment, cependant les formules précédentes du n.° 44 font voir que cela n'est pas possible, en effet supposons que les valeurs initiales de p, r ou les quantités p', r' ne sont pas nulles au commencement du mouvement, et voyons après quelque tems t, p et r deviendront nulles, c'est-à-dire après quel tems l'axe instantané de rotation coïncidera avec l'axe principal moyen; pour cela il suffira de faire $p = 0$, $q = 0$ dans les expressions de t, ce qui donnera $t = \infty$; de-là il suit que si au commencement du mouvement l'axe instantané de rotation ne coïncide pas avec l'axe principal moyen, ces deux axes ne coïncideront ensemble qu'après un tems infini; l'axe instantané de rotation ne pourra donc jamais traverser l'axe moyen principal pour s'en éloigner ensuite indéfiniment. De tout ce qu'on vient de dire dans cet article,

il résulte que dans le mouvement de rotation d'un corps uniquement sollicité par la gravité, si au commencement du mouvement l'axe de rotation coïncide avec l'un quelconque des trois axes principaux le corps se mouvera toujours uniformément autour du même axe principal. Mais lorsque l'axe instantané de rotation ne coïncide pas avec l'un des axes principaux, alors il pourra prendre un mouvement d'oscillation autour de l'un des deux axes principaux *maximum* ou *minimum*, ou bien il se mouvera sur un plan passant par l'axe principal moyen, en s'approchant continuellement du même axe. Cependant quoique la réunion de ces deux axes n'ait lieu rigoureusement qu'après un tems infini, la rapidité avec laquelle croit ou décroit l'exponentielle des valeurs de p et r permet de regarder ces axes comme sensiblement réunis après un tems assez court. (V. Le-Gendre exercices de calcul intégral sixième partie.)

Article 6.e

46. M. La-Place dans sa mécanique céleste et M. Poisson dans son traité de mécanique ont démontré que lorsqu'un corps tourne uniformément autour de l'un des axes principaux *minimum* ou *maximum*, l'état du corps est stable, c'est-à-dire si par quelque cause que ce soit qui a cessé subitement, l'axe de rotation vient à être très-peu écarté de la position de l'axe principal, il ne s'en écartera pas davantage dans la suite du mouvement, le nouveau axe de

rotation ne fera qu'osciller autour de la première position, en ne faisant que de très-petites excursions.

Au contraire lorsque le corps tourne uniformément autour de l'axe principal moyen l'état du corps ne sera pas stable, et si par quelque cause que ce soit, qui a cessé subitement, l'axe de rotation vient à être très-peu dérangé de sa position, il s'en écartera dans la suite toujours davantage. Ces propositions peuvent se démontrer très-rigoureusement à l'aide des équations du n.° 39.

47. Lorsque le corps se meut uniformément autour de l'un des axes principaux *minimum* ou *maximum*, on a dans le premier cas $p = 0$, $q = 0$, $Bh^2 - k^2 > 0$, $k^2 - Ch^2 = 0$ et $\lambda = r$; dans le second cas $q = 0$, $r = 0$, $Bh^2 - k^2 < 0$, $Ah^2 - k^2 = 0$ et $\lambda = p$. Maintenant si on suppose que l'axe de rotation vienne à être très-peu dérangé ou écarté d'une quantité angulaire très-petite de sa première position les valeurs de p et q dans le premier cas, et celles de q, r dans le second ne seront plus nulles, mais devront être très-petites par rapport au rayon vecteur λ n.° 38. On aura toujours dans le premier cas $Bh^2 - k^2 > 0$, et dans le second $Bh^2 - k^2 < 0$, mais les quantités $k^2 - Ch^2$, $Ah^2 - k^2$ ne seront plus nulles. Désignant par p', q', r' les valeurs initiales de p, q, r, on a

$$k^2 - Ch^2 = Ap'^2(A - C) + Bq'^2(B - C)$$

$$Ah^2 - k^2 = Bq'^2(A - B) + Cr'^2(A - C)$$

or puisque p', q' dans le premier cas, et q', r' dans le second sont supposées des quantités très-petites, les quantités constantes $k^2 - Ch^2$, $Ah^2 - k^2$ seront aussi très-petites pendant toute la durée du mouvement, et le nouveau axe de rotation ne fera qu'osciller à une très-petite distance angulaire autour de l'axe principal avec lequel il était d'abord confondu. En effet à cause que $\lambda = \sqrt{p^2+q^2+r^2}$, lorsque les valeurs de p, q sont très-petites, on aura à très-peu-près $\lambda = r = \lambda \cos(\lambda . z')$, donc à très-peu-près $\cos(\lambda . z') = 1$ ou l'angle $(\lambda . z')$ très-petit; de même lorsque q et r seront des quantités très-petites, on aura l'angle $(\lambda . x')$ très-petit aussi. Il n'en est pas de même lorsque le corps tourne uniformément autour de l'axe moyen des y', alors on aura $p = 0$, $r = 0$, mais si l'on conçoit que la position de l'axe instantané de rotation vienne à être très-peu dérangée, on ne pourra pas dire que p et r se conserveront très-petites pendant toute la durée du mouvement, car on a dans ce cas l'équation

$$Bh^2 - k^2 = Cr^2(B - C) + Ap^2(A - B)$$

or les deux termes du second membre étant de signe contraire, la quantité constante $Bh^2 - k^2$ ne sera pas toujours nécessairement satisfaite par des valeurs très-petites de p, r mais elle pourra l'être par des valeurs de p, r aussi grands qu'on voudra. Suivant les valeurs de p', q' la quantité constante $Bh^2 - k^2$ sera positive ou négative ou nulle; lorsque $Bh^2 - k^2 \gtrless 0$, le nouveau axe de rotation pourra faire des oscillations très-grandes autour de l'axe principal

minimum ou *maximum*, et lorsque $Bh^2 - k^2 = 0$, l'axe de rotation se mouvera sur un plan passant par l'axe moyen.

M. Le-Français observe à la page 28 de son mémoire que les conclusions précédentes sur la stabilité du mouvement de rotation ne sont pas une suite nécessaire des équations du n.° 39; car, dit-il, p, q, r peuvent être des quantités très-petites sans que celles $\cos(\lambda . x')$, $\cos(\lambda . z')$ soient aussi très-petites en même tems, en effet on a

$$p = \lambda \cos(\lambda . x'),\ q = \lambda \cos(\lambda . y'),\ r = \lambda \cos(\lambda . z')$$

et pour que p, q, r soient des quantités très-petites, il suffira que la valeur de λ soit elle seule très-petite. Mais puisqu'il s'agit ici d'un petit écartement angulaire, lorsqu'on suppose p, q ou r des quantités très-petites, cela doit être nécessairement par rapport à λ, donc d'après les mêmes équations, $\cos(\lambda . x')$, $\cos(\lambda . y')$ ou $\cos(\lambda . z')$ devront être des quantités très-petites par rapport à l'unité.

48. Ce qu'on vient de démontrer sur la stabilité du mouvement de rotation d'un corps qui tourne autour d'un de ses axes principaux a lieu en général pour tout corps quelconque; mais l'étendue de cette stabilité, ou du petit écartement angulaire dont peut être susceptible l'axe de rotation sans un dérangement sensible dans l'état du corps dépendra de sa nature. Supposons par exemple que les valeurs de p, q soient très-petites, l'axe de rotation devra

faire des oscillations très-petites autour de l'axe principal *minimum* des z' à cause que

$$Bh^2 - k^2 = Cr^2(B-C) - Ap^2(A-B) > 0$$

Cependant si par la nature du corps le coëfficient $B-C$ était aussi une quantité très-petite, et qu'à cause de cela il en résultait $Bh^2 - k^2 \lessgtr 0$, il est clair que le corps ne serait plus stable autour de l'axe des z'; cependant quelque petite qu'on suppose la quantité $B-C$, celle-ci étant constante et les quantités p, q variables on pourra toujours concevoir la quantité p tellement petite que $Bh^2 - k^2$ soit toujours > 0, ainsi aura toujours lieu la stabilité du corps autour de l'axe des z', seulement que l'étendne de cette stabilité ne sera pas aussi grande qu'elle le serait si $B-C$ n'était pas une quantité très-petite. Si on avoit $B-C=o$ alors il ne pourrait plus y avoir de stabilité autour de l'axe des z' à moins que $p = 0$, mais aussi dans ce cas l'axe *minimum* et l'axe *moyen* ne sont plus qu'une même chose, et peuvent être pris l'un pour l'autre, puisqu'ils sont égaux.

49. L'auteur du mémoire cité se propose à la page 34 de démontrer que dans certains cas le corps après avoir tourné autour d'un axe de rotation très-voisin de l'un des axes principaux *minimum* ou *maximum*, dans la suite du mouvement, cet axe de rotation peut s'écarter de l'axe principal, dont il était d'abord très-voisin, d'un angle droit.

Soient dit-il p'. q', r' les trois valeurs initiales de p. q, r on aura les équations

$$Ah^2 - k^2 = Bq'^2(A-B) + Cr'^2(A-C)$$
$$Bh^2 - k^2 = Cr'^2(B-C) - Ap'^2(A-B)$$
$$k^2 - Ch^2 = Ap'^2(A-C) + Bq'^2(B-C)$$

Substituant ces valeurs dans l'équation de la surface conique du n.° 39, on la changera en

$$\left.\begin{matrix} A[Bq'^2(A-B)+Cr'^2(A-C)]p^2 \\ +B[Cr'^2(B-C)-Ap'^2(A-B)]q^2 \end{matrix}\right\} = C[Ap'^2(A-C)Bq'^2(A-C)]r^2$$

Or supposant qu'à l'origine du mouvement $q' = 0$, c'est-à-dire que l'axe instantané de rotation se trouve sur le plan x', z', cette équation se reduira à la forme plus simple

$$ACr'^2(A-C)p^2 + B[Cr'^2(B-C) - Ap'^2(A-B)]q^2 = CAp'^2(A-C)r^2;$$

supposons encore que $Bh^2 - k^2 > 0$, c'est-à-dire que l'axe de rotation décrive une surface conique autour de l'axe principal *minimum* des z', on aura

$$Cr'^2(B-C) - Ap'^2(A-B) > 0$$

d'où

$$\frac{p'^2}{r'^2} < \frac{C(B-C)}{A(A-B)}.$$

d'après cette supposition il est clair que l'axe de rotation traversera dans son mouvement le plan des $z'y'$, et que pour cet instant on aura $p = 0$, par-là l'équation supérieure se reduira encore plus simplement à la forme

$$B\,[\,Cr'^2\,(B-C) - Ap'^2\,(A-B)\,]\,q^2 = CAp^2\,(A-C)\,r$$

laquelle aura lieu pour l'instant indiqué; on tire de cette dernière

$$\frac{q^2}{r^2} = \frac{\frac{A}{B}\left(\frac{A-C}{B-C}\right)\frac{p'^2}{r'^2}}{1 - \frac{A}{C}\left(\frac{A-B}{B-C}\right)\frac{p'^2}{r'^2}};$$

et à cause qu'on doit avoir

$$\frac{p'^2}{r'^2} < \frac{C(B-C)}{A(A-B)}$$

on pourra supposer

$$\frac{p'^2}{r'^2} = \frac{C(B-C)}{A(A-B)}\,(1-\delta) \qquad (1)$$

δ étant une quantité comprise entre 0 et 1 ; par cette substitution dans l'équation supérieure on aura

$$\frac{q^2}{r^2} = \frac{C}{B}\left(\frac{A-C}{A-A}\right)\left(\frac{1}{\delta} - 1\right) \qquad (2)$$

or à cause que $q' = 0$ on a $\frac{p'}{r'} = \text{tang}\,(\lambda' . z')$

et à cause que $p = 0$ on a $\frac{q}{r} = \text{tang}\,(\lambda . z')$

par ces substitutions les équations (1) (2) deviendront

$$\text{tang}^2\,(\lambda' . z') = \frac{C}{A}\left(\frac{B-C}{A-B}\right)(1-\delta)$$

$$\text{tang}^2\,(\lambda . z') = \frac{C}{B}\left(\frac{A-C}{A-B}\right)\left(\frac{1}{\delta} - 1\right)$$

D'après ces équations si $(B-C)$ est supposée une quantité très-petite, et δ une quantité aussi petite qu'on voudra, la position de l'axe instantané de rotation d'abord très-voisine de l'axe principal des z', pourra s'en écarter ensuite d'un angle aussi approchant d'un angle droit qu'on le voudra, au moment ou cet axe de rotation traverse le plan des $z'y'$, puisque par les suppositions précédentes on aura $\text{tang}^2(\lambda' . z')$ aussi près qu'on voudra de $\frac{C(B-C)}{A(A-B)}$ et $\text{tang}^2(\lambda . z')$ aussi près qu'on voudra de l'infini.

5o. L'analyse précédente ne saurait porter atteinte en aucune manière aux propositions démontrées sur la stabilité du mouvement de rotation autour des axes principaux ; pour cela il aurait fallu prouver que l'axe instantané de rotation après avoir été aussi près qu'on le voudrait de l'axe principal peut s'en écarter ensuite toujours davantage, mais ici d'après les suppositions suivies, il est évident que l'axe de rotation ne peut approcher de l'axe principal plus près de la quantité constante $\frac{C(B-C)}{A(A-B)}$, or quelque petite qu'on veuille supposer cette quantité si elle était plus grande que l'étendue de la stabilité que comporte la nature du corps, rien n'empêche que l'axe de rotation ne puisse s'écarter toujours davantage de l'axe principal des z', de plus il est facile de s'assurer par un calcul très-simple que la quantité δ n'est pas arbitraire comme le suppose la démonstration de l'auteur, mais bien une quantité déterminée par la nature du problème. En effet les trois

équations (2) du n.° 39 devant avoir lieu quelques soient les valeurs de p, q, r, on pourra établir les équations

$$Bq^2(A-B)+Cr^2(A-C)=Bq'^2(A-B)+Cr'^2(A-C)$$
$$Cr^2(B-C)-Ap^2(A-B)=Cr'^2(B-C)-Ap'^2(A-B)$$
$$Ap^2(A-C)+Bq^2(B-C)=Ap'^2(A-C)+Bq'^2(B-C)$$

et par la supposition de $q'=0$, $p=0$

$$Bq^2(A-B)+Cr^2(A-C)=Cr'^2(A-C)$$
$$Cr^2(B-C)=Cr'^2(B-C)-Ap'^2(A-B)$$
$$Bq^2(B-C)=Ap'^2(A-C)$$

d'où il est aisé de déduire

$$\frac{p'^2}{r'^2}=\frac{C}{A}\left(\frac{B-C}{A-C}\right)\left(1-\frac{r^2}{r'^2}\right)$$
$$\frac{q^2}{r^2}=\frac{C}{B}\left(\frac{A-C}{A-B}\right)\left(\frac{r'^2}{r^2}-1\right)$$

ces équations étant comparées avec celles du n.° précédent il en résulte $\delta=\frac{r^2}{r'^2}$.

51. M. Le-Français fait encore une autre objection à la page 36 de son mémoire; il suppose que le corps tourne uniformément autour de l'axe principal *minimum* des z', et qu'il vienne à être tant soit peu dérangé de sa position, de manière que les quantités p, et q d'abord nulles deviennent très-petites, mais telles cependant qu'elles donnent lieu à l'équation

$$Bh^2-k^2=Cr'^2(B-C)-Ap'^2(A-B)=0$$

pour cela il faut nécessairement que le coëfficient $B-C$ soit une quantité très-petite; cette équation est celle des deux droites qui sont l'intersection des deux plans, sur lesquels peut se mouvoir l'axe de rotation, avec le plan des $z'x'$; on déduit de l'équation précédente

$$\frac{p'}{r'} = \sqrt{\frac{C(B-C)}{A(A-C)}}$$

or si on suppose qu'au commencement du mouvement l'axe de rotation se trouve sur le plan des $z'x'$, c'est-à-dire que $q' = 0$, il est clair qu'on aura $\frac{p'}{r'}$ tang $(\lambda' z')$; donc cet angle sera très-petit, puisqu'on suppose que $B-C$ est une quantité très-petite, cependant dans la suite du mouvement l'axe de rotation en se mouvant sur son plan, le même angle pourra augmenter indéfiniment. Cette objection peut aisément se résoudre par les remarques supérieures, il suffira de remarquer que quelque petite qu'on veuille supposer la quantité $B-C$, celle-ci étant constante on peut toujours supposer à p une valeur tellement petite que l'équation

$$Bh^2 - k^2 = Cr^2(B-C) - Ap^2(A-B) = 0$$

ne puisse pas avoir lieu, mais qu'on ait toujours $Bh^2 - k^2 > 0$; alors le nouveau axe de rotation oscillera autour de l'axe principal *minimum* des z', en ne faisant jamais que des excursions très-petites, c'est-à-dire que le mouvement de rotation du corps sera stable autour du même axe principal.

Article 7.

52. Je réunit ici pour plus de simplicité les principales équations d'où dépend la solution du problème de la rotation d'un corps quelconque.

Premièrement nous avons n.° 11 les équations

$$\begin{aligned} Ap &= n \sin\omega \sin\varphi \\ Bq &= n \sin\omega \cos\varphi \\ Cr &= n \cos\omega \end{aligned} \qquad (A)$$

substituant les valeurs de p, q, r dans les précédentes en ω, φ, ψ on trouve n.° 12

$$\begin{aligned} ndt - Ad\psi &= \frac{Ad\omega}{\text{tang}\,\varphi \sin\omega} \\ ndt - Bd\psi &= -\frac{B\,\text{tang}\,\varphi\, d\omega}{\sin\omega} \\ ndt - Cd\psi &= \frac{Cd\varphi}{\cos\omega} \end{aligned} \qquad (B)$$

et de-là par quelques transformations on parvient aisément aux suivantes

$$\begin{aligned} 2AB - C(A+B) + C(B-A)\cos 2\varphi &= \frac{K}{\sin^2\omega} \\ \text{tang}\,\varphi &= \sqrt{\frac{2A(B-C)\sin^2\omega - K}{2B(C-A)\sin^2\omega + K}} \\ ndt - Ad\psi &= \frac{Ad\omega}{\sin\omega}\sqrt{\frac{2B(C-A)\sin^2\omega + K}{2A(B-C)\sin^2\omega - K}} \\ ndt - Bd\psi &= -\frac{Bd\omega}{\sin\omega}\sqrt{\frac{2A(B-C)\sin^2\omega - K}{2B(C-A)\sin^2\omega + K}} \end{aligned} \qquad (C)$$

Supposons d'abord le cas le plus simple, celui de déterminer le mouvement de rotation d'une sphère, on aura $A = B = C$; prenons pour plan des xy celui de l'impulsion primitive, alors la perpendiculaire élevée sur ce plan au centre de la sphère sera l'axe des z. Maintenant puisque toutes les droites passants par le centre sont des axes principaux, quelque soit la position des axes arbitraires fixes dans l'espace on pourra toujours supposer qu'au commencement du mouvement les axes des x', y' z' coïncident respectivement avec ceux des x, y, z; c'est-à-dire qu'à l'origine du mouvement, on aura $\omega = 0$, $\downarrow = 0$, $\varphi = 0$.

D'après ces suppositions la première des équations (C) nous montre que la constante K est égale à zéro; les trois dernières se réduisent à $\frac{0}{0}$ et ne font rien connaître, mais si on remonte aux équations (B) on déduira en combinant ensemble les deux premières

$$d\omega\,(1 + \tan g^2 \varphi) = 0$$

d'où $d\omega = 0$ et $\omega = \text{const} = 0$

ainsi le plan des $x'y'$ se confondra pendant toute la durée du mouvement avec le plan des xy, et l'axe des z' avec celui des z: l'angle $\downarrow$ disparaîtra de nos équations, puisqu'il n'y a plus d'intersection entre les deux plans des $x'y'$, xy; le mouvement de la sphère sera complètement déterminé en vertu de la dernière des équations (B) qui se réduit à

$$ndt = Cd\varphi$$

celle-ci étant intégrée de manière que lorsque $t = 0$ on ait $\varphi = 0$, on aura enfin $\varphi = \frac{nt}{C}$; c'est-à-dire que la sphère se mouvera uniformément autour de l'axe des z avec une vîtesse angulaire $\frac{n}{C}$

53. Pour déterminer la constante n il suffit d'observer que puisque $n = S\left(\frac{x dy - y dx}{dt}\right)$, la quantité n n'est autre chose que le moment de l'impulsion primitive autour de l'axe des z.

Or si on suppose que la force qui a mis la sphère en mouvement a agit à une distance r de son centre avec une intensité, telle qu'elle eut été capable d'imprimer une vîtesse v à une masse m, on aura $n = mrv$, et substituant dans l'équation précédente, il viendra $\varphi = \frac{mrvt}{C}$ ou bien désignant par R le rayon de la sphère, et par M sa masse, a cause qu'on a

$$C = \frac{2}{5} MR^2$$

il viendra enfin

$$\varphi = \frac{5}{2} \frac{rmvt}{MR^2}.$$

54. En général l'intégrale des deux dernières équations (C) dépend des fonctions elliptiques, mais il ne s'agit ici que des cas les plus simples, pour lesquels l'intégrale de ces équations s'obtient rigoureusement. Ces équations sont intégrables toutes les fois que deux des quantités A, B, C

sont égales entr'elles, ou bien lorsqu'aura lieu une des trois conditions

$$Ah^2 - k^2 = 0\ ,\ k^2 - Ch^2 = 0\ ,\ Bh^2 - k^2 = 0$$

Il est bon de remarquer que les trois cas de $A = B$, $A = C$ ou $B = C$ peuvent se reduire à un seul; en effet A, B, C désignent les moments d'inertie relativement aux axes des x', y', z' quelque soit leur ordre de grandeur, donc si on prend toujours pour plan des $x'y'$ celui qui passe par les deux axes, dont les momens d'inertie sont supposés égaux, on aura dans tous les cas $A = B$. Lorsque l'axe perpendiculaire à ce plan ou l'axe des z' sera l'axe principal *minimum*, on aura $A = B > C$, au contraire si cet axe est l'axe principal *maximum*, on aura $A = B < C$.

55. Considérons maintenant le mouvement de rotation d'une ellipsoïde formée par la révolution d'une demi ellipse autour du son grand axe. L'axe de révolution qu'on prendra pour celui des z' sera l'axe principal *minimum*, on prendra le plan de l'impulsion primitive pour celui des xy. L'axe des x étant arbitraire, on pourra supposer qu'à l'origine du mouvement il est confondu avec l'intersection des deux plans xy, $x'y'$, c'est-à-dire que lorsque $t = 0$, on a $\psi = 0$; on pourra supposer de la même manière, que la valeur initiale de φ est $\varphi' = 0$, à cause que toute droite passant par le centre de l'ellipsoïde, et située sur le plan des $x'y'$ est un axe principal. Maintenant puisque $A = B$, la première des équations (C) donne

$$2A(A - C)\sin^2\omega = K$$

par conséquent l'angle ω ou l'inclinaison des deux plans xy, $x'y'$ sera constant pendant toute la durée du mouvement. La seconde de ces mêmes équations ne fait rien connaître puisqu'elle se reduit à $\frac{0}{0} = \text{tang}\,\varphi$;

pour déterminer l'angle φ il faudra recourir à la troisième des équations (B) : les deux dernières équations (C) se reduisent à la seule

$$ndt - Ad\psi = 0$$

Il suit de-là que pour déterminer complètement le mouvement de l'ellipsoïde, on aura les deux équations

$$ndt - Cd\psi = \frac{Cd\varphi}{\cos\omega'}$$

$$ndt - Ad\psi = 0$$

Désignant par ω' la valeur constante de l'angle ω ; ces dernières équations étant intégrées, de manière que lorsque $t = 0$ on ait $\psi = 0$, $\varphi = 0$, il viendra

$$\psi = \frac{nt}{A},\quad \varphi = \frac{nt(A-C)}{AC}\cos\omega'$$

56. Il ne reste plus maintenant qu'à déterminer pour un tems quelconque la position de l'axe instantané de rotation, et la vîtesse angulaire du corps autour du même axe ; pour cela à cause de la supposition de $A = B$, on déduit des équations (A) les valeurs de p, q, r

$$p = \frac{n\sin\omega\sin\varphi}{A},\quad q = \frac{n\sin\omega\cos\varphi}{A},\quad r = \frac{n\cos\omega}{C}$$

d'où désignant par λ la vîtesse angulaire, il vient

$$\lambda = \sqrt{p^2+q^2+r^2} = n\sqrt{\frac{\sin^2\omega}{A^2}+\frac{\cos^2\omega}{C^2}}$$

et puisque l'angle ω est constant, la vîtesse angulaire λ sera constante.

Quant à la position de l'axe instantané de rotation relativement aux axes principaux des x', y'. z', elle sera donnée par les formules

$$\begin{aligned}
\cos(\lambda \,.\, x') &= \frac{p}{\lambda} = \frac{n\sin\omega\sin\varphi}{A\lambda} \\
\cos(\lambda \,.\, y') &= \frac{q}{\lambda} = \frac{n\sin\omega\cos\varphi}{A\lambda} \qquad (M) \\
\cos(\lambda \,.\, z') &= \frac{r}{\lambda} = \frac{n\cos\omega}{C\lambda}
\end{aligned}$$

d'où il suit que cet axe fait constamment le même angle avec l'axe principal des z', ainsi il décrira autour de l'axe des z' un cône droit. Le point extrême de l'axe de rotation trace sur la surface de l'ellipsoïde un cercle perpendiculaire au même axe principal.

57. Si on veut encore déterminer la position de l'axe de rotation par rapport aux axes fixes des x, y, z, désignant par P, Q, R les trois rotations autour des mêmes axes, on aura d'après le n.° 13

$$\begin{aligned}
\cos(\lambda \,.\, x) &= \frac{P}{\lambda} = \frac{ap+bq+cr}{\lambda} \\
\cos(\lambda \,.\, y) &= \frac{Q}{\lambda} = \frac{a'p+b'q+c'r}{\lambda} \\
\cos(\lambda \,.\, z) &= \frac{R}{\lambda} = \frac{a''p+b''q+c''r}{\lambda}
\end{aligned}$$

et substituant dans ces équations pour p, q, r, et a, b, c etc., leurs valeurs en ω, ψ, φ, on parviendra aisément aux équations

$$\cos(\lambda.x) = \begin{cases} \frac{n\sin\omega\sin\varphi}{A\lambda}(\cos\psi\cos\varphi - \cos\omega\sin\psi\sin\varphi) \\ -\frac{n\sin\omega\cos\varphi}{A\lambda}(\cos\psi\sin\varphi + \cos\omega\sin\psi\cos\varphi) \\ +\frac{n\cos\omega}{C\lambda}\sin\omega\sin\psi \end{cases}$$

$$\cos(\lambda.y) = \begin{cases} \frac{n\sin\omega\sin\varphi}{A\lambda}(\sin\psi\cos\varphi + \cos\omega\cos\psi\sin\varphi) \\ +\frac{n\sin\omega\cos\varphi}{A\lambda}(\cos\omega\cos\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi) \\ -\frac{n\cos\omega}{C\lambda}\sin\omega\cos\psi \end{cases} \quad (N)$$

$$\cos(\lambda.z) = \begin{cases} \frac{n\sin\omega\sin\varphi}{A\lambda}\sin\omega\sin\varphi \\ +\frac{n\sin\omega\cos\varphi}{A\lambda}\sin\omega\cos\varphi \\ +\frac{n\cos\omega}{C\lambda}\cos\omega \end{cases}$$

il est facile de reconnaître par l'expression de $\cos(\lambda.z)$ que l'axe instantané de rotation fait aussi constamment le même angle avec l'axe fixe des z pendant toute la durée du mouvement ; cette même expression de $\cos(\lambda.z)$ peut se changer plus simplement en

$$\cos(\lambda.z) = \frac{Ap^2+Bq^2+Cr^2}{n\lambda} = \frac{h^2}{n\lambda}.$$

58. La position initiale de l'axe instantané de rotation par rapport aux axes principaux sera donnée également par les formules ci-dessus (*M*) pourvu qu'on y substitue pour l'angle φ sa valeur initiale, c'est-à-dire qu'on fasse $\varphi = 0$. Il est clair que la position de cet axe reviendra la même par rapport aux axes principaux toutes les fois que φ aura une des valeurs 0°, 2.180°, 4.180° ..... $2\nu.\ \pi$; π étant la demi-circonférence; donc si on représente par T le tems depuis l'origine de mouvement après lequel la position de l'axe instantané de rotation reviendra la même par rapport aux axes principaux, on aura en vertu du n.° 55

$$2\nu = \pi \frac{nT(A-C)}{AC} \cos\omega'$$

et de-là

$$T = \frac{2\nu\pi AC}{n(A-C)\cos\omega'}$$

ou bien à cause que

$$n = \frac{Cr'}{\cos\omega'}$$

on aura également

$$T = \frac{2\nu\pi A}{(A-C)r'}$$

ν étant un nombre entier quelconque.

Lorsque la position de l'axe instantané de rotation redevient la même tant par rapport aux axes principaux, que par rapport aux axes fixes dans l'espace, il est clair que

le corps entier reprend aussi la même position. Or la po sition initiale de l'axe de rotation relativement aux axe des x, y, z sera donnée par les formules (N), en y fai sant $\varphi = 0$, $\psi = 0$; ces valeurs reviendront les même toutes les fois que $\varphi = 2\nu\pi$, $\psi = 2\nu'\pi$; ν et ν' étant de membres entiers quelconques; donc si on désigne par T l tems après lequel le corps aura repris la même position on aura en vertu des équations du n.° 55

$$2\nu'\pi = \frac{nT}{A}\,;\quad 2\nu\pi = \frac{nT(A-C)}{AC}\cos\omega'$$

d'où l'on déduit

$$\nu' = \frac{\nu(A-C)}{C}\cos\omega'$$

cette dernière équation donne une relation nécessaire ent les nombres entiers ν et ν' pour que l'axe instantané rotation reprenne la même position, tant par rapport au axes principaux des x', y', z' que par rapport aux ax fixes dans l'espace.

59. Je passe à l'analyse des trois cas

$$Ah^2 - k^2 = 0\,,\quad k^2 - Ch^2 = 0\,,\quad Bh^2 - k^2 = 0.$$

et pour mieux fixer les idées je suppose que les quantité A, B, C sont disposées par ordre de grandeur, en com mençant par la plus grande.

D'abord pour le premier cas on aura

$$Ah^2 - k^2 = B(A-B)q^2 + C(A-C)r^2 = 0.$$

d'où il suit que les quantités q et r seront nulles pendan toute la durée du mouvement, mais par les équations (A

on a

$$q = \frac{n \sin \omega \cos \varphi}{A}, \quad r = \frac{n \cos \omega}{C}$$

donc ω et φ seront de 90 pendant toute la durée du mouvement, ainsi qu'à l'origine, c'est-à-dire que pour que la condition ci-dessus puisse avoir lieu, il faut que le plan des $x'y'$ fasse constamment un angle droit avec celui des xy, et l'axe des x' un angle droit avec l'intersection de ces deux plans.

Par ces valeurs de ω et φ, la première des équations (C) donne $2B(C-A)+K=0$, et partant les deux dernières se reduisent à

$$ndt - Ad\psi = 0\ , \quad ndt - Bd\psi = \frac{0}{0}$$

la seconde ne fait rien connaître, mais la première suffit pour déterminer complètement le mouvement du corps en effet les trois équations primitives du n.° 11

$$A(\sin\varphi \sin\omega\, d\psi + \cos\varphi\, d\omega) = ndt \sin\omega \sin\varphi$$

$$B(\cos\varphi \sin\omega\, d\psi + \sin\varphi\, d\omega) = ndt \sin\omega \cos\varphi$$

$$C(d\varphi + \cos\omega\, d\psi) = ndt \cos\omega$$

se reduisent simplement dans ce cas à la seule formule

$$ndt - Ad\psi = 0$$

d'où intégrant

$$nt = A\psi$$

ainsi le mouvement du corps sera uniforme avec une vîtesse angulaire $\frac{n}{A}$ autour de l'axe principal des x', qui sera aussi l'axe des z ou du plan invariable.

60. Lorsque $k^2 - Ch^2 = 0$, on aura

$$k^2 - Ch^2 = A(A-C)p^2 + B(B-C)q^2 = 0$$

ainsi les valeurs de p, q seront nulles pendant toute la durée du mouvement ; or d'après les équations (A)

$$p = \frac{n \sin\omega \sin\varphi}{A}, \quad q = \frac{n \sin\omega \cos\varphi}{B}$$

d'où il résulte, pour que la supposition précédente puisse avoir lieu, il faut que l'angle ω soit constamment nul. Toutes les circonstances du mouvement du corps seront déterminés par l'équation

$$ndt - Cd\varphi = 0$$

laquelle étant intégrée donne

$$nt = C\varphi;$$

ainsi le corps se mouvera uniformément autour de l'axe principal des z' avec la vîtesse angulaire $\frac{n}{C}$.

61. Considérons enfin le cas de $Bh^2 - k^2 = 0$, pour lequel on aura l'équation

$$Bh^2 - k^2 = C(B-C)r^2 - A(A-B)p^2 = 0$$

si p et q étaient des quantités constamment nulles pendant toute la durée du mouvement a cause de

$$p = \frac{n \sin\omega \sin\varphi}{A}, \quad r = \frac{n \cos\omega}{C},$$

on en concluerait $\cos\omega = 0$, $\sin\varphi = 0$, alors le mouvement serait uniforme autour de l'axe principal des y' et déterminé par l'équation $ndt - Bd\psi = 0$, ou $nt = B\psi$. Cependant comme on ne peut pas conclure de l'équation supposée ci-dessus, que les quantités p et r soient constamment nulles, à cause de la diversité de signe dans les termes du second membre, il faudra substituer dans la même équation les valeurs de p et r; cette substitution donne

$$C(B-C)\frac{n^2\cos^2\omega}{C^2} = \frac{A(A-B)}{A^2}\,n^2\sin^2\omega\sin^2\varphi$$

$$\text{d'où } \operatorname{tang}^2\omega\sin^2\varphi = \frac{A(B-C)}{C(A-C)} \qquad (1)$$

de celle-ci on obtient par la différentiation

$$d\omega = -\frac{\cos\omega\sin\omega\,d\varphi}{\operatorname{tang}\varphi} \qquad (2)$$

en combinant ces deux dernières équations avec celles (C) du n.° 52, on trouvera sans peine, faisant pour plus de simplicité

$$\frac{A(B-C)}{C(A-B)} = \alpha^2$$

$$ndt - Ad\psi = -\frac{Ad\varphi\cos^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}} \qquad (3)$$

$$ndt - Bd\psi = \frac{Bd\varphi\sin^2\varphi}{\sin\varphi\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}} \qquad (4)$$

multipliant l'équation (3) par B, et celle (4) par A et les retranchant l'une de l'autre, il vient

$$(A-B)ndt = \frac{ABd\varphi}{\sin\varphi\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}}$$

dont l'intégrale prise de manière que lorsque $t = 0$, on ait $\varphi = \varphi'$ est

$$(A-B)\,nt = \frac{AB}{2\alpha}\log\left\{\frac{(\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi'}+\alpha\cos\varphi')(\sqrt{\alpha^2\sin^2\varphi}-\alpha\cos\varphi)}{(\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi'}-\alpha\cos\varphi')(\sqrt{\alpha^2\sin^2\varphi}+\alpha\cos\varphi)}\right\} \qquad (D)$$

62. Supposons qu'au commencement du mouvement $p' = 0$, et partant $\varphi' = 0$, alors pour déterminer le tems correspondant à l'angle φ, on aura

$$(A-B)\,nt = \frac{AB}{2\alpha}\log\left\{\frac{2\alpha(\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}-\alpha\cos\varphi)}{0\,.\,(\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}+\alpha\cos\varphi)}\right\}$$

c'est-à-dire $t = \infty$; d'où il suit que si au commencement du mouvement l'angle φ est nul, il sera constamment nul pendant toute la durée du mouvement; or en vertu de l'équation (1) du n.° précédent l'angle ω sera constamment de 90°, et partant r constamment nul pendant toute la durée du mouvement. Si donc le corps commence à tourner autour de l'axe moyen des y', il continuera à tourner uniformément autour du même axe pendant toute la durée du mouvement; les circonstances de ce mouvement seront déterminées par l'équation

$$ndt - Bd\psi = 0, \text{ ou } nt = B\psi.$$

63. Posons pour plus de simplicité

$$\frac{\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi'}+\alpha\cos\varphi'}{\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi'}-\alpha\cos\varphi'} = M$$

l'équation (D) prendra la forme

$$(A-B)\,nt = \frac{AB}{2\alpha}\log\left\{\frac{M(\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}-\alpha\cos\varphi)}{\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}+\alpha\cos\varphi}\right\}$$

et passant des logarithmes aux nombres

$$e^{\frac{2\alpha}{AB}(A-B)nt} = \frac{M(\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}-\alpha\cos\varphi)}{\sqrt{\alpha^2+\sin^2\varphi}+\alpha\cos\varphi)}$$

Je fais encore pour plus grande simplicité

$$e^{\frac{2\alpha}{AB}(A-B)nt} = T$$

alors dégageant l'angle φ, j'obtiens

$$\cos^2\varphi = \frac{(M-T)^2(\alpha^2+1)}{\alpha^2(M+T)^2+(M-T)^2}$$

$$\sin^2\varphi = \frac{4TM\alpha^2}{\alpha^2(M-T)^2+(M-T)^2}$$

$$\tang^2\varphi = \frac{4TM\alpha^2}{(M-T)^2(\alpha^2+1)}$$

et à cause que $\tang^2\omega = \frac{\alpha^2}{\sin^2\omega}$ il viendra également

$$\cos^2\omega = \frac{4TM}{(M+T)^2\alpha^2+(M-T)^2+4TM}$$

$$\sin^2\omega = \frac{(T+M)^2\alpha^2+(M-T)^2}{(M+T)^2\alpha^2+(M-T)^2+4TM}$$

$$\tang^2\omega = \frac{(T+M)^2\alpha^2+(M-T)^2}{4TM}$$

On peut vérifier très-aisément par ces expressions ce que nous avons dit au n.° précédent, que si au commencement du mouvement on a $\varphi = 0$, cet angle sera nul pendant

toute la durée du mouvement, et l'angle ω sera constamment de 90°; en effet si dans l'expression de M on fait $\varphi' = 0$, il viendra $M = \infty$, et de-là

$$\tang^2 \varphi = \frac{4T + M\alpha^2}{M^2(\alpha^2+1)} = 0$$

$$\tang^2 \omega = \frac{M^2(\alpha^2+1)}{4TM} = \infty .$$

64. Pour rendre complète la solution du problème relativement au cas de $Bh^2 - k^2 = 0$, supposons maintenant que les valeurs initiales de p et r ne sont pas nulles à l'origine du mouvement, mais ont des valeurs quelconques dépendantes de celles φ', ω', liées entr'elles par l'équation (1) du n.° 61, ou par l'expression de $\tang^2 \omega$ du n.° précédent, en y faisant $t = 0$, ou $T = 1$.

Voyons de quelle manière on pourra déterminer toutes les circonstances du mouvement du corps; ayant déjà obtenu l'équation (D), d'où les valeurs de $\tang \varphi$ et $\tang \omega$ en fonction du tems, il ne reste plus qu'à déterminer une autre équation entre φ et ψ ou entre ψ et t.

Pour cela il suffira d'intégrer l'équation (4) du n.° 61, en supposant que lorsque $t = 0$, on doit avoir $\psi = 0$, ce qui est permis, puisqu'on peut toujours prendre l'intersection des deux plans xy, $x'y'$ pour l'axe des x ou faire $\psi' = 0$; cette intégration donne

(E)

$$\psi = \frac{nt}{B} + Arc \sin \left\{ \frac{\cos\varphi \sqrt{\alpha^2 + \sin^2\omega'} - \cos\varphi \sqrt{\alpha^2 + \sin^2\varphi}}{\alpha 2 + 1} \right\}$$

Si on substitue dans cette équation les valeurs de $\cos\varphi$, $\sin\varphi$ en fonction du tems du n.° 63, on aura ψ exprimé par cette seule variable.

65. Ainsi toutes les circonstances du mouvement pour le cas de $Bh^2 - k^2 = 0$ seront données en général par l'équation (E) du n.° précédent, et par les deux du n.° 63

$$\tang^2\varphi = \frac{4MT\alpha^2}{(M-T)^2(\alpha^2+1)}$$

$$\tang^2\varphi = \frac{(T+M)^2\alpha^2+(M-T)^2}{4TM}$$

Connaissant par ces formules φ, ω, ψ en fonction de t, il sera facile de déterminer pour un instant quelconque la position de l'axe instantané de rotation tant par rapport aux axes principaux des x', y', z', que relativement à ceux des x, y, z, et la vîtesse angulaire λ du corps autour de l'axe instantané de rotation; cette vîtesse angulaire à cause que

$$p = \frac{n\sin\omega\sin\varphi}{A}\ ,\ q = \frac{n\sin\omega\cos\varphi}{B}\ ,\ r = \frac{n\cos\omega}{C}$$

$$\text{sera}\quad \lambda = n\sqrt{\frac{\sin^2\omega\sin^2\varphi}{A^2}+\frac{\sin^2\omega\cos^2\varphi}{B^2}+\frac{\cos^2\omega}{C^2}}\ .$$

pour avoir la position de l'axe de rotation autour des axes principaux, il faudra calculer

$$\cos(\lambda.x') = \frac{p}{\lambda}\ ,\ \cos(\lambda.y') = \frac{q}{\lambda}\ ,\ \cos(\lambda.z') = \frac{r}{\lambda}\ .$$

on trouvera par exemple

$$\cos(\lambda.y') = \frac{AC\sin\omega\cos\varphi}{\sqrt{B^2C^2\sin^2\omega\sin^2\varphi+A^2C^2\sin^2\omega\cos^2\varphi+A^2B^2\cos^2\omega}}$$

ou bien substituant pour $\sin\omega$, $\cos\omega$, et $\sin\varphi$, $\cos\varphi$ les valeurs du n.° 63, il viendra

$$\cos(\lambda.\gamma') = \frac{ACV(M-T)^2(\alpha^2+1)}{V(B^2C^2\alpha^2+A^2B^2)4TM+A^2C^2(M-T)^2(\alpha^2+1)}$$

On voit d'après cette équation qu'après un tems infini l'axe instantané de rotation se confondra avec l'axe principal moyen des γ', car lorsque $t=\infty$, il viendra $T=\infty$, et par cette substitution l'équation précédente se changera en

$$\cos(\lambda.\gamma') = \frac{ACTV\alpha^2+1}{ACTV\alpha^2+1} = 1$$

d'où l'angle $(\lambda.\gamma') = 0$.

Ces conclusions coïncident avec celles du n.° 45 de l'article 5.e, et donnent lieu à des remarques analogues; mais je ne pousserai pas plus loin ces considérations, les croyant suffisantes à remplir la tâche que je me suis imposée dès le commencement de ce mémoire.

PHYTEUMA CHARMELIOIDES

DESCRIPTUM, ET ICONE ILLUSTRATUM

Auctore Iohanne Biroli.

In postremo volumine hujus Academiae novam Phyteumatis speciem descripsi sub nomine Phyteumatis *Carestiae*. Nunc alteram exhibeo novam speciem, quam sic distinguendam ab aliis cognitis speciebus arbitror.

Phyteuma *charmelioides* capitulo subrotondo, foliis radicalibus cordatis, caulinis lanceolatis, summis lineari-lanceolatis, omnibus profunde dentatis, bracteis integerrimis.

Radix perennis, laevis, obliqua, non fibrosa, nec tortuosa, sed rapum, seu napum simulans, extus flavescens, intus alba.

Caulis modo solitarius, modo multiplex e radice elevatur altitudine varians a pedali ad bipedalem (numquam semipedalem vidi) erectus, foliatus usque ad apicem, glaber, basi pilis rarissimis longis albis inspersus, obsolete striatus, rarissime ramum emittens.

Folia radicalia prostrata, numerosa, glabra, longe pedunculata, serrata, dentibus exsertis, ovato cordata, apice obtusiuscula, nervosa, petiolo superne obsolete sulcato, pilis longis, albis, simplicibus, sparsis notato. Caulina erecta,

alterna, lanceolata, quo magis a basi distant, eo
apice acuto, basi veluti truncata, petiolo brevi
rarioribus, quam in radicalibus; folia tamen
nec ciliata dici possunt, eodem modo, ac radi
sunt; quandoque summo apice integerrima ev
summa subsessilia, angustissima, lineari-lanceo
integerrima, non ciliata.

Flores plus minus numerosi verum capitulum
terminale, subrotundum, fructificatione peract
albicans.

Involucrum compositum ex bracteis linearib
rimis, margine membranaceo, apice acutis,
longitudine variis, unica semper longissima,
reliquis laxis.

Calix 5-fidus, laciniis conniventibus tempore fl
post hanc reflexis.

Corolla monopetala, 5-fida, sature cyanea.

Stamina filamentis antheris brevioribus, anth
petalis breviores. Stylus unicus violaceus corol
perforans. Stigma trifidum laete cyaneum. Germ
glabrum: semina de more generis.

Stirpem hanc inveni elapso anno 1818 die qua
descendendo a Sanctuario B. M. V. montis Varis
Varese jam ingruente nocte, quare non mihi l
characteres rite expendere; interim collegi man
dem stirpis, et in patriam redux, inspecta fr
cognovi hanc spectare ad Phyteumatis genus sp

incertae. Data opera prima die mensis julii hujus anni iterum lustravi praedictum montem Varisium; ibi copiose locis saxosis, sole illustratis nasci observavi optatam speciem Phyteumatis floribus onustam; multa specimina collegi perfecta pro meo herbario, sic tutiori examine recognovi hanc speciem ad nullam ex usque nunc cognitis pertinere, sed aliquam affinitatem habere cum Phyteumate *Charmelii* Cl. Villarsii Fl. Delphin. tom. 2 pag. 516 tab. XI; quare triviali nomine *Charmelioides* distinxi. Species descripta a D. Villars sub nomine Phyteumatis *Charmelii* reapse diferre videtur a nostra, licet Cl. Auctor in eadem tabula XI sub litt. C folium exhibeat marginibus dentatis nostrae speciei simile, ut indicaret varietatem sub n. 2, *dont les dentelures des feuilles sont aigues et saillantes.* Quidquid sit de varietate proposita a Cl. Villarsio, nostra planta iudicata fuit nova species a pluribus Botanicis, quos consului consilii caussa; specimina nulla vidi in praedicto Monte similia Phyteumati *Charmelii*, cujus exemplaria perfecta possideo lecta in alpibus Pedemontanis et Novariensibus, praeter alia quae obtinui ex alpibus Delphinatus et Helvetiae.

Obs. Differentias specificas inter Phyteuma *Charmelii*, et Phyteuma *Charmelioides* satis patere puto ex data descriptione et icone nostra collata cum descriptione et icone Cl. Villarsii, quare eas singillatim indicare superfluum existimo, cum omnibus Botanicis datum sit eas extricare; aeque inutilis videtur indicatio partium fructificationis seorsim in tabula expressarum, quum res satis per se pateat.

Angela Bottione delineavit. J. sc.

MEMORIE

DELLA CLASSE

DI

SCIENZE MORALI, STORICHE E FILOLOGICHE.

APPENDICE

ALL'

ESAME CRITICO DEL PRIMO VIAGGIO DI AMERIGO VESPUCCI AL NUOVO MONDO

Di S. E. il signor Conte Gianfrancesco Galeani Napione di Cocconato.

Letto nell'adunanza dei 14 di maggio 1818.

Quo pacto.... tot commenta fabulaeque explodi atque exibilari possent, quae in posteriorum temporum historias irrepsere, nisi antiquiorum silentium, pluris, quam imperita audaxque recentiorum loquacitas penderetur?

Murat. Anecdota Latina cap. xxi pag. 347.

AVVISO.

Questa appendice all'Esame Critico del Primo Viaggio di Amerigo Vespucci, Esame pubblicato ne' volumi dell'Accademia nostra, e ristampato poscia in Firenze nell'anno 1811, in fine del qual anno passò ad altra vita il Padre Canovai, venne da me dettata nella primavera dell'anno seguente 1812. Ma siccome si seppe, che doveasi pubblicare un'Opera Postuma di quel dotto Matematico, diretta a sostenere l'opinion sua, che al celebre Navigatore Fio-

rentino, e non al nostro Cristoforo Colombo sia dovuta la gloria di essere stato lo scopritore del Continente del Nuovo Mondo, giudicai opportuno di soprassedere dalla pubblicazione di questo nuovo mio Scritto, insino a che avessi potuto veder l'Opera del Religioso defunto. Tanto mi consigliava pure di fare uno di quelli, che ai vanti troppo trascurati della Nazion nostra pigliasse maggior parte, voglio dire il peranco allora vivente mio Amico di venerata memoria, la cui perdita mi è sempre presente con rimembranza dolorosissima, il fu Cavaliere Clemente Damiano di Priocca.

Uscì finalmente dalle stampe di Firenze nell'anno scorso 1817 l'Opera Postuma del P. Stanislao Canovai, intitolata: *Viaggi di Amerigo Vespucci, con la Vita, l'Elogio, e la Dissertazione giustificativa*, Libro, che venutomi alle mani ho tosto attentamente esaminato. Tuttochè il Volume sia di molte pagine, non contiene però cosa, che sostanzialmente si possa chiamar nuova. Di fatto, dopo i Viaggi del Vespucci già ripubblicati dal Bandini, e la Vita del Vespucci medesimo scritta dal P. Canovai, se n'è ristampato l'Elogio premiato sin dall'anno 1788, e la Dissertazione giustificativa colle annesse Questioni; nè altro vi ha di nuovo fuorchè la Prefazione, ed alcune annotazioni.

Del mio Esame Critico non si dice parola, onde dobbiam credere, che il P. Canovai non ebbe campo di vederlo, o per lo meno di scrivere ciò che ne sentisse. Ben è vero, che il mio nome neppure mai non compare; si

trova bensì frequentemente ed acerbamente censurato quanto ho scritto nel Libro della Patria di Colombo, e nel Ragionamento intorno al Primo Scopritore del Continente del Nuovo Mondo. Nulla adunque contiene di sostanziale l'Opera Postuma del P. Canovai, a cui io non abbia nell' Esame Critico, ed in questo mio nuovo Scritto preventivamente risposto; e nulla mi rimane da aggiungere e da replicare: perciocchè ai sarcasmi, ed alle ingiuriose espressioni non si dee da ogni ben creata persona rispondere in altro modo se non che col disprezzarli. Sebbene poi io non debba credere, che il P. Canovai fosse della setta di quel Matematico, il quale diceva, che, prescindendo dalle dimostrazioni di quella Scienza, in tutte le altre Facoltà, qualunque opinione da alcuno si pigliasse a sostenere, Egli s' impegnava a difenderne l'opposta, (della qual cosa altra non vi può essere più fatale, alla Morale, alla Religione, ed alla Pubblica tranquillità); sebben, dico, io non possa credere, che il P. Canovai fosse di quella opinione, vedo però, ch' Egli non si diparte dall' usato stile, in tutta questa controversia da lui tenuto, di contrapporre imperturbabilmente le asserzioni di qualunque Scrittore, purchè sia a Lui favorevole, e senza ponderare qual fede si meriti, ai testi precisi dei più gravi Autori, ed agli argomenti più decisivi, deridendo con modi ingiuriosi e gli Scrittori citati, e chi contro di Lui ragiona.

Di questa maniera di argomentare del P. Canovai gioverà recarne un solo, ma notabile esempio. Per far vacillar

la fede, che prestar si dee allo insigne Storico Errera, e per iscemarne l' autorità, il P. Canovai lo accusa di adulatore del Re di Spagna Filippo II, contrapponendo alle lodi a Lui date i versi del Poeta Inglese Hayley, il quale asserisce aver Filippo II lasciato il Mondo accompagnato dalle esecrazioni di tutto il Genere umano. A questi versi io ho contrapposto le favorevoli testimonianze di due Storici celebratissimi contemporanei, il Bentivoglio, ed il Grozio, quantunque il secondo fosse Protestante, e di Nazione nemica, e che anzi combatteva allora contro la Spagna; e tra' Moderni ho allegato l' autorità del savio, e giudizioso Muratori, e dell' Arteaga, nell'Apologia di quel Monarca scritta contro il Poeta Tragico Alfieri. Nell' Esame Critico poi ho aggiunto, che, se le lodi (talora anche eccessive) date a potenti Monarchi dagli Scrittori, bastar dovessero per far rigettare, senza ulterior disamina, ciò che si contiene ne' libri loro, moltissime verità storiche, ed eziandio matematiche, dovrebbero riguardarsi come menzogne. Ora quale si dirà che sia la Critica del P. Canovai? Tace dell' Arteaga, tace del Muratori, ed aggiunge alla testimonianza del Poeta Inglese quella del Poeta Piemontese l'Alfieri medesimo, contro il quale appunto l' Arteaga ha scritto l'Apologia di Filippo II; e dopo di aver replicato il detto del moderno Geografo Pinkerton, che chiama quel Monarca *l'infame Tyran Philippe II*, si esprime come segue: « Questi uomini, ben lungi dal consultare o Grozio, » o Bentivoglio, *consultarono la verità, ed ebbero la*

Canovai Opera postuma pag. 232, ed ivi nota 314.

Rag. del Primo Scopritore del Continente del Nuovo Mondo §. II pag. 17.

Canovai op. post. loc. cit. nota 314.

fortuna, ed il coraggio di dirla ad onta del Rag. II pag. 17.

Secondo la Critica del P. Canovai, è verità inconcussa adunque ciò che a lui piace, e che giova a sostener le opinioni sue; falso all' opposto tutto quello, che non seconda le sue idee. A quali fonti peraltro abbiano attinto le asserzioni lo[illegible]esti uomini, *che ebbero il coraggio di dire la verità*, è cosa troppo manifesta.

Già è gran tempo che il dottissimo Leibnizio avea avvertito, che conveniva andar guardinghi nel dar retta agli Scrittori Francesi rispetto a ciò che narrano intorno ai Monarchi della Spagna, raccogliendolo da, non sapea Egli, quali rumori senza fondamento (1). Gli spacci originali dell' Ambasciatore Veneto, usciti recentemente in luce, palesano di fatto quanto a torto sia stato accusato Filippo II della morte del Figlio, poichè da essi risulta, che il Figlio, non solo era facinoroso e violento, e persino macchinatore di ribellioni, ed insidiatore della vita del Padre, ma inoltre che da se stesso si affrettò la morte, spacci, che giusti-

Spacci di Sigismondo Cavalli Ambasciator Veneto in Madrid nell' anno 1568. V. Bibliot. Ital. Milano. Dic. 1817 pag. 511 e 19.

(1) » Et sunt Historici, qui pejores repraesentant homines quam fuerunt. » His tamen Scriptoribus commenta ingenii, perinde ac si interfuissent, nar» rantibus, humana malignitas, et occulta in potentes invidia, auctoritatem » facit. Accedunt Populorum studia inter se adversa: et *multa video passim* » *apud Gallos inepte fingi credique de Carolo V, de Ferdinandis, de* » *Philippis* quae ex nescio quibus rumusculis, licentia scribendi, in Historiam » irrepsere ». *Leibnit. in Dissert. de actor. public. usu Cod. Jur. Gent. diplom. praemissa §. III.*

ficano l'Arteaga, e condannano l'Alfieri, ed il P. Canovai, che per denigrar l'Errera volle prestar fede a' Poeti ed a Storie Romanzesche.

Muratori Annali d'Italia all'anno 1598.

Del resto il celebre Muratori, nel riferire la morte del Re Filippo II, seguita nell'anno 1598, dice in precisi termini, che « la gloriosa memoria di quel Monarca non » avea bisogno ch'Ei si fermasse a rammentare il suo im- » pareggiabile senno, la somma sua Religione, la fermezza » dell'animo, e tante altre sue lodevoli doti, e virtù, che » in lui si univano, perchè negli elogj suoi si sono impiegate » le penne di tutti gli Scrittori Cattolici ». Certamente il Muratori non avea nè motivo, nè impegno veruno di adulare quell'antico Monarca delle Spagne. Dovremo noi alle testimonianze di lui, e degli altri Scrittori antichi preferir quelle de' Moderni avversi alla Spagna? Gli Storici Romanzieri antepor dovremo agli assennati e contemporanei? Dovrà uno Scrittor Religioso piuttosto dar retta alle penne de' Protestanti che non a quelle de' Cattolici? e tra' Protestanti medesimi ad un Grozio, ad un Leibnizio? Dovremo adunque piuttosto conchiudere, che gli Scrittori allegati dal P. Canovai ben lungi dall'aver consultata la verità, e *di aver avuto il coraggio di dirla ad onta del mio Ragionamento*, come pretende il P. Canovai, ebbero il coraggio, ad onta della verità, di asserire il falso. E quand' anche conceder volessimo aver il dotto e savio Muratori largheggiato negli encomj del Re Filippo II, dovrà forse questo far vacillare la verità di tutto ciò che ci narra uno

Storico fornito di una Critica così dotta ed oculata, così sincero ed imparziale, quale da tutti è riconosciuto il Padre della Storia d' Italia, l' immortale Muratori? Che se assurdo sarebbe il pensar a questo modo, che dir non si dovrà di chi, sotto un così frivolo pretesto, nega di prestar fede a quanto, fondato su autentici documenti, ci narra l' antico esattissimo Storico Spagnuolo l' Errera, e ciò unicamente perchè il negarla favorisce le proprie opinioni?

Parlando poi in generale dell' Opera Postuma del P. Canovai, se in essa Egli non proferisce mai il mio nome, lascio giudicar a chiunque, se il recare, come Ei fa, i luoghi precisi del Libro intorno alla Patria di Colombo, e del mio Ragionamento intorno al Primo Scopritore del Continente del Nuovo Mondo, ed il qualificarmi come mi qualifica, non sia una cosa medesima come se apertamente lo avesse proferito. Troppo trasparente in vero, per non dire squarciato, è il velo sotto cui lo nasconde. Farò una sola riflessione, e si è che il vedere, che il P. Canovai, in quest'opera compilata negli ultimi suoi giorni, non usa maggiore moderazione di quella mostrata dall'Autore delle prime Osservazioni, dettate, secondo che Egli diceva, da un suo Discepolo, basterebbe per provare che sono Opera parimente di Lui que' primi scritti, in cui con villanie si corrisponde alle cortesie, e con insulti alle lodi stesse da me, e dall' incomparabile Editore delle cose mie a Lui largamente tributate. Ma che quelle Osservazioni sieno uscite dalla penna del P. Canovai, ad evidenza il dimostra

un documento, che conservo originale, lasciatomi morendo con altri suoi MSS. dal medesimo desideratissimo amico il Cavaliere di Priocca. Si è questo una Lettera scrittagli da Marsiglia da un ragguardevolissimo e dottissimo Personaggio straniero, che era in Toscana quando si pubblicarono quelle prime Osservazioni. Egli scrivea adunque all' amico mio di cuore, ed intelligente Editore delle cose mie, in questi precisi termini:

» Votre Excellence aura appris sans doute, qu'en pas-
» sant par Turin, je n'ai pas manqué de présenter mes
» devoirs à son illustre ami M. le. C. Napione. J'étais le
» voir à sa campagne, où il m'a fait l'honneur de me
» montrer les épreuves du supplément, ou de sa réponse
» au P. Canovai. Ce qui m'a le plus indigné, et ce que
» j'avais de la peine à croire, c'est la tournure que le
» P. C. doit avoir pris pour se tirer d'embarras, et pour
» pallier le pas de clerc qu'il avait fait si inconsidéré-
» ment. Le Révérend Père prétend que le Pamphlet dé-
» goûtant qu'il a lancé contre M. Napione, n'est pas de
» Lui, comme si une telle production ne pouvait sortir
» d'une plume aussi châtiée, mais que c'est quelque Ami
» (et si je ne me trompe, il a dit quelqu'Étudiant)
» qui avait entrepris cette belle Défense. En ce cas-là il
» faut convenir que le Disciple a bien profité des leçons
» du Maître . . . . . Le P. Canovai ne s'est jamais caché
» (à moi au moins) *qu'il était l'Auteur de la pièce en*
» *question*, lorsque je lui en fis des reproches; il est

» convenu qu'il aurait dû la faire avec un peu plus d'ur-
» banité, mais que sa vivacité l'avait entraîné. Le P. del
» Ricco m'a assuré qu'il avait tempéré cette trop grande
» vivacité, et qu'originairement cette Diatribe, avant d'être
» livrée à l'impression, avait été encore plus virulente,
» et qu'elle avait été un peu mitigée. J'ai tout lieu à
» croire que le P. C. s'en est bien repenti ».

L' Opera Postuma ad evidenza palesa, che in questa parte non pensò il P. Canovai a moderarsi, non essendo Egli Padrone (come confessa l' anonimo Autore delle Osservazioni sull' Esame Critico) di frenare questa sua vivacità, perchè facile ad accendersi *non sapeva ogni volta ridurre alla norma di una fredda riflessione il caldo eccessivo del suo temperamento.* Io non risponderò certamente ai modi scortesi ed ingiuriosi di quel Religioso defunto; che anzi, compassionando la misera condizione della umanità, mi contenterò di esclamare col mio ottimo Amico: *tantae ne animis caelestibus irae?* e mi restringerò ad uniformarmi a quanto fece in un caso consimile il celebre Abate Girolamo Tiraboschi, il quale rese, con lettera pubblicata colle stampe, distinte grazie delle ingiurie al suo avversario, perchè con esse avea sempre meglio fatto conoscere la debolezza della sua causa.

Pag. 4 nota (*a*).

Quadro della vita privata del Cavat. Clemente Damiano di Priocca, giorn. encicl. di Firenze.

V. Memorie dell' Accad. delle scienze di Torino *Letterat. e Belle Arti* per gli anni 1805-1808 p. 58 nota (1).

APPENDICE

ALL' ESAME CRITICO DEL PRIMO VIAGGIO DI AMERIGO VESPUCCI AL NUOVO MONDO.

§. I.

Sistema dell'Autore delle Osservazioni sull' Esame Critico del Primo Viaggio di Amerigo Vespucci al Nuovo Mondo.

Il voto, pronunziato morendo dalla infelice Regina di Cartagine: *pugnent ipsique Nepotes*, pare che sia stato pur quello del P. Stanislao Canovai. Se non che non trattavasi qui dell' Impero del Mondo antico, ma di una parte soltanto della gloria dovuta a chi fece la scoperta del Nuovo. Di fatto, appena chiusi avea i suoi giorni quel Matematico di grido, che vi fu chi pubblicò uno scritto intitolato *Osservazioni sull'Esame Critico del Primo Viaggio di Amerigo Vespucci al Nuovo Mondo*, che, quantunque Anonimo, e senza data veruna, manifestamente si vede essere stato dettato in Firenze da un Discepolo od Amico del Defunto. Chi ne sia l'Autore, poco preme il cercarlo. Venendo bensì alla sostanza del nuovo Libretto, tuttochè a me sembri, che per tutti quelli, che avranno avuto la sofferenza di leggere il mio Esame Critico del Primo Viaggio di Amerigo Vespucci, non occorra altra risposta, nul-

ladimeno, affinchè il silenzio non sia attribuito a difetto di ragione da addurre in contrario, ho fatto pensiero di additar brevemente i fonti degli abbaglj dell' Anonimo Autore delle Osservazioni. Tanto più che non dubito, che i dotti Toscani sono persuasi al pari del Marchese Maffei, di cui ho parlato altra volta, che, attribuendosi ad una determinata Contrada quello, che in buona Critica sostener non si può, in vece di accrescerle la lode, che per altri titoli, e non contrastati, le può essere dovuta, la sminuisce, quasichè, per mancanza e per iscarsità di vero merito, abbisognasse d'incerti e mendicati encomj.

Maffei Rime e Prose pag. 319.

Rag. sul primo Scopr. del Contin. pag. 105.

Osservazioni sopra all' Opera del sig. da Morona, che ha per titolo *Pisa illustrata*. 1812. pag. 1.

Lo sbaglio principale dello Scrittore delle Osservazioni, da cui, se ben si risguarda, tutti gli altri derivano, consiste nel considerar che fa come testimonianze semplicemente negative le asserzioni di tutti gli Storici e Scrittori originali più autorevoli, contemporanei o vicini a' tempi di Colombo, i quali affermano essere Egli stato il vero scopritore della Terra di Paria, e per conseguente della Terraferma dell' Emisfero occidentale; e ciò perchè parlano di Colombo, e non parlano del Vespucci, e non dicono espressamente, che Colombo giunse a toccare il Continente prima del Vespucci.

Osserv. num. 12 pag. 20.

Ma come mai gli Scrittori tutti, che parlarono di Colombo, in principio del secolo XVI, potevano opporsi alla asserzione che il Vespucci fosse giunto prima di Colombo alla Terra di Paria, mentre nessuno aveva asserito tal cosa? Tutti i luoghi pertanto degli Scrittori di que' tempi,

che parlano di tale scoperta, come fatta da Colombo; e tacciono del Vespucci, si devono riguardare come autorità positive in favor di Colombo. Il mettere in un fascio tutti gli Scrittori, ed i Documenti, che favoriscono la causa di Amerigo, senza esaminare (come mi sono ingegnato di far io) qual grado di fede prestar si debba a ciascuno di essi, si è annullar del tutto l' arte Critica per poter asserire soltanto ciò che più pare e piace. Chi poteva smentire le voci del Vespucci, se nè Egli stesso, e se nessuno nemmeno per Lui l' avea alzata nelle Contrade dov' Egli servì a Principi grandi in qualità di Piloto; in quella parte d'Italia dove la Storia giornaliera delle scoperte marittime era più nota, e nella stessa Patria sua? voglio dire in Portogallo, in Ispagna, in Venezia, in Firenze, nella Toscana tutta? Non è l'autorità del Tiraboschi, e tanto meno la mia, che abbiano posto in dubbio la fama, che il Vespucci fosse il vero Scopritore del Continente del Nuovo Mondo; ma bensì questa supposta fama, durante la vita di Colombo, durante quella di Vespucci medesimo non risuonava in nessun luogo.

Quando poi, coll' andar del tempo, da accidentalità, e da motivi, che nulla hanno che fare colla scoperta della Terra di Paria, nacque a poco a poco questo falso e mal fondato rumore (fuori però dell' Italia, e della Spagna), l' Errera, Storico di quel valore, che si è mostrato nell' Esame Critico, e che ai fonti più sinceri avea attinte le sue notizie, fu il primo ad alzar la voce nello spirar del

Esame Critico cap. VII pag. 77 e seg.

secolo stesso XVI, e molto prima che nascessero il Tiraboschi ed altri moderni, che giustamente contrastarono tal vanto al Vespucci. E dopo che scrisse l'Errera, qual fu l'uomo di vaglia tra' Toscani, prima del Canovai, che abbia preso la penna di proposito per confutarlo? Non parlo del Bandini, che asserì tal cosa senza addurne prova veruna. Lascio stare, che l'autorità di Lui non è di gran peso presso gli stessi eruditi Toscani de' giorni nostri. Di fatto il Dottor. Lorenzo Cantini, nello smentir che fa la favola maligna della morte di D. Garzia e del Cardinale Giovanni figli di Cosimo De-Medici primo Gran-Duca di Toscana, aggiunge non doversi far caso, se il Canonico Angelo Maria Bandini l'asserì per vera scrivendo questi (sono precisi termini del Cantini) *al suo solito con non molta Critica.*

Cantini Vita di Cosimo De-Medici primo Gran-Duca di Toscana. V. in fine la Notizia di un MSS. del P. Girol. Lagomarsini.

Che se io ho messo insieme una serie di Scrittori Toscani, i quali, parlando del Vespucci, non credettero di dover affermare, che a questo celebre Navigatore loro Nazionale toccata fosse la sorte di approdar il primo al Continente del Nuovo Mondo, e se tra essi si trovano nomi, che non sono sì famosi come quelli del Tuano, del Vossio, del Clerico, ciò da me già non si fece per provare il mio assunto (che con più validi argomenti si è da me dimostrato), ma fu solo per dar a divedere manifestamente quanto fosse lontana dal vero l'asserzione, che da Trecento anni fosse da tutti i Toscani riconosciuto Amerigo Vespucci come il fortunato Scopritore del Continente del

Osserv. num. a pag. 7.

Canovai Dissertaz. sopra il Primo Viagg. di Amerigo Vespucci pag. 3. Firenze 1809.

Nuovo Mondo. Lascio in disparte, che nel mentre che si mettono innanzi dall'Autor delle Osservazioni i men sonori nomi di questi Toscani (che però tutti del pari servivano al mio intento), si omette poi l'autorevolissima testimonianza dell'Abate Lanzi, uomo di quella dottrina che ognun sa, candido, sincero, e che, sebbene non fosse nato in Toscana, per autor Toscano da tutti è riconosciuto, come quegli che in Toscana lungamente visse, ed ultimamente in Toscana morì. Questi nell' Opera da me replicatamente citata, Opera in cui liberamente e senza riguardo spiegar potea i veri e genuini sentimenti suoi, chiaramente asserisce, e senza esitazione veruna, che, sebbene Colombo avesse il maggior merito della scoperta del Nuovo Mondo, e perciò il maggior diritto a denominarlo, America ciò non pertanto si è detto, e si dice ancora perchè il Vespucci era stato il primo a scriverne.

Lanzi de' vasi antichi dipinti Dissert. 1 pag. 19. Pat. di Colombo pag. 133. Del Primo Scopr. del Continente pag. 1 e 2. Esame Critico cap. I pag. 13.

Alla testimonianza del dotto Lanzi si vuole aggiunger quello, che lasciò scritto più di proposito intorno a questo particolare un rinomato Scrittore Toscano, passato ad altra vita dopo il P. Canovai, e la di cui Storia della Toscana prima del Principato non venne in luce se non nell' anno 1815. Si è questi il Pignotti, il quale dopo d'aver accennato che grandi Scrittori contrastano ad Amerigo Vespucci la scoperta del Continente del Nuovo Mondo, e l'attribuiscono a Colombo, soggiunge che quella disputa avea riscaldato oltremodo gli eruditi, e che tutti i Documenti necessarj a tale specie di processo erano stati addotti, onde non vi

rimanea nulla da aggiungere, ed il Lettore, quando gli piaccia, può vederli, e giudicar da se stesso. Ma quello, che fa più al caso nostro, sono le seguenti sue parole notabilissime: « Non possiamo però a meno di fare una » dispiacevole riflessione, cioè che quasi tutti gl' illustri » Forestieri, ed Italiani stessi, hanno giudicata questa lite » contro di Noi ». La confessione è ingenua e degna di un uomo spregiudicato. Soltanto si vuole avvertire, che, se ne togliamo il P. Canovai, e qualche suo reale o finto Discepolo, non vi ha, che si sappia, altro Toscano di grido, che abbia preso a difendere la causa del Vespucci; e che sebbene tutti i Documenti necessarj sieno stati addotti, ciò non impedisce, che la stessa verità si possa ogni volta più confermare con isciogliere le nuove insussistenti difficoltà, che si mettono in campo, e tali sono quelle dell' Autor delle Osservazioni.

Pignotti Storia ec. vol. IX pag. 27.

La fama, dice Egli, parlava abbastanza della scoperta del Vespucci, senza che avesse Egli bisogno, appena ritornato in Ispagna, di pubblicarne la notizia. Ma io replicherò, che è singolare affatto questa fama presupposta, di cui nè il famoso Scopritore, nè verun altro ragiona, e dirò senza tema d' ingannarmi, che della scoperta del Continente, che si pretende essere stata fatta dal Vespucci prima di Colombo, nè la fama, nè il Vespucci non parlarono mai; e che della scoperta fatta da Colombo della Terra di Paria parlarono chiaramente e la fama, e gli Scrittori originali più informati e più autorevoli, e Co-

Osserv. n. 3 p. 10.

lombo medesimo. Gli unici argomenti, che dopo tanto rivolgere per tutti i versi questa materia abbia potuto accumulare l' Autore delle nuove Osservazioni in favor del Vespucci, sono la tanto ripetuta Data dell' anno 1497, che si legge nella Relazione del Primo Viaggio del Vespucci, ed il nome di America dato alle Indie Occidentali, o sia al Nuovo Mondo.

§. II.

Pretesa Data dell'anno 1497 nel Primo Viaggio di Amerigo Vespucci.

Cominciamo da questa Epoca tanto decantata, che però si dovette confessare, che era come il capello di Sansone; di tal fatta, che, reciso questo, correa pericolo di rovinare l' intera causa di Amerigo. E per verità non è appunto troppo più gagliarda di un capello la prova, che si pretende di desumere da quella Data. Io non ripeterò qui tutto quello che ho detto, per dimostrare quanto sia dubbia e sospetta quella Data; nè intraprenderò di nuovo l'Esame dei Testi a penna, e delle prime Edizioni di quel Documento; delle varie Lingue in cui lo troviamo scritto, ed in cui venne pubblicato; dirò soltanto, che l' Autore delle Osservazioni ragiona in modo, come se non avesse in questa parte veduto nè letto l'Esame Critico. Nè credo poi già, che voglia Egli riguardar come argomento sufficiente per consolidar la Data del 1497 il dire, che non si

Canovai Dissert. sopracit. sopra il Primo Viaggio di Amerigo Vespucci pag. 35.

Esame Critico ec. cap II e III, ed in ispecie p. 30 e seg.

hanno da far le meraviglie, se s' incontrano Spagnolismi nella dettatura di Amerigo. Io non mi meraviglio (risponderò all'Anonimo) degli Spagnolismi, ma dico bensì, che, ritrovando in due testi antichi varietà sostanziali, anche in fatto di lingua, sebbene entrambi scritti in Lingua Italiana, posso a buona ragione dubitare qual sia il vero Testo originale dell' Autore. Osserv. n. 5 p. 13.

Può essere stata scritta la Lettera originale, come è presumibile, in Lingua Italiana; quindi essere stata tradotta in Idioma Francese, o Latino (Francese era la dettatura dei Quattro Viaggi del Vespucci, quindi tradotti in Latino, e stampati in Lorena). Dal Francese o dal Latino può quindi essere stata tradotta in Italiano da persona diversa dal Vespucci, e così seguì di altre cose sue. Ma ad ogni modo, di due Testi Italiani antichi, che abbiamo, uno ripieno di Spagnolismi, l' altro in Lingua corrente, uno al certo dei due non può essere opera originale del Vespucci, ancorchè concediamo che l' originale fosse Italiano. Come scoprire adunque qual sia il vero testo originale del Vespucci? Come riguardar si dovrà per genuina ed incorrotta una Scrittura, che, ben lungi dal venirci presentata direttamente dal suo legittimo Padre, non altrimenti che la Sposa del Re del Garbo, è passata per tante e diverse mani? Esame Critico cap. II p. 21.

L' Epoca pertanto dell' anno 1497, che troviamo segnata nella Relazione di quel Primo Viaggio di Amerigo Vespucci, se non è uno sbaglio di Traduttore, di copista,

o di stampatore, non può essere che una mera impostura di alcuno, essendo contradetta da tutti i monumenti storici più autorevoli. Io son ben lungi con tuttociò dal dire impostore Amerigo; che anzi da sì brutta taccia ingegnato mi sono ognora di difenderlo. Dico bensì, che quella data somministrò un fondato motivo di sospettarlo tale, e che il volerla sostenere a spada tratta, come autentica, ed uscita dalle mani del Vespucci, in vece di giovare alla sua causa, e di provare, che sia stato Egli il Primo Scopritore del Continente del Nuovo Mondo, piuttosto spacciato impostore appunto il verrebbe a manifestare. Del rimanente è cosa incontrastabile, che a più d' uno si mandarono le Relazioni del Vespucci, dappoichè sin dall' anno 1505 in poi le troviamo manoscritte e stampate in più Lingue, ed in distanti Contrade. Certamente o Egli medesimo, od i suoi amici, ed encomiatori pigliavansi non piccolo pensiero di spargerle ampiamente.

Esame Critico pag. 88 et alibi. Osserv. n. 4 p. 12.

Ma per ritornare all' Epoca del 1497, ed alla fama, che si pretende che altamente risuonasse per ogni dove della scoperta, fatta in quell'anno, del Continente del Nuovo Mondo, se l' Anonimo Osservatore non sa ravvisare, in quelli, ch'Ei chiama tronchi sensi di chi diresse l'edizione di Lorena dell'anno 1507, che da esso Editore *tal* gloria credevasi spettare ad Amerigo in conseguenza del suo viaggio al Brasile, e non per altra scoperta, chi leggerà peraltro quella parte dell' Avviso Ritmico, da me a tal proposito riferita, quando non abbia gli occhi dell'intelletto

Osserv. n. 18. pag. 29.

offuscati dalla passione, confessar dovrà senza esitazion veruna, che la Terra di cui ivi si tratta, si è quella che venne scoperta dalla flotta del Re di Portogallo; e che il sito preciso di quella Contrada, ed i costumi degli abitatori di essa sono appunto quelli, che si leggono descritti nel Libretto di picciola mole ivi allegato. E come mai potea sonar il grido delle glorie del Vespucci per avere scoperto il primo il Continente del Nuovo Mondo nell'anno 1497, mentre l'Editore parla di Amerigo, e non parla di questa scoperta, ma soltanto del Viaggio al Brasile? Il ritrovarsi in quello stesso Libro il Primo Viaggio del Vespucci medesimo, e la data del 1497, di cui si menò in appresso tanto rumore, ed il non essersi badato da chi la pubblicò, nè a quella data, nè alla pretesa scoperta del Continente, ben lungi dal poter bastare per provar la verità della scoperta del Continente, deve riguardarsi come un argomento convincentissimo per dimostrare, che la fama taceva sopra un tal punto, e che la celebrità di Amerigo era tutta fondata sopra il suo Viaggio a quella Regione, che venne poscia denominata il Brasile.

Esame Critico cap. V pag. 67.

E se questi medesimi Editori Lorenesi furono i primi ad opinare, che America chiamar si dovessero le Terre nuovamente scoperte, per ragione del Viaggio di Amerigo a quella parte di esse, che in appresso Brasile venne detta (che per accennarlo di volo ignoravano che fosse stata prima ritrovata dal Cabral), è cosa evidente, che

V. del Primo Scopr. del Contin. §. XIII pag. 86. Esame Critico ec. cap. VI pag. 70 e seg.

non aveano notizia veruna del suo primo supposto tanto famoso Viaggio, e della pretesa famosa scoperta da Lui fatta della Terra di Paria nell' anno 1497, vale a dire un anno prima che vi approdasse, come realmente vi approdò, Colombo. Se gli Editori Lorenesi adunque, e se alcuni altri dopo di essi, segnatamente Tedeschi, erroneamente credettero Amerigo Vespucci Scopritore dell' America, ciò fu per cagion del suo Viaggio al Brasile, e per lo pomposo Titolo della Relazione del Nuovo Mondo, che ne venne tosto pubblicata in Italia, e fuori d' Italia, non mai perchè abbia Egli scoperto la Terra di Paria nell'anno 1497 prima di Colombo.

Sebbene poi del Viaggio del Vespucci al Brasile, intitolato Nuovo Mondo, rare ne sieno divenute al giorno d'oggi le antiche edizioni, notissimo ciò non pertanto doveva essere a que' tempi, e fatto comune, e sparso, starei per dire, in tutte le Contrade d'Europa, poichè dal 1505 insino al 1510, in soli cinque anni, replicate edizioni se ne fecero in Italia e fuori, in Lingua Latina ed Italiana per non parlare dell' antica traduzione in Lingua Francese dell' anno 1516, e de' Foglj volanti stampati in Venezia, e degli esemplari a penna, di cui si è ragionato a luogo opportuno; e da ciò se ne vuole inferire con quanto poca ragione l'anonimo Osservatore siasi dato a credere, che poca importanza gli abbiano dato gli uomini del Cinquecento. In queste, ed in altre simili osservazioni, si riconosce lo stile tenuto dall' amico Osservatore del P. Canovai,

Esame Critico ec. pag. 89.

Osserv. n. 1 p. 5.

e dal P. Canovai medesimo in tutta questa controversia, che si è di negare, di sprezzare e mettere in derisione, bisognando, tutte le autorità che non favoriscono le proprie opinioni, e dar d'altra parte tutto il credito immaginabile a qualunque Scrittore, purchè piegar si possa a sostenerle, senza pigliarsi pensiero alcuno al Mondo di ponderare, colle regole di una esatta ed imparziale Critica, i diversi gradi di fede, che ciascuno di essi meritar si possa.

Che se poi il Viaggio del Vespucci al Brasile non ha che fare direttamente colla quistione: chi sia stato il primo Scopritore dell'Occidentale Emisfero, vi ha che fare moltissimo indirettamente, perchè dimostra di quale natura, e per quali imprese grande fosse la fama che sonava per tutto di Amerigo Vespucci, e spiega come siasi in progresso di tempo attribuita erroneamente ed indebitamente a Lui la gloria a Colombo dovuta di Scopritore del Nuovo Mondo. Che che ne dica pertanto l'anonimo Osservatore, meritano sempre di essere ponderate le congetture in questo proposito nell'Esame Critico contenute.

§. III.

Nome di America dato alla Parte Meridionale, e quindi a tutto il Nuovo Mondo.

Ma la parte, in cui trionfa l'Osservatore, si è dove riferisce il Testo da me allegato dell'antico Vescovo di S. Domingo, contemporaneo di Colombo, Alessandro Giraldini,

Esame Critico cap. V pag 50. Osserv. num. 13 pag. 24. 25.

il quale dice che Colombo *ad partem maximi illius Continentis, quam Americam appellant, pervenit*; e gran caso Ei fa, che il Giraldini dia *a sangue freddo* al Nuovo Mondo il nome del suo vero Scopritore, come lo chiama lo stesso Osservatore. E qui il difensor di Amerigo fa riflettere come cosa di gran rilievo, che il Giraldini era impegnato alla protezione di Colombo per antico familiare interesse; punto ancora dalle traversie, che, unitamente al proprio fratello, avea dovuto sostenere in far causa comune con Lui. Soggiunge, che informato il Giraldini dagli abitanti di S. Domingo, che aveano veduto passar Colombo per dirigersi al Continente, *credea in buona fede, che gli si pervenisse la prima gloria della Scoperta*; e termina con dire, che il buon Giraldini *si dovea fare una festa di compensare a Colombo, con delle grandiose testimonianze, i sofferti travagli.* Ma in primo luogo non so quali traversie abbia dovuto soffrire il fratello del Giraldini nel far causa comune con Colombo. Colombo bensì fu quello, che, per la morte di Antonio Giraldini, fratello del Vescovo Alessandro, si trovò in gravi angustie, e di queste sole ho toccato nel mio Ragionamento. Del resto poi il Vescovo di S. Domingo, personaggio onorato e sincero, non avrebbe voluto mai, nè potuto eziandio, volendolo, tradire così palesemente la verità, e smentire la pubblica fama, qualunque impegno avesse di protegger Colombo. Come mai adunque conceder si dovrà (siccome concede l'anonimo Osservatore) che il Giraldini fosse di

Rag. sul Primo Scopr. del Contin. pag. 74.

buona fede, e che ciò non ostante con grandiose testimonianze, vale a dir false, intendesse compensar a Colombo i sofferti travaglj? Ma veniamo al punto. O il Vescovo di S. Domingo sapeva, che Amerigo era stato il primo, come si pretende, a scoprir il Continente del Nuovo Mondo, o l' ignorava. Se sapeva Egli, che Amerigo era il vero scopritore del Continente, come mai, contro la propria coscienza, veridico e sincero quale da tutti è riconosciuto, ne dà la gloria a Colombo? Se poi tal cosa ignorava, confessar si dee di necessità, che la fama della supposta scoperta di Amerigo, che si pretende che risuonasse per tutto il Mondo, tanto è lungi che si fosse sparsa in tutta la Spagna, e l'Italia, e l'Europa, che non era potuta giungere sino a S. Domingo.

Ora il fatto sta, che il Giraldini nomina bensì l' America, ma tace di Amerigo Vespucci, e dalla espressione medesima, di cui si serve, si raccoglie, che Egli ignorava onde procedesse tal nome, che sentiva probabilmente pronunciarsi dagli uomini di mare, *partem ... quam Americam appellant*; e non ostante tal nome, non esitò di affermare, che quella parte medesima era stata scoperta da Colombo. Vero è, che questo silenzio l' anonimo Autore delle Osservazioni, magnanimamente glielo perdona, e fa gran rumore soltanto del nome di America; ma di perdono non abbisogna il Giraldini. Uomo sincero, come nol nega l'Anonimo, che era sopra luogo, ed al fatto di quegli avvenimenti, che seguivano sotto i suoi occhi, un Uomo di

tal portata, che, sebbene accenni il nome di *America*, che alcuni davano ad una parte del Continente, dice tuttavia, che questa parte medesima altri chiamavano *Paria*, ed afferma essere stata scoperta da Colombo; e che altronde non parla di Amerigo, nè di pretesa veruna per parte di Lui in quella Scoperta, somministra col suo contegno una manifesta ed evidente prova, che la supposta fama della Scoperta fatta da Amerigo del Continente non esisteva allora neppure nel Nuovo Mondo, come non esisteva nell' Antico, e che da tutt' altro motivo era nato quel Nome.

Esame Critico pag. 50 nota (10)

Dell' origine di questo nome si è trattato altrove estesamente, e si è dato a divedere come da prima fosse errante, a dir così, e limitato, e quanto tardasse ad essere conosciuto in Italia, e specialmente in Ispagna; e le prove evidenti, e le testimonianze, che ne ho recato, meritavano al certo argomenti di maggior forza per distruggerle che non il dir semplicemente, come fa l' Autor delle Osservazioni, che il nome di America dovea essere sparso sin dai tempi del Giovio in Italia ed in Ispagna, *che che ne dica il signor Napione*. Dovea essere sparso certamente per sostenere il sistema del P. Canovai, e degli Amici Osservatori, ma il fatto sta, che realmente non lo era. Sin verso il fine del secolo XVI Lodovico Guicciardini nella sua esatta e curiosa Descrizione de' Paesi Bassi, ragionando di Anversa, che era a que' tempi l' emporio dei traffici, ciò che fu un secolo dopo Amsterdam, e dell' es-

Ragionam. intorno al Primo Scoprit. del Contin. §. X pag. 63, e §. XIV pag. 88.

Osserv. num. 14 pag. 26.

tesissimo suo commercio per tutte le parti del Mondo, specifica le mercanzie, che gli Spagnuoli *dalle loro Indie Occcidentali del Perù, dette America e Nuovo Mondo, vi apportavano*; dal che si scorge manifestamente, che il nome di *America* cominciava allora soltanto a diffondersi; che era ancora a quell' Epoca nome ristretto al Perù soltanto, e ad altre Regioni della Parte Meridionale dell' Emisfero Occidentale, e che gli Spagnuoli con sì fatto nome di America non ne chiamavano parte nessuna costantemente, ma denotavano il Nuovo Mondo col nome d'Indie Occidentali.

Per verità è cosa affatto singolare il supporre in favor di Amerigo una pubblica fama di un evenimento così grande qual fu la Scoperta del Continente del Nuovo Mondo, di cui non si trova traccia in nessuno Scrittore contemporaneo; e quindi riguardare come semplici autorità negative i testi degli Scrittori più solenni, che lo attribuiscono a Colombo; e ciò unicamente perchè non ismentiscono una supposta voce favorevole ad Amerigo Vespucci, che è evidentissimo che non esisteva. Un Guicciardini, un Bernardo Segni, Storici Fiorentini che parlano di Colombo, tacciono del Vespucci; o dicono che dopo di Colombo navigò al Nuovo Mondo, si dovrà credere, che se la fossero passata così leggermente, quando la fama della Scoperta presupposta di Amerigo avesse risuonato per ogni dove? Il dirsi dal Guicciardini, in quel luogo dove narra la Scoperta del Nuovo Mondo, che Colombo, dopo la scoperta delle Isole,

è penetrato più oltre, non dovrà interpretarsi se non se di un'altra Isola; e d'altro lato il dirsi dal Guicciardini, che, dopo Colombo, *Amerigo Vespucci Fiorentino, e successivamente molti altri hanno scoperte altre Isole, e grandissimi Paesi di Terraferma*, si dovrà intendere in modo che Amerigo abbia il primo scoperto la Terraferma. E che dopo di avere così oscuramente accennata una scoperta sì grande di quel Navigatore suo Paesano, il Guicciardini abbia chiamati degni di eterne lodi i Portoghesi, e gli Spagnuoli, *e principalmente Colombo inventore di questa più maravigliosa e più pericolosa Navigazione*, senza far più in veruna maniera parola del Vespucci, e che ciò non ostante si debba intendere quel testo come favorevole al Vespucci, perchè un Editore moderno delle Storie del Guicciardini colla data di Friburgo, ma che si sa stampata in Toscana, ebbe l'astuzia di aggiungere in una nota, *che Amerigo Vespucci fece e scrisse quattro sue Navigazioni cominciate l'anno* 1497 *ai* 20 *di Maggio*, tutto questo, io dico, non è altro se non se fare una violenza manifesta al testo del Guicciardini. Lo stravolgere in questa guisa il senso naturale ed obvio di uno Scrittore contro i principj tutti dell'Arte Ermeneutica, mostra quanto si scarseggi di buone e ben fondate ragioni per sostenere il preteso vanto, e la supposta fama del Vespucci come scopritore del Continente del Nuovo Mondo. La fama non parla quando non parla nessuno.

Osserv. num. 2 pag. 8 nota (*a*)

Ne' primi tempi adunque, durante la vita di Colombo

e del Vespucci, non si hanno Storie nè Documenti, che attestino questa pubblica fama; mancano pertanto in favor del Vespucci appunto quelle testimonianze positive, che l'Anonimo Osservatore pretende mancare a Colombo. Vediamo al presente, se si possa dire altrettanto della scoperta di Paria, e per conseguente della Terraferma, fatta da Colombo, onde non tocchi piuttosto ai Difensori della Causa del Vespucci che il negano, e sia, come nelle contese giudiziarie, a pieno carico loro il negare con pienezza di prove.

§. IV.

La Scoperta della Terra di Paria appartiene indubitatamente a Colombo.

Prima di tutto non so come l'anonimo Osservatore abbia potuto affermare, che Colombo, tornato in Ispagna, non siasi pigliato pensiero di pubblicare le sue scoperte. Non vi ha chi ignori, che, ritornato Egli dal primo suo viaggio alle Isole, scrisse la Lettera pubblicata tosto in Roma, tradotta in Lingua Latina, e stampata anche altrove. E per quello che spetta precisamente alla Scoperta della Terra di Paria, la Relazione sua, cioè l'esatto Giornale, che ne stese, lo abbiamo intero inserito nella Storia di D. Ferdinando suo Figlio, come pure troviamo in quelle Storie parte di quello di D. Bartolommeo Fratello di Lui, che conferma l'Epoca precisa di quella Scoperta. E questi Giornali specifici, e che rendono conto d'ogni particola-

Osserv. num. 3 pag. 10.

Ragion. del Primo Scopr. del Contin. §. XI pag. 69.

Lettera II sulla scoperta del Nuovo Mondo. V. Patr. di Colombo pag. 15. 151.

rità, sono Documenti di troppo maggior rilievo di quello che il sia una Data, scritta in numeri Romani, voltata quindi in cifre, come si dicono, Arabiche, stampata la prima volta in Lorena, contradetta da tutti i più antichi e più autorevoli Monumenti, e dagli Storici contemporanei, anzi, se ben si risguardi, da que' medesimi che la produsserò, e primi la pubblicarono, voglio dire gli Editori Lorenesi, i quali non già su quella Data, nè su quel Viaggio, ma bensì sull'altro Viaggio fatto al Brasile a' servigj della Corona di Portogallo, fondano la celebrità tutta del Vespucci.

Ma vi ha di più. Colombo di questa sua Scoperta della Terra di Paria, e perciò della Terraferma del Nuovo Mondo, nòn solo ce ne ha lasciati i più minuti ed esatti ragguaglj, non solo nell' anno dopo di averla fatta, cioè nel 1499, ne scrisse ai Re Cattolici, parlandone come della prima Regione della Terraferma, che scoprisse; ma inoltre, come espressamente si è notato nell'Esame Critico, se ne vanta scrivendo al Re di Spagna nella Lettera pubblicata dall' Abate Morelli, come di una delle principali sue imprese. Avrebbe Colombo osato vantarsene, come dissi, in termini così decisivi, se non Egli stesso, ma un altro, ed a' servigi della Corona medesima di Spagna; se Amerigo Vespucci ne fosse stato prima di Lui lo scopritore? Ma tutte queste asserzioni di Colombo, e specialmente quest' ultima così positiva, che, corroborata dalla piena delle più antiche Relazioni, e da tutte le testimo-

Stor. di D. Ferdin. cap. LXXXVII in fine. Patria di Colombo pag. 151-2.

Esame Critico cap. V pag. 58. 59.

nianze delle Storie, e dei Documenti i più autorevoli constituiscono la più evidente prova della verità del fatto, si sono passate sotto un disinvolto silenzio dall' anonimo Osservatore; se a bello studio con troppo grave scapito della sua buona fede, se inavvertentemente, con negligenza non iscusabile in così minuto ed accurato Osservatore.

Non tacque adunque Colombo nè la Scoperta delle Isole, nè quella del Continente, che che ne dica l'anonimo Osservatore, e ne parlò in modo molto più chiaro e specifico, che non si parli in quel Primo Viaggio di Amerigo Vespucci; nè affidò ad una sola cifra, anzi figura di una cifra numerica, soggetta a mille sbaglj, l'epoca della Scoperta di Paria. Io non mi arresterò a far di nuovo osservare, che difficilmente altri indur si potrà a credere, che la carica di Piloto Maggiore ottenuta nel finir de' suoi giorni dal Vespucci sia, come pretende l' anonimo Osservatore, l' apice a cui aspirar potesse un Uomo di Mare primo Scopritore di un Nuovo Mondo ai servigj della Spagna, mentrechè Colombo morì Ammiraglio, Vicerè, e ricco e potente Signore: poichè nulla giova lo attribuire la meschinità di una sì tenue ricompensa al carattere ingrato e geloso della Corte di Spagna, che *avea* (dice l' anonimo Osservatore) *fatto tornar Colombo carico di catene dagli scoperti Paesi.* Se per invidia de' nemici di Colombo lasciò la Corte, spintavi quasi a forza, che sì grave torto gli si facesse, prontamente però diede ordine che fosse Egli della ingiuria, e de' sofferti danni risarcito,

Osserv. num. 7 pag. 14. 15.

Osserv. num. 8 pag. 15.

Osserv. num. 8 loc. cit.

e consecrò poscia alla memoria del vero Scopritore del Nuovo Mondo un Monumento di riconoscenza e di giustizia, sufficiente da per se solo a terminar la presente questione, e tanto più concludente e decisivo, quanto più suppor si voglia d' ingratitudine, e di mal animo nel Monarca Spagnuolo.

V. Patria di Colombo, Lettera dell'Editore p. 321 e seg.

Non sussiste nemmeno che D. Diego, Figlio dell'Ammiraglio restasse escluso dal dominio della Terraferma per Sentenza del Consiglio delle Indie, poichè il Ducato di Beragua in Terraferma, da Lui posseduto e da' suoi Discendenti, ne è una prova manifesta. Tutte queste opposizioni e difficoltà già sono state esaminate e sciolte. Ma quello, che non posso passar sotto silenzio, si è l'accusa, che mi dà l'Autor delle Osservazioni, di rappresentar il Vespucci come uomo di carattere vile e cattivo. Qualora il Vespucci avesse Egli realmente scoperto il primo il Continente delle Indie Occidentali, non avrebbe forse Egli potuto, in tale supposizione, asserire con verità, ciò che i Piloti invidiosi della gloria di Colombo dicevano a caso senza fondamento nessuno, per semplice malignità ed invidia? Del resto io non attribuisco un cattivo carattere al Vespucci; ma, senza far ciò, chieggo, se dalle Relazioni sue medesime non traspare, che propenso fosse Egli a magnificare le sue imprese, e se non traspiri da esse una certa avversione a Colombo. E queste considerazioni non tralascierebbero di avere il loro peso, ancorchè venissero in luce que' decisivi argomenti, che l' Autor delle Osservazioni dice di avere in

Osserv. num. 10 pag. 17.

Patria di Colombo pag. 158. 159. Esame Critico cap. IV pag. 46, e cap. VII pag. 85.

Osserv. num. 11 pag. 18.

Osserv. num. 9 pag. 16.

pronto, coi quali si dimostrasse non essere opera del Vespucci la Relazione del Viaggio di Vasco di Gama (1), aggiunta dal Bandini alle Lettere del Vespucci medesimo. Si riflette soltanto, che un trafficante, un dotto Cosmografo, un Piloto valente qual era il Vespucci, non sarebbe uscito dalla sua sfera quando avesse scritte Lettere ai Magnati di una Repubblica Commerciante, in cui li ragguagliasse de' gran successi de' tempi suoi, concernenti la Marineria ed i traffici, come facevano gli Ambasciatori Veneziani, ed altri uomini di quella Nazione, senza che queste Lettere il dovessero fare risguardare come uno Storiografo, secondo che suppone l' Autor delle Osservazioni essersi da me immaginato.

Ma per ritornare alla Scoperta di Paria, di cui replicatamente scrisse Colombo; e specialmente nella Lettera di nuovo pubblicata dal Chiarissimo Cavaliere Abate Morelli, il distruggere, se fosse stato possibile, questa po-

(1) Qualora nel Codice Riccardiano citato dal P. Canovai (*Viaggi, ed Elogio di Amerigo Vespucci ec. Opera Postuma, pag.* 15. *Firenze* 1817) leggasi in fronte alla Relazione del Viaggio di Vasco di Gama: *Copia di Lettera del Re di Portogallo*, non si può attribuirne la dettatura al Vespucci; ma avendone, come non nega il P. Canovai, esso Amerigo trasmessa una Copia di proprio pugno a Lorenzo De-Medici, sussiste sempre l' asserzione, che informava Egli i Personaggi grandi della sua Patria delle nuove Scoperte, e dei nuovi traffici cui davano luogo. Del resto il titolo di questa Lettera di proprio pugno di Amerigo Vespucci, non avvertito dal Bandini, nulla ha che fare colla sostanza della questione. È bensì una nuova prova della poca oculatezza del Bandini medesimo.

sitiva asserzione, sarebbe stato cosa troppo più ril
non il mendicar pretesti per isminuir la fede,
si dee ad alcuni degli Autori da me allegati. D
sia l'autorità del Giraldini Vescovo di S. Domi
petto a quanto dice di Colombo, come rispetto
tace di Amerigo, già si è accennato più sopra.
come fa l'Autor delle Osservazioni, che il Giovi
l'Elogio di Colombo, non potea mai nominare
Osserv. n. 14 p. 26. non regge in modo nessuno: perciocchè, quan
del Vespucci, come Scopritore del Continente
Mondo, fosse stata diffusa quanto si pretende
vasi mai ignorare in Roma, in una Corte com
Leon X; ed il Giovio, anche volendo, non
tuto tacerne. Nè perchè scriveva il Giovio di
avrebbe potuto attribuire a Lui una impresa
stato palese essersi da altri eseguita.

Che diremo poi dell'autorità di Pietro Copp
Terra dell'Istria, che l'Autor delle Osservazio
poter annientare, perchè uomo nuovo nella
delle Lettere, e perchè *lontan di paese* dal
Istria, *almeno quanto lo sono dalla Germa*
reano, *il Vadiano*, *il Tritemio* (espressione,
la sorte di poter intendere, quando non vi s
stampa), parla nel suo Portolano delle Scop
Osserv. n. 16 p. 27. Esame Critico cap. V p. 55. lombo, ed annovera tra queste *in Linguaggio*
Terra di Paria, ovver *Mondo Nuovo*? Di qua
trada però fosse nativo Pietro Coppo, e qua

guaggio parli nel suo Portolano, non è forse vero, che tra le Scoperte di Colombo annovera distintamente la Terra di Paria, che chiama pur Egli Mondo Nuovo? E la testimonianza di uno Scrittore contemporaneo, di un uomo di Mare, che avea viaggiato per tutta Italia, navigato quasi tutto il Mediterraneo, letti recenti ed accreditati Itinerarj, ed apprese esatte e non volgari notizie nella dimora fatta in Venezia, dove si aveano a que' tempi i più accertati ragguaglj in ordine alle nuove Navigazioni, si potrà in buona Critica considerare come di minor peso delle asserzioni di que' buoni eruditi Tedeschi, che, senza mai aver navigato, nè praticato uomini di mare, compilavano nelle loro stufe volumi di Geografia, e parlavano incidentemente delle nuove Scoperte, fondati sopra voci popolari, e vaghe ed incerte relazioni, mancando delle necessarie notizie, come taluno, ed il principale tra essi il Munstero, ingenuamente confessò?

Chi avrà letto il Ragionamento intorno al Primo Scopritore del Continente del Nuovo Mondo, e l' Esame Critico del Primo Viaggio di Amerigo Vespucci, potrà giudicare qual caso far si debba di Scrittori così fatti, giusta i veri principj dell' Arte Critica; se l'anonimo Osservatore abbia ragione di considerarli come tutti in suo favore, e se le ragioni, per le quali non credo io che si debba prestar fede alle asserzioni loro, sieno unicamente, perchè il Tritemio abbia chiamato Spagnuolo il Vespucci (che non è poi neppure così piccolo Errore), e perchè erano Scrittori Tedeschi.

Osserv. n. 15. p. 26. 27.

§. V.

Testimonianze di Sebastiano Cabotto, e dell' Albertini in favor di Colombo.

Per quanto sieno ripugnanti ai veri principj dell' Arte Critica le sopra riferite Osservazioni dell' Anonimo, la più insussistente ciò non ostante si è quella ch' Ei fa per distruggere la testimonianza autorevolissima del celebre Navigatore Sebastiano Cabotto. Poche notizie Storiche sono passate per minor numero di bocche di uomini degnissimi di fede, ed in così breve periodo di tempo, prima di essere scritte, come quella *della Scoperta della Costa delle Indie*, che dal Cabotto pervenne ad un Gentiluomo Mantovano, uomo dotto ed assennato, conosciutissimo dal Ramusio, e dal Gentiluomo Mantovano al Ramusio medesimo, che non era uomo da lasciarsi ingannare. Aggiungasi, che non vi ha dubbio, che il Ramusio (la persona più al fatto a suoi tempi della Storia delle Navigazioni) si fosse in cento altri modi accertato di tale evenimento; ed il parlarsene in quel Ragionamento indirettamente, come di cosa notissima, non già per narrare ed accertare il fatto, che era indubitato, ma per valersene ad altro proposito, come di un' Epoca appunto memorabile, ed a tutti palese, ben lungi dal diminuire il peso dell'asserzione, come mostra di credere l'Autore delle Osservazioni, le dà maggior forza e vigore.

Esame Critico cap. V pag. 55.

Osserv. n. 17 p. 29.

Questa fama, sì davvero, si può considerare come ampiamente diffusa, e non quella che si vuol far parlare del Vespucci, quando taceva altamente, e che non nacque se non se a poco a poco, dopo notabile spazio di tempo, da equivoci, e da falsi supposti. Che se Colombo non avea mandato a stampare in Lorena il suo Viaggio alla Terra di Paria, abbiam veduto, che ne tenne esatto Giornale, e non si vuol dubitare, che senza dilazione lo avrà spedito alla Corte di Spagna. Nè si vuol tralasciar di avvertire, che il Cabotto medesimo, il quale trovavasi allora in Inghilterra, aggiunge, che tale scoperta avea fatto gran rumore in quella Corte. Ci permetterà adunque l' Autor delle Osservazioni di fare grandissimo caso, unitamente a tante altre, anche di questa autorevolissima testimonianza, sebbene il Cabotto non sia venuto in persona ad instruirci di questo fatto, come, non saprei con quanta ragionevolezza, pare che desiderasse l' anonimo Osservatore, per potervi prestare piena credenza.

A vieppiù confermare poi la verità sopraccennata, vale a dire, che la celebrità del Vespucci a' tempi suoi non era altrimenti fondata sopra la supposta impresa della scoperta del Continente delle Indie Occidentali, ma bensì sul Viaggio suo al Brasile, ch' ei chiamò Mondo Nuovo, e di cui se ne sparsero subito le Relazioni; a confermar, dico, questa verità, comecchè con tanti validissimi argomenti e testimonianze già dimostrata, si è da me allegata l' autorità di uno Scrittore Fiorentino di grido, che scrivea

Esame Critico cap. VI p. 67. 68.

mentre il Vespucci era tuttora in vita, Scrittore che dimorava in Roma, piena di Fiorentini, ed allora centro di tutte le Negoziazioni della Cristianità, e dove non si potevano ignorare i gran successi; Scrittore finalmente impegnatissimo a celebrar le glorie di Firenze. Si è questo Francesco Degli Albertini Sacerdote Fiorentino, fornito, dice l'esatto Conte Mazzuchelli, non meno di somma prudenza, che di particolar dottrina, la di cui Opera *De Mirabilibus Novae et Veteris Urbis Romae* fu a quei tempi stimata assai, ed ebbe parecchie edizioni; e che, oltre al Libro delle Lodi di Firenze, composto, dice lo stesso Mazzuchelli, nell'anno 1509, pubblicò pure nell'anno dopo 1510, nella Città medesima di Firenze, una Descrizione di molte Statue e Pitture, che in quella nutrice di tutte le Arti belle sin d'allora si ammiravano.

Mazzuch. Scritt. d'Italia, art. Albertini Franc.

Ora, studiandosi l'Autor delle Osservazioni di far vacillare l'autorità di uno Scrittore di tanto credito, quali si crederà che sieno gli argomenti di cui si prevale? Mette Egli in campo come assai stringente e forte una obbiezione, che ben dà a divedere che non sapea a qual partito appigliarsi. Vi vuole molto coraggio, dice l'Anonimo, a chiamar informatissimo l'Albertini, che sbaglia replicatamente, e sul nome, e sul Casato di un suo sì celebre Concittadino, il Vespucci. Vi vuol molto coraggio, replicherò io, per rifiutar l'autorità dell'Albertini, Scrittore esaltato da' più riputati Critici Fiorentini, non solamente antichi, ma eziandio de' tempi più a noi vicini, e medesimamente

Osserv. n. 20 p. 30.

viventi; celebrato dal Proposto Gori, lodato dal Mehus, e recentemente dall'erudito signor Canonico Moreni, Scrittore altronde contemporaneo, e che trovavasi in Firenze nel tempo preciso, in cui il Vespucci fece il Viaggio al Brasile, ed in cui si pretende, che abbia scoperto la Terraferma, e questo sul solo ed unico pretesto che abbia sbagliato il nome del Casato del Vespucci (che scriveasi anche *Vesputio*), perchè, scrivendo in Latino, stimò di latinizzarlo a modo suo, e scrivere *Vespultius*. Non è questo al certo uno de' nomi volgari in più strana foggia latinizzato da' Moderni; e basta scorrere le Opere de' più celebri Latinisti del secolo XVI, e segnatamente le Storie del Tuano, e de' Latinisti medesimi de' giorni nostri per rinvenirne le centinaja, che abbisognano di spiegazione, il che non si può dire di questo del Vespucci, com'è fatto Latino dall'Albertini. Aggiungasi, che vezzo particolare dell' Albertini era quello di latinizzare a modo suo, e forse per miglior suono, i cognomi delle Famiglie, come, a parer suo, troppo volgari, anche scrivendo in volgare. Così in altro suo Opuscolo *Baccio* da *Montelupo* vien detto da Lui Bartolommeo *Lupio*; nè è da credere, che ignorasse Egli il nome del Casato di persona a cui indirizzava il discorso.

1. Gori Prefaz. al Tom. III della sua Raccolta delle Inscrizioni della Toscana p. XXIII.
2. Mehus Prefaz. alla vita di Ambrogio Camaldolese p. LVII.
3. Moreni Sagrestia di S. Lorenzo p. 42. 43.

Quanto poi al nome proprio del Vespucci, che dall'Albertini vien tradotto in Latino *Albericus*, sarà bene osservare, che *Alberico*, e non *Amerigo* venne Egli chiamato nella Prima Edizione del suo Viaggio al Nuovo Mondo (cioè al Brasile), inserita nella Raccolta Vicentina stampata

Esame Critico ec. cap. I pag. 5.

nell'anno 1507, e così in molte traduzioni Latine da essa derivate; che *Alberto* è chiamato Egli nella Descrizione d'Italia di Leandro Alberti; che *Alberto* ed *Alberico* erano lo stesso nome, che troviamo promiscuamente adoperarsi per dinotar la medesima persona, come intervenne dell'antico Scrittore delle Guerre Sacre Alberto Acquense, che dagli uni *Alberto* e dagli altri *Alberico* vien chiamato (1); e che finalmente vi ha ragion di credere, che *Amerigo* sia una corruzione del nome di *Alberigo*, in uso nell'antico Dialetto Fiorentino, come e Baccio, e Meo, e Giomo, e Copo, e Bardo, e vadasi dicendo tante altre, difficilissime ad intendersi per lo vero nome a chi non ci ha pratica. Per verità m' incresce di spendere tante parole per ribattere una così frivola opposizione; e non ne avrei nemmeno fatto motto, se con tanta pompa, e con tanto strepito non fosse stata messa innanzi, sì gran caso facendone

§. VI.

Obbiezione dell'Autor delle Osservazioni sciolta, e conchiusione.

Che diremo ora della riflessione dell'anonimo Osservatore; che l'Albertini, e la Cosmografia Italiana del Munstero,

(1) V. *Muratori Antichità Estensi, Parte I cap. XXII pag.* 215. *Modena* 1717. « I nomi di *Alberto* e di *Alberico* trovandosi abbreviati nelle Vecchie » Carte, facilmente sono stati presi, e si prendono l' uno in cambio dell' » altro ».

coll' annullare il Viaggio di Amerigo nell' anno 1499 distruggono le Lettere del Vespucci, e l'Errera, e Robertson, e il Tiraboschi, e la mia Lettera II sulla Scoperta del Nuovo Mondo, ed il mio Ragionamento sul Primo Scopritore del Continente, e per ultimo il mio Esame Critico, che tanta rovina mai non si vide al Mondo; e mettono me stesso in contraddizione, perchè ho asserito, che il Vespucci navigò al Nuovo Mondo, e *non prima* dell'anno 1499.

Osserv. num. 20 pag 31, ed ivi nota (*g*).

Confesso ingenuamente, che non so vedere nè rovina sì grande, nè contraddizion veruna dal canto mio. Lascio stare, che il dirsi da me, che il Vespucci abbia navigato al Continente del Nuovo Mondo *non prima* dell'anno 1499, non è già lo stesso, come se detto avessi, che vi navigò precisamente in quell' anno. Per il mio intento bastava provare, che non vi navigò prima, e che per conseguente vi navigò dopo il 1498, e dopo Colombo. Non importava poi a me il determinare in qual anno preciso vi navigasse, se coll' Ojeda appunto nell' anno 1499, come è l'opinione di molti autorevolissimi Scrittori, ovvero nell' anno 1501 sulla Flotta del Re di Portogallo. Che l' Ojeda sia partito da Siviglia ai 20 di Maggio 1499, ed abbia fatto ritorno in Ispagna dopo cinque mesi di Navigazione (data che coincide con quella del ritorno del Vespucci, determinata ai 15 di Ottobre dello stesso anno 1499, secondo la prima edizione di Lorena dei Viaggi di Amerigo) è stato provato dall' Errera colla scorta di Documenti originali. Tra gli Scrittori moderni poi, che seguirono l' opinione, che

Esame Critico cap. VII pag. 84.

il Vespucci navigasse coll' Ojeda, non si dee tralasciare il P. Girolamo Lagomarsini, il quale in certe sue Postille marginali alla Prefazione del Bandini scritte nell'anno 1747, di cui si darà la Notizia a parte, asserisce, che i migliori Scrittori delle cose dell' America osservano; che l' Ojeda avea accompagnato ne' suoi Viaggi Colombo; che l'Ojeda, e non il Vespucci, fu scelto per Capitano delle Navi spedite poscia verso il Continente, e che non già, come sogna il Vespucci, furono sì fatte navi spedite a quella volta dal Re, ma bensì da una Compagnia di alcuni Mercanti di Siviglia. Tale è pure l' opinione del Signor Robert di Vaugondi nella Prefazione Storica al suo Atlante universale, pubblicato nel 1757, dove asserisce, che Amerigo Vespucci si attribuì le scoperte fatte da Alfonso d'Ojeda, con cui viaggiò; il quale Ojeda avea percorso nell'anno 1499 la Costa insino al Capo, che denominò *Della Vela*, e riconosciuto tutta la Costa di Cumana.

Lagomarsini Postille MSS. alla pag. LVI.

Robert de Vaugondi Préface Historique pag. 5.

Ma, prescindendo da questo, come si può dire che l'Albertini distrugga il Viaggio coll'Ojeda? Asserisce forse quell' *informatissimo* Fiorentino, che prima dei Viaggi fatti dal Vespucci a' servigj delle due Corone di Portogallo, e di Spagna, non avesse Egli fatto altri Viaggi in mare? Dice forse, che non fosse stato, prima di servire il Re di Portogallo, nelle Isole, e Contrade scoperte da Colombo? Tutto questo nol dice l'Albertini; dice semplicemente, che il primo Sovrano, che il mandò al Nuovo Mondo, fu il Re di Portogallo; e che poscia vi fu eziandio spedito dal Re di Spagna.

Scampato da sì grave rovina minacciatami dall' anonimo Osservatore, non mi tratterrò più che tanto intorno al Munstero, dacchè dice di voler tacerne l' Osservatore medesimo. Accennerò soltanto, che il procurar di distinguere e separare il vero dal falso nell' Opera di un laborioso Compilatore, come mi sono ingegnato di fare, non è l'ultimo, nè il più spregevole mezzo per giungere a scoprire la verità. L' antica Mitologia contenuta nelle Metamorfosi di Ovidio non è altro che un cumulo di strane, assurde, ed anche oscene finzioni; e pure quanto lodata ed utile non fu la fatica di quegli Scienziati, che tra quelle corrotte e guaste tradizioni, seppero rinvenire preziosi avanzi della Religione Naturale professata da' Patriarchi, e non poche traccie della vera Storia delle Età del Mondo, quale ci venne tramandata dalle Sacre Carte? Non è sugli errori del Munstero che io mi fondo (errori, che ho notati pur io, e separati diligentemente da ciò ch' Ei disse di vero), ma bensì sulla correzione dell' error suo principale, correzione che troviamo nella Cosmografia Italiana. Qualora si accetta, e riconosce per vera una particolarità narrata da uno Scrittore, non ne segue da ciò, che seguir si debba ciecamente in tutto quello che ci lasciò scritto. Ufficio proprio dell' Arte Critica si è il discernere il vero dal dubbioso, dall' incerto, dal falso. Così praticò un recente Scrittore Toscano nelle dotte Osservazioni sue Filologiche intorno ad alcuni Luoghi di Plinio; e così, se dissento io dell'Errera per quanto riguarda l'accusa d'Impostore,

Osserv. num. 19. pag. 30.

L' Ab. Sebastiano Ciampi. V. Giornale de' Letterati di Pisa Tom. V num. 13.

che quell' accurato, e sincero Storico stimatissimo, dà al Vespucci, e se da si brutta taccia lo difendo, mi studio però di spiegare, quanto fosse cosa obvia, che l' Errera, e lo stesso Tiraboschi tenessero il Vespucci in tale concetto, prima che dimostrato venisse ad evidenza, per quante mani passate fossero le Relazioni del Vespucci, e come la tanto vantata Epoca, o, per meglio dire, cifra dell'anno 1497 poteva essere stato sbaglio o colpa di Copista, di Traduttore, o di Stampatore; non essendosi altronde pubblicata la Relazione del Primo Viaggio del Vespucci da Lui, nè con consentimento suo, ma da ignoto Editore, in Contrada lontana assai dal luogo ove dimorava, ed affatto senza sua saputa.

Del resto non posso a meno di replicare, che, volendo sostenere come genuina ed uscita dalle mani del Vespucci la detta cifra, difficile, per non dir impossibile, riuscirebbe il non riguardarlo come impostore. Ed ecco come il troppo ardente zelo, e non regolato dalla ragione possa trasportare talvolta a sostenere asserzioni, che, siccome io diceva in principio, ben lungi dal ridondare in gloria e vantaggio degli uomini grandi, e della Nazione, che li ha prodotti, faccia loro grave torto, e pregiudizio irreparabile. Coll' aver provato l'incertezza dell'autenticità della Data dell'anno 1497, io penso pertanto di aver meglio difeso il Vespucci dalla comune, ed apparentemente assai fondata accusa di impostore, che non tutti coloro, i quali riguardano si fatta Epoca come la pietra angolare, ed il fondamento delle

glorie del famoso Fiorentino Navigatore. Chi avrà avuto la sofferenza di leggere l' Esame Critico, e quanto da me si è scritto in questa Controversia antecedentemente, potrà giudicare se sia vero, che io meriti di essere annoverato tra i nemici del Vespucci; se sia vero, che io faccia tesoro di tutti gli errori, e che non mi dispiaccia di essere contraddetto, purchè sia contraddetto Amerigo; e chi avrà letto quanto da me si è divisato in ordine ai Testi a penna, ed alle prime Edizioni del Primo Viaggio del Vespucci, potrà decidere, se, il porre in dubbio l' autenticità della tanto ripetuta Data del 1497, meriti la taccia di *Pirronismo disperato*.

Osserv. num. 24 pag. 32, e Osserv. num. 12 pag. 23 nota (*d*) in fine.

Con qualche maggiore urbanità, che non gli anteriori Scritti, sono in vero, generalmente parlando, dettate queste ultime Osservazioni intorno all'Esame Critico. Ma questo *Pirronismo disperato*, che mi si rinfaccia di bel nuovo, e l' incumbenza addossatami di far tesoro di tutti gli errori, ritengono molto dello stile dell' Amico Osservatore del fu P. Canovai. Ad ogni modo, per istringere il tutto in breve, chiederò io, chi è maggior nimico del Vespucci? chi, sostenendo acremente la Data del 1497 come autentica, dà giusto motivo di tenerlo in concetto d' impostore, ovvero chi, mostrando quanto sia dubbia l' autenticità di essa, si è (primo ch' io sappia d' ogni altro) ingegnato di lavarlo da una macchia sì vergognosa, il che è stato sin da principio lo scopo di tutto quello, che, in questa fastidiosa Controversia, sono stato prima indotto, e poscia

costretto di scrivere? Io, come già dissi, ne fo giudice ogni savia e spassionata persona. Dessi giudicar potranno, se le Osservazioni sull' Esame Critico del Primo Viaggio del Vespucci, che mi hanno dato materia di questo nuovo Scritto, sieno dettate con quello schietto amor della verità, che formar deve l' unico oggetto degli studj d' ogni persona di Lettere. Non so se io m' inganni, ma mi pare che intenzion dell'Autore sia, non già di rischiarar la materia collo splendore de' raggi Febei, ma piuttosto offuscarla: far come il Giove Omerico addensator di nubi; e cercar d'intralciarla ogni volta più mediante sempre nuove sottigliezze, e difficoltà, e dubbj studiati ed immaginarj.

NOTIZIA

Di un Manoscritto del P. Girolamo Lagomarsini, concernente l'Edizione delle Lettere del Vespucci procurata dal Bandini.

Per dimostrare qual fosse la perizia nell'Arte Critica del Bandini, segnatamente quando, ancora assai giovane, pubblicò nell'anno 1745 la *Vita, e Lettere di Amerigo Vespucci*, stimo di aggiungere qui alcune particolarità ricavate dalle Postille marginali a quel Libro, scritte e sottoscritte di proprio pugno dal celebre P. Girolamo Lagomarsini, e copiate dall'originale dal signor Avvocato De-Giorgi, già Avvocato Generale in Genova, e da Lui gentilmente trasmessemi sin dall'anno 1812.

L'esemplare antico delle Lettere di Amerigo l'ebbe in prestito il Bandini, secondo che il Lagomarsini asserisce, dal Dottore poi Canonico Anton-Maria Biscioni; e pregò esso P. Lagomarsini di mettergli in carta la spiegazione di molti Spagnolismi, che eranvi per entro, e che Egli non intendeva nè punto nè poco. Il Bandini era stato scolare di Rettorica del Lagomarsini, e frequentava allora la scuola di Filosofia sotto il P. Salomoni. Lo compiacque il Lagomarsini, e gli diede, non solo la spiegazione degli Spagnolismi, ma alcune altre riflessioni sulle medesime Lettere. Egli di tutto si è bravamente servito (dice il Lagomarsini)

se non che talvolta ne ha storpiati i sentimenti, come il Lagomarsini medesimo se ne lagna per non averli capiti; come si lagna pure di non aver esso Bandini dato un cenno di tutto questo al Pubblico nella sua Prefazione, o vogliam dire Vita del Vespucci da Lui premessa alle Lettere, e compilata, se dobbiam credere al Lagomarsini, con le notizie somministrate da differenti soggetti Fiorentini.

Lo stesso silenzio ha serbato il Bandini verso il sopraccennato suo Maestro di Filosofia il P. Salomoni, dal quale gli furono distese in carta le Note Astronomiche alla Lettera del Vespucci diretta a Lorenzo De-Medici, e che si leggono alle pag. 114, 115, e 116. La sottoscrizione del MSS. del Lagomarsini è in questi termini: *Tanto attesto io Girolamo Lagomarsini d.ª C. di G. in Firenze a dì* 15 *Nov.* 1747. Segue poscia l' esatto confronto fatto dal Lagomarsini dell' antico Libretto, già posseduto da Baccio Valori, colla ristampa fattane dal Bandini, dicendo che colla scorta di esso l' avea minutissimamente corretta; *ed allo stesso tempo ho corretto* (sono parole precise del Lagomarsini) *nelle mie note alcune cose state malamente fatte stampare dall'Editore plagiario.*

Del rimanente in quelle Note manoscritte il Lagomarsini, seguendo l' opinione comune, taccia il Vespucci d' Impostore, accusa dalla quale io mi sono studiato di difenderlo. Tra le altre è degna di osservazione la Nota alla pagina LXIV, che è concepita in questi termini: « I Giorna- » listi di Trevoux, al Mese di Ottobre dell' anno 1745,

» art. 94, dicono su questo Capitolo (cap. VI) così : » Se il signor Abate Bandini non ci reca altre prove, per » salvar l'onore del suo Paesano Amerigo Vespucci, fuorchè » le Lettere, e le Memorie di questo Navigatore, queste » prove da se stesse si atterrano, giacchè Egli giuridica- » mente, e per dichiarazione giurata dello stesso Coman- » dante della Flotta, fu convinto di due solennissime falsità ».

È anche da notarsi la Postilla alla pag. LXVII, dove osserva il Lagomarsini, che i Letterati, che sono concorsi a chiamar America la nuova Terra, non sono perciò concorsi mai a dare il merito della Scoperta di essa al Vespucci, togliendola a Colombo, come pretende il Bandini; e che il Re di Spagna a Colombo, e non al Vespucci si confessò debitore della Scoperta del Nuovo Mondo, e che a Colombo, e non al Vespucci volle che si accordasse il magnifico elogio: *Por Castilla y por Leon nuevo Mondo allò Colon*; conchiudendo, nella Postilla alla pag. LXXIII, con chiamar il Bandini persino sciocco Autore, perchè *fa precedere Americo a Colombo*, cosa che non *ardiscono di dire nemmeno i millantatori Fiorentini*. Finalmente è da avvertire, che non meno di sessantotto sono le note del Bandini, che il Lagomarsini segnò come sue, colle iniziali del suo cognome *Lag.*, e tre le segnate come proprie del P. Salomoni.

TAVOLA.

Avviso . . . . . .

§. I. *Sistema dell' Autore delle Osservazioni Critico del Primo Viaggio di Amerig al Nuovo Mondo* . . . . . .

II. *Pretesa Data dell' anno 1497 nel Primo Amerigo Vespucci* . . . . . .

III. *Nome di America dato alla Parte M quindi a tutto il Nuovo Mondo* . .

IV. *La scoperta della Terra di Paria appa bitatamente a Colombo* . . . . . .

V. *Testimonianze di Sebastiano Cabotto, e d in favor di Colombo* . . . . . .

VI. *Obbiezione dell' Autor delle Osservazioni conchiusione* . . . . . .

Notizia di un MSS. del P. Girolamo L

Inscriptio, perquam praestantissima, reperta ineunte aprili mdcccxix in Sardinia insula, agro Turritano.

Typis regiis edita est Augustae Taurinorum ab Iosepho Vernazza die xxix aprilis mdcccxix in coetu philologorum Regiae Scientiarum Academiae.

At enim aliud interdum est litteras a marmore descripsisse integras, aliud a charta quae non omnes repraesentarit veteres litterarum formas. Hinc sigla una et altera solae sunt omissae, quibus extrema inscriptionis linea finitur; ut ne sensus earum intempestivas in coniecturas raptatus videatur.

TEMPLVM · FORTVNAE
ET · BASILICAM · CVM
TRIBVNALI · ET · COLVM
NIS · SEX · VETVSTATE
COLLAPSA · RESTITVIT
M · VLPIVS · VICTOR
V · E · PROC · AVG · N
PRAEF · PROV · SARD
CVRANTE · L · MAGNIO
FVLVIANO · TRIB · MIL
CVRATORE · REIP · ....

DISCORSO

INTORNO

ALLA FERTILITA DEL PIEMONTE

SCRITTO DA PROSPERO BALBO IN AGOSTO DEL MDCCCIII

LETTO ALL' ACCADEMIA IL XVI DI FEBBRAIO MDCCCIV.

Agricola incurvo terram dimovit aratro :
Hic anni labor : hinc patriam parvosque penates
Sustinet ; hinc armenta boum, meritosque iuvencos.

VIRG. *Georg.* II. 513.

DISCORSO

INTORNO

ALLA FERTILITA DEL PIEMONTE.

In ogni libro di geografia, e nelle relazioni de' viaggi, ed in cento altri luoghi troviamo scritto, ciò che ogni giorno ci occorre di udire dagli stranieri ed anche da' nostri concittadini: che si distingue il Piemonte fra i paesi più fertili d' Europa; che il suo terreno è fecondo quant' altro mai; ch' esso è, per così dire, inesauribile; e che i mali prodotti da una guerra, o da qualunque più calamitoso disastro, vi sono ben tosto con somma facilità riparati.

È mio proponimento di richiamar ad esame siffatte asserzioni, di ridurle al giusto loro valore, di escluderne ogni senso equivoco ed inesatto, e di togliere in tal modo l' abuso de' termini, di cui funesta conseguenza è spesso l' abuso delle cose.

Troppo pericolosa esser suole, nella pubblica come nella privata ecònomia, la soverchia opinione della propria ricchezza: un trafficante, od anche un signore, può talvolta desiderare di esser tenuto più ricco ch' ei non è realmente; ma guai per lui s' egli stesso si reputa tale; peggio se lo

crede pure il fattore, o se, nol credendo, tuttavia ne lusinga il deluso padrone.

Fecondità, fertilità, ricchezza, ognun sa non essere vocaboli assoluti ma relativi, che sempre suppongono il confronto di un oggetto con altro. E queste voci non sono affatto sinonime, ed alcuna d'esse può adattarsi a diferenti idee. Si debbono dunque accuratamente distinguere, e convien determinare il senso nel quale si vogliono adoperare.

Diciamo fecondo un suolo, che naturalmente atto sia a produrre una maggior quantità di derrate, che non quelli, con li quali vien messo a paragone.

E fertile il diremo quando atto sia a produrre con minor coltura una eguale quantità di derrate.

E volendo fare qualche maggior distinzione, ricco chiameremo quel suolo, che atto sia a produr derrate di valor superiore.

Senza dubbio il Piemonte fu già in certo senso un paese ricco, e forse lo è tuttavia; del che qui dopo avremo occasione di ragionare: ma nel senso che abbiamo spiegato, il Piemonte in totalità, e qual è di presente, non può dirsi paese di suolo fertile, o fecondo, o ricco.

Non è più fecondo il suolo, o vogliam dire più produttivo di tanti altri, poichè nella coltivazione più importante, qual è quella del frumento, il prodotto non si calcola in comune a più di quattro volte la semenza, proporzione inferiore a quella che si osserva nella maggior parte degli altri paesi.

Nè può dirsi più fertile il suolo, poichè non senza molta coltura esso dà il suo prodotto, ed anzi non vi ha forse paese, dove si facciano tante e sì profonde e sì ben dirette arature.

E nemmeno è più riguardevole la ricchezza del suolo, ossia il valore de' suoi prodotti, toltone il riso e la seta, di cui parleremo ben tosto. Del rimanente il frumento è di qualità inferiore a quella di quasi tutti i paesi meridionali, ed anche di molti più settentrionali. Abbiamo granturco o maiz più che alcun altro paese d' Europa, e la sua qualità pare anche migliore: egli è vero che questa ricolta ci è utile sommamente, per l' interno consumo, ma vero è pure che non serve alle tratte. Un popolo che usa granturco e risparmia il frumento, è da lodarsi per la sua moderanza, non da vantarsi per la sua ricchezza.

Abbondano anche di troppo le viti in Piemonte, ma in generale i nostri hanno mirato finora assai più all' abbondanza che non alla squisitezza de' vini; nè in ciò vorrei così di leggieri asserire che abbiano essi avuto il torto. Molti tuttavia de' vini nostrali piacciono mirabilmente a' nostri bevitori; ma sia colpa di natura o d' arte, per lo più non si conservano, e non reggono al trasporto, di modo che in somma, tanto per l' ordinario n' è vile il prezzo, non v' ha coltura men profittevole al padrone che quella sia delle vigne.

Abbiamo assai canapa, ma pochissimo lino, e quel pochissimo assai mediocre. Io qui non parlo de' lodevoli ten-

tativi fatti di recente per migliorare in questa parte la produzione e l'industria. Finora la canapa nostra è buona pel funame e per le grosse telerie, ma di sua natura non par molto adatta a' più fini lavori, e forse non possiamo nè in qualità nè in quantità gareggiare con alcune altre provincie, e verbi grazia col Bolognese.

Ma dirassi che il riso e la seta son più che bastanti per giustificare l'epiteto di ricco che suol darsi al Piemonte. E ciò altre volte poteva esser verissimo, ma più non è al presente.

Egli è vero che la ricolta del riso è la più ricca fra tutte le produzioni Europee. Egli è pur troppo vero altresì che tal ricchezza si procaccia a costo della sanità, e talvolta della vita non solo de' coltivatori, ma de' vicini abitanti. Ma comunque sia, la cessione alla repubblica Italiana di tutto il bel paese fra Sesia e Ticino, ci ha tolto una grandissima parte di sì doviziosa messe.

Quanto poi all'articolo principale della ricchezza nostra, vogliam dire le sete, molte cagioni si sono riunite in questi ultimi tempi per diminuirne moltissimo il prodotto. La coltivazione de' gelsi si è propagata in paesi, dove, or son cinquant' anni, non ve n' era pur uno. E mentre la produzione è cresciuta in molti luoghi, il consumo ha scemato per ogni dove. Una picciola porzione delle nostre sete alimentava le poche nostre fabbriche di drappi: il rimanente si dividea quasi per metà fra i Lionesi e gl' Inglesi. La rovina delle fabbriche di Lione, e la guerra, ci hanno chiuso

per molti anni i mercati, ove faceasi lo spaccio maggiore delle nostre sete. La pace, ed il risorgimento delle fabbriche Franzesi, ci saranno senza dubbio di grandissimo vantaggio: sarà tuttavia difficile che il consumo, ed il valore, non pure delle sete nostre, ma in generale di questa merce, possa mai risalire al grado di prima; e senza qualche notabile miglioramento nella manifattura, non potrà più la seta in molti de' suoi usi sostenere la concorrenza del cotone, la cui manifattura appunto si è tanto maravigliosamente perfezionata.

Ma intorno a questo soggetto abbiamo pure a presentare alcune riflessioni d' un altro genere. Il valore del prodotto de' gelsi non è che una porzione del valor delle sete. Tutto il rimanente non è prodotto del suolo, ma d' una vera manifattura, la quale si divide in tre parti; educazione de' bachi; filatura, ossia trattura della seta da' bozzoli; e torcitura della medesima al filatojo. La prima di queste operazioni è, per vero dire, affatto contadinesca; non così la seconda, benchè impieghi le contadine; e meno ancora la terza, che si eseguisce da un' altra classe di persone. Questa terza manifattura, cioè quella del filatojo, si era moltissimo estesa fra di noi per li favori a lei concessi dal governo anche a pregiudizio della classe coltivatrice.

La perfezione delle nostre sete può essere attribuita in parte al suolo ed al clima, ma risulta soprattutto dalla perfezione della nostra filatura. I migliori bozzoli non appartengono che ad una porzione del paese, e per così dire

ad una zona di certa altezza delle nostre colline, incominciando dalle valli di Lucerna fino al Mondovì. Tutti gli altri bozzoli non darebbero una seta superiore a quella di tanti altri paesi, se non fosse tratta con intelligenza ed attenzione molto singolare. L' ottima combinazione nel numero de' denti, che fanno girare il naspo, ed altri *ingegnosi* ritrovamenti, che pochi lustri addietro non erano altrove noti, ed ancor di presente sono altrove pochissimo praticati, hanno per avventura contribuito assai più al credito delle nostre sete, che non la qualità della foglia, o la temperatura del clima.

Non è punto inutile, o chimerica, o soverchiamente sottile, la distinzione, che abbiamo stabilita, tra il prodotto de' gelsi e quel delle sete: anzi è di gran rilievo nella teoria delle imposte. Se con uve ordinarie di paesi freddi, serbandole fino a maggio, e così riducendo ad un quarto il lor mosto, io fo quel vino che chiamasi di paglia, e mi riesce di venderlo più caro che quel di Nizza o di Frontignano, ed in tal modo accresco la mia entrata; se con amarasche o ciliege selvatiche, mediante la mia perizia nell' arte del distillatore, io fo eccellente maraschino o ratafià, forse che dee crescere l' imposta sulle mie *mediocrissime* vigne, o sul mio bosco di ciliegi? Sarebbe questo un aggravare non già il suolo, ma l' industria; sarebbe un mettere imposta, non sulla proprietà nè sul consumo, ma sul capitale impiegato ad aumentare il valor de' prodotti; sarebbe in somma la più strana ed assurda delle operazioni fiscali.

Egli è pertanto dimostrato che nella somma de' valori, di cui debb' esser parte aliquota l' imposizione diretta, il prodotto delle sete non può entrare in calcolo fuorchè pel valore de' gelsi, o a parlare più esattamente, pel solo soprappiù di valore che la piantagione de' gelsi arreca al terreno. E se fassi la dovuta detrazione dello spazio occupato da queste piante, e del danno inevitabile cagionato nelle circostanti biade dalla raccolta delle foglie, si vedrà che a ben poco si riduce siffatto soprappiù di valore. E qualunque poi sia, non è proprio di un saggio governo l' assoggettarlo ad imposta, stante il relativo avvilimento del prezzo, per cui sappiamo che in molti luoghi si sradica, od almeno più non si ripianta quell' albero, ch' era pur sì prezioso, non già per l' immediato valore del suo prodotto, ma per essere il fonte d' una utilissima manifattura.

Noi abbiamo trovato in questa manifattura la causa principalissima di quella opinion di ricchezza, di cui godeva giustamente il Piemonte. Ma noi abbiamo ad un tempo dimostrato che non è ricchezza unicamente propria del suolo, e che non è punto inesauribile. Scemino le braccia o i capitali, chiudansi i mercati allo spaccio, e si vedrà quella svanire o scemare d' assai.

Altre cagioni ancora hanno contribuito moltissimo alla vera ricchezza del Piemonte senza che punto dipendano dalla fertilità del terreno. Io non voglio asserire che siamo mai stati ricchissimi di danaro; e so che mai non ve n' ebbe abbastanza per mettere tutta in moto, senza il soccorso del cre-

dito, ed anche di qualche capitale straniero, nel breve periodo di poche settimane, la nostra grande manifattura, cioè la trattura delle sete. Quindi eran surte due contrarie opinioni, egualmente per avventura lontane dal vero. Gli uni osservando la gran ricerca di capitali che ad un tratto facea si nella stagione de' bozzoli, ci rappresentavano come nazione sfornita del danaro necessario al suo bisogno; e considerando i valori che servono di segni, come la sola o la principal ricchezza dello stato, proponeano di aumentarne la massa con aggiugnervi segni privi di valore, o con moltiplicare i segni senza accrescerne il valor reale, ovvero con que' sublimi ritrovamenti, i quali per ogni dove, com' è ben noto, promettono di smunger d' oro gli stati altrui per arricchirne il proprio, senza che l' oro una volta entrato debba uscirne mai più. Altri all' opposto (per non dire che sovente alcuni passavano senza quasi avvedersene dall' una all' altra opinione), osservando nel rimanente dell' anno la copia de' capitali ch' erano in cerca d' impiego temporario, stimavano esser molto abbondante presso noi il danaro, e si lagnavano continuamente che non si rivolgesse a por in moto fabbriche ed artifizi d' ogni maniera; e non cessavano di ripetere, essere il Piemonte un paese favorito dalla natura, ma privo affatto d' industria. Quasi che, atteso il bisogno d' immensi capitali nel principio della stagione estiva, dovesse cercarsi altra sorta d' impieghi per que' capitali medesimi, fuorchè in qualche manifattura adattata alla stagione invernale, quali sono le altre sorta di filature; e quasi

che vuoto d' industria possa dirsi un paese dove mirabilmente fiorisce la più industriosa e la più utile di tutte le manifatture qual è la coltivazione delle terre, e dove ancora si è tanto estesa e perfezionata un' altra sì vasta e sì ricca manifattura, qual è quella della trattura delle sete.

Checchè ne sia pertanto della difficile, e non molto profittevole quistione intorno alla somma del danaro esistente altre volte in Piemonte, egli è certo che un' abbondante quantità, non tanto di danaro, quanto d' altri capitali d'ogni sorta, era impiegata alla coltivazione delle terre, ed un perenne soprappiù dirigevasi sempre a' miglioramenti delle medesime, incoraggiati, com' erano, dalla immobilità del catasto. La distribuzione delle private ricchezze era assai confacente alla pubblica prosperità. Non v' eran quasi immensi patrimonii, pochi ve n' avea de' grandi, molti de' mezzani, moltissimi de' piccioli. Ne' territorii, che esigono di lor natura la coltivazione al minuto, vi era un grandissimo numero di piccioli proprietarii. In quelli all' incontro, che si adattano ad una coltura in grande, vi avea quantità di buoni ed agiati mezzajuoli, che noi diciamo massari, che son padroni di tutto il bestiame e di tutti gli attrazzi, e provvedono la semenza. Quindi ne risultava una popolazione grandissima rispetto alla superficie, benissimo disseminata su tutti i punti, e benissimo ripartita ne' suoi elementi.

I buoi, che dopo gli uomini sono la prima ricchezza d'un paese d'agricoltori, erano in prodigiosa quantità prima della

lunga terribile epizoozia, da' cui danni or cominciamo a rifarci. La razza nostrale de' buoi, inferiore a molte altre per gl' immediati prodotti di questi animali, è di certo a molte altre superiore per la coltivazione de' terreni, e questa superiorità le vien procacciata da una particolare educazione più che altrove accurata e ben intesa. Noi possediamo inoltre il migliore di tutti gli aratri, e la miglior maniera di maneggiarlo. Le quali cagioni tutte finora esposte, la moltitudine de' contadini, e la loro condizione, il numero e la qualità de' buoi, l' eccellenza dell' aratro e la perizia del bifolco, fan sì che con uguale o minore spesa che non altrove, i terreni ricevono maggior numero d'arature, e più profittevoli all' abbondanza de' prodotti.

Detto abbiamo che la proporzione de' prodotti colle sementi è presso di noi in generale assai tenue: ma dir bisogna altresì che le sementi si spargono con mano assai più generosa che non in molti altri paesi. Maggiori dunque sono i capitali che noi poniamo in sui terreni, nè pertanto saria maraviglia che maggiore ne fosse il frutto, senza che dir si potesse altrimenti che più fecondi fossero i terreni medesimi.

Ad ogni modo però il Piemonte non è uno stato sì picciolo, che tutto si possa con un solo epiteto qualificare: vi hanno senza dubbio de' tratti di paese dove fecondissimo è il suolo: tal era la Lumellina che ora appartiene alla Repubblica Italiana, ed è la regione più bassa del Piemonte alla sinistra del Po: tale ancora è l' Oltrepò, ossia la regione più bassa alla dritta dello stesso fiume. Ma in generale,

e salvo alcune eccezioni, questa fertilità va scemando a misura che si risale dalle due parti del fiume, e la stessa legge si osserva nelle valli de' fiumi minori, che metton capo nel Po. Il Piemonte può considerarsi come la porzione più elevata della gran valle di Po formata dalle due catene di monti che hanno lor limite comune al Monviso. Questa valle è intersecata in ambe le parti dalle valli secondarie, che il sono esse del pari da quelle di terz' ordine, e così di seguito. Che se vogliasi dividere in tre porzioni la gran valle del Po dalla sua sorgente fino all' Adriatico, egli sembra che acconciamente si possa terminare la porzione più alta al confluente della Sesia e del Tanaro, e quella di mezzo al confluente dell' Oglio e della Secchia. Or questa seconda porzione è senza dubbio di suolo più fertile che non la prima. Così nelle valli secondarie pare che la porzione più bassa sia sempre la più fertile, e par che sia la meno sterile in quelle di terz' ordine. Sono da eccettuarsi alcune non ampie regioni, che poste immediatamente a' piedi di qualche monte ben solatío, o bene imboschito, godono del riverbero di quelle rupi, il quale riscalda l'atmosfera, ovvero si approfittano della gran quantità di terriccio ossia terreno vegetabile cadente da quelle altezze. Ma e' pare che all' ordinario, per poco che cresca il pendío, gli strati di buon terreno divengono men profondi, e nell' avvicinarsi a' monti le parti che compongono il suolo non sono abbastanza divise.

Considerando il Piemonte nella sua totalità, egli è giusto di contrapporre alle regioni di gran fertilità, che non sono

poi molte, l' immensa superficie occupata da' monti, le cui sommità sono coperte di eterni diacci, o non producono altro che licheni. E di queste nude montagne havvene quasi tante nel solo Piemonte, come in tutto il rimanente dell'attual territorio Franzese. Diffatti fra tutti gli altri dipartimenti sei soli son quelli che contengono monti o sì elevati o sì estesi come i nostri, e sono il Monbianco, le Alpi alte, basse e marittime, e i Pirenei orientali ed occidentali.

Dopo le montagne vengono le colline, di cui parecchie avrebbero altrove il nome di monti. Gran parte di questi colli presentano per vero dire un vaghissimo aspetto, ma per fertilità e ricchezza non sono da paragonarsi alle pianure. Tutta la parte a bacio è messa il più sovente a castagni salvatici o ad altri boschi di poco valore: il rimanente è in vigne, ma noi abbiamo veduto che le nostre vigne non sono, come quelle di Borgogna o di Bordò, produttrici di gran ricchezza a' lor proprietarii.

Vero è che il Piemonte e la Lombardia hanno un' altra doviziosa sorgente di ricchezza, cioè l'abbondanza delle acque, prodotta dalla vicinanza degli alti monti, e forse dalla quantità di piogge, che pare superiore a quella di molti altri paesi; e vero è che per questo titolo siamo di molto debitori alla natura; ma tuttavia lo siamo forse più all'industria, senza della quale il benefizio della natura si cangierebbe in grandissimo danno. Non havvi paese in Europa, ove gl' innaffiamenti siano sì abbondanti come in Piemonte ed in Lombardia, e lor dobbiamo in particolare le nostre

risaje. Ma siccome il mantenimento de' canali, che si diramano per così dire all' infinito, esige gravissime spese, non v' ha dubbio che se la porzione delle entrate, e sovente de' capitali, destinata a quest' uso, fosse divertita ad altra destinazione, le acque farebbero irreparabili guasti.

Passando ora a considerazioni d' altro genere, a quelle cioè che possono trarsi da fatti storici; noi ben sappiamo che talvolta il Piemonte ha nodrito gran tempo poderosi eserciti, ha sopportato talvolta con poco danno le calamità della guerra, e si è in brev' ora riavuto da' mali sofferti: ma sappiamo altresì che la cosa non andò sempre a tal modo; e troviamo a cagion d' esempio che per le gravezze imposte da Diocleziano e Massimiano, cioè per gl' immoderati tributi, e per le indiscrete contribuzioni di biade, che riscoteansi dalle milizie poste a stazione nell' Italia circompadana a difesa de' passi dell' alpi, moltissimi eran ridotti ad abbandonare la coltura de' campi. Uno scrittore dottissimo attribuisce a queste gravezze, che ancor duravano sotto Massenzio, i rapidi progressi di Costantino (1). Altri fatti più recenti, e meglio particolareggiati da sincroni autori, ci mostrano con terribile evidenza a qual grado di miseria e di desolazione abbia potuto esser condotto questo fiorente paese. Martino di Bellay signore di Langey ci racconta, che l' anno MDXXXVII il re Francesco I scendendo in

(1) *Notizia dell'antico Piemonte Transpadano, di Jacopo Durandi, parte* I, *ossia la marca di Torino, altrimenti detta d'Italia. Torino* MDCCCIII. Vedi fac. 131.

L' autore chiarissimo cita Aurelio Vittore, e Lattanzio *de morte persecutorum* VII.

Piemonte si trasse dietro dalla Francia tutte le bestie da soma di tre o quattro province, e non potè tuttavia fornir l'esercito di vittovaglie; che ridotto il popolo alla disperazione, non furono seminate le campagne; che poi fatta tregua, licenziati gli Svizzeri, ripassati in Francia colla persona del re i Lanzichinecchi, e rimaste solo di quà dall'alpi le bande Franzesi, fu tuttavia sì grande la fame l'anno vegnente MDXXXVIII, che il sacco di grano solito a vendersi in Torino uno scudo, vi si vendeva sino a dodici, e conveniva por guardie onde non seguissero uccisioni fra la gente che volea procacciarsene. Guglielmo signor di Langey, fratello dello scrittore, e luogotenente regio in Piemonte, considerando che se l'anno dopo veniva a rompersi la tregua, le piazze non si potevano sostenere per difetto di viveri; fè trarre a sue spese di Borgogna una gran quantità di grani per la Sonna e pel Rodano, e tenuta pratica con Andrea Doria acciò li lasciasse passare, li fece approdare a Savona, e di là condotti per Dogliani, Cherasco e Racconiggi, li distribuì ad ogni comune secondo il bisogno, tanto per le sementi che pel consumo, e ciò a tre scudi il sacco che prima ne costava dieci, e con indugio fino ad agosto per la metà del prezzo (1).

(1) Vedi fac. 480 al fine dell'ottavo libro dell'opera intitolata come segue: *Les mémoires de Mess. Martin de Bellay seigneur de Langey. Contenans le discours de plusieurs choses advenues au royaume de France, depuis l'an M. D. XIII jusques au trepas du Roy François premier, auxquels l'Autheur a inséré trois livres, et quelques fragmens des Ogdoades de Mess. Guillaume*

In tutti i nostri archivii noi troviamo memorie di un funestissimo periodo verso il fine del secolo XVII, in cui mancavano al lavoro braccia e capitali, ed in cui le terre non trovavano compratori fuorchè a vilissimo prezzo. Cominciò il paese a riaversi alquanto prima della guerra per la successione Ispanica: la qual guerra, quanto a noi, potè quasi riputarsi finita colla battaglia di Torino del MDCCVI, perciocchè negli anni seguenti si fece solo sulle frontiere, e con poco calore. Godette dappoi lo stato di lunga pace, e profittò delle ottime istituzioni di Vittorio Amedeo il grande. La prima guerra del suo successore non fu guerreggiata in Piemonte, e non intorbidò per nulla l' accrescimento della pubblica prosperità. Non così la guerra seguente, cioè quella per la successione Austriaca, la quale fu pure accompagnata da una gravissima epizoozia; ma dopo il trattato d' Acquisgrana si mantenne lo stato in pace per anni quarantaquattro, e prese maravigliosi accrescimenti di popolazione e di ricchezza.

I progressi dell' agricoltura in questo periodo, per quanto risguarda l' aumentazione del principale nostro prodotto, si potranno vedere nell' unita tavola desunta dalle portate, che noi diciamo consegne, cioè dalle note del raccolto che

---

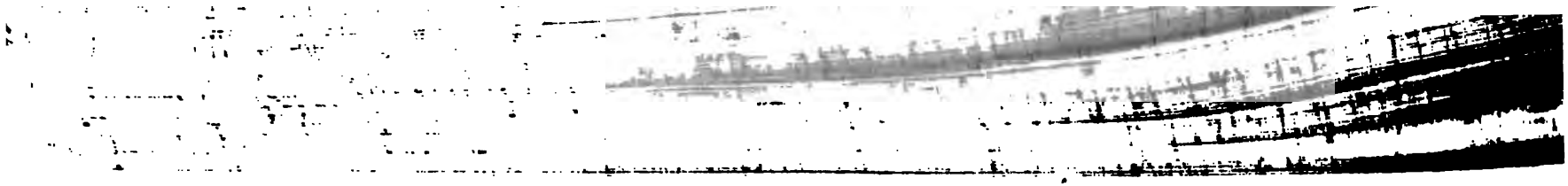
du Bellay seigneur de Langey son frère. OEuvre mis nouvellement en lumière, et présenté au Roi par Mess. René du Bellay, Chevalier de l'ordre de Sa Majesté, Baron de la Lande, héritier d'iceluy Mess. Martin du Bellay. A Paris, chez Guillaume Auuray, rue de Saint Jean de Beauvais, au Bellerophon couronné. M. D. LXXXII fol. fac. 616.

si davano a' magistrati. Io ben so quanto siano sempre infedeli siffatte note, nè le presento per mostrare le quantità assolute, ma solamente le relative. Esse mi pajono più che bastanti a provare che in anni ventuno, dal MDCCLII al MDCCLXXII, il raccolto del frumento ragguagliato in comune si accrebbe oltre ad un quarto, donde molto probabilmente si può dedurre che in anni quarantaquattro di pace, de' quali tre anteriori e venti posteriori alla tavola, sia cresciuto il prodotto all' incirca d' una metà, cioè dal cento al cencinquanta.

Mal si apporrebbe chi giudicasse esser questa sola la misura dell' accrescimento preso in detto intervallo dalla totalità del prodotto nazionale. Chi può dubitare, a cagion d' esempio, che la produzione del granturco non sia fra noi cresciuta assai più che non quella del frumento? E conviene osservare che il sistema della nostra legislazione, o per dir meglio i metodi del nostro governo erano assai più favorevoli alle altre diverse produzioni, e particolarmente a quelle della seta, della canapa, del riso, ed anche de' bestiami, che non a quella de' grani. Donde parmi potere fondatamente conghietturare, che se l'aumentazione del prodotto in frumento è stata, come si è detto, dall' uno all' uno e mezzo, l' aumentazione totale de' prodotti agrarii ha dovuto essere per lo meno dall' uno all' uno e tre quarti. E questo quasi raddoppiamento di prodotti in meno d' un mezzo secolo, che non sarebbe strano in paese nuovo, parmi degno di molta osservazione in un paese già prima da tanti secoli notissimo per buone pratiche di coltura, e

per numerosa popolazione. Or qui notar bisogna che l'apparenza di pubblica prosperità, anzi pure la vera felicità di uno stato, non dipende tanto dall' assoluta quantità delle sue ricchezze, quanto dalla condizione, in cui si trovi, di progressivo avanzamento verso un meglio tuttora crescente. Donde ne segue, che il Piemonte osservato in tempo di ricchezza, dirò così, ascendente, ha dovuto parere più fertile che non è in effetto.

Acciò non sia tratto il governo in questo erroneo giudizio, da cui potrebbero nascere dannose conseguenze; ed acciò, nel mentre ch' egli osserva i sintomi che ci rimangono dopo i sofferti mali, come l' alto interesse del danaro, ed il basso valore de' terreni, egli sappia ad un tempo studiosamente astenersi da ogni operazione contraria a quella benefica maravigliosa legge della natura, che nelle morali come nelle fisiche cose, tende costantemente a rimarginar le ferite, a ristorare le forze, a suscitar compensi; uopo è ch' egli trovi nell' opinione del pubblico le più giuste idee della nostra passata e presente condizione. A questo fine unicamente è diretto il mio lavoro, cui si potrebbero aggiungere tuttavia altre notizie ed altre riflessioni, ch'io trovo già esposte, assai meglio di quanto potrei fare, in tre dottissimi scritti intorno alla nostra agricoltura: mi ristringerò pertanto a darne qui dopo un cenno, affine di vie più invogliare i miei leggitori ad approfittarsi delle verità insegnate da due uomini sommi nella scienza agraria e nella politica economia.



Ricolta del Grano in Piemonte.

Anni	Frumento	Mescolato	Somma
	Sacca		
1752	1 746 695	243 171	1 989 866
1753	1 322 992	200 667	1 523 659
1754	1 452 969	209 006	1 661 975
1755	1 685 112	211 777	1 896 889
1756	1 213 309	204 578	1 417 887
1757	1 553 185	210 263	1 763 448
1758	1 788 275	263 298	2 051 573
1759	1 474 051	215 604	1 689 655
1760	1 633 044	216 103	1 849 147
1761	1 777 509	257 259	2 034 768
1762	2 112 221	255 250	2 367 471
1763	1 573 861	177 801	1 751 662
1764	2 022 825	183 808	2 206 633
1765	1 675 989	207 351	1 883 340
1766	1 496 146	171 529	1 667 675
1767	2 006 343	286 830	2 293 173
1768	1 983 520	252 738	2 236 258
1769	2 155 377	219 460	2 374 837
1770	2 135 612	216 580	2 352 192
1771	2 111 979	198 125	2 310 104
1772	1 584 058	180 488	1 764 546

Osservazioni *sopra la tavola precedente.*

Delle notizie contenute in questa tavola son debitore al chiarissimo signor Giuseppe Vernazza, letterato notissimo, e già segretario di stato, che ne' lavori politici, come ne' letterarii, usando sempre una rara esattezza, le ha desunte egli stesso da' libri delle portate. Savoja e Nizza non vi son comprese, ma solo gli stati che si chiamavano *di quà da monti e colli*, e son tutti quelli che rimasti erano in terraferma alla casa reale di Savoja dopo il trattato di Parigi del MDCCXCVI. La misura è il sacco Turinese di cinque emine. Il mescolato, che noi diciamo *barbariato*, è un frumento segalato, ossia una mistura di frumento e di segale. Della segale pura mi mancano le note.

Diviso l'intero periodo in tre settennii, ne risulta che la ricolta del frumento fu

nel primo, di sacca	10 762 537	, e la media	1 537 505
nel secondo,	12 269 500		1 752 786
nel terzo,	13 473 035		1 924 719

La proporzione fra il primo e il terzo settennio è :: 1 : 1,25185, come cento a più di centoventicinque, come quattro a più di cinque.

Se per istituire un somigliante paragone si prendessero in principio e in fine periodi più brevi di un settennio, la proporzione sarebbe più forte, come ognuno può farne lo sperimento. La ricolta del primo quinquennio sta a quella dell' ultimo :: 1 : 1,34354, come cento a centotrentaquattro, come venti

a quasi venzette, come tre a più di quattro. E vie più forte comparirebbe l' accrescimento, se si volesse usar qualche arbitrio nella scelta di questi brevi periodi. Così il triennio dell' anno MDCCLV al MDCCLVII, confrontato con quello del MDCCLXVII al MDCCLXIX, darebbe in soli dodici anni d' intervallo un accrescimento di 1 : 1,38045, di cento al centrentotto.

Se poi all' opposto si prendessero in principio ed in fine periodi più lunghi d' un settennio, scemerebbe alquanto la proporzione: il primo e l' ultimo novennio stanno come 1 : 1,23809, come cento quasi al cenvenquattro; il primo e l' ultimo decennio come 1 : 1,19803, come cento quasi al cenventi, come cinque quasi al sei.

Ponderata ogni cosa, giudico che la proporzione risultante dal confronto de' settennii, cioè di quattro al cinque, sia quella che più veramente rappresenti l' aumentazione della ricolta di grano nell' intervallo di tempo compreso fra i limiti della tavola.

Ma il vero intervallo, dentro cui si è fatto questo accrescimento di quattro al cinque, non è già di anni ventuno, come per largheggiare d' assai, e per adattarsi all' intelligenza volgare si è supposto nel precedente discorso: è solamente di anni quattordici, cioè dal mezzo del primo settennio al mezzo del terzo.

E chi volesse prendere i periodi che danno la proporzione più bassa, cioè i decennii, avrebbe tuttavia l' aumentazione del cinque al sei, nell' intervallo, non già d' anni ventuno, ma solo di undici.

E volendo coi noti metodi determinare una scala, che misuri gli accrescimenti da un anno al seguente ragguagliati a termini medii, si avrebbe in principio dell' assunto intervallo a un dipresso il due per cento, e in sul fine l'uno: dico l' uno per cento sull' annata precedente, epperciò assai più sull' annata media primitiva. Così l' accrescimento dal primo al secondo settennio è stato del quattordici per cento, e dal secondo al terzo del dieci per cento, che sul centoquattordici viene ad essere meno di undici e mezzo. La quale particolarità, cioè che vada scemando la proporzione dell' accrescimento, è anch' essa assai conforme, come l'altre finora osservate, alla naturalezza delle cose.

Sebbene io pensi che l' esposto confronto de' settennii soddisfaccia bastantemente ad ogni ricerca, considerando tuttavia che molti non credono potersi in questo genere determinare una media in meno di nove anni, ho voluto più particolarmente esaminare i novennii, non i due soli primo ed ultimo, dei quali già sopra si è detto, ma tutti quelli che prender si possono nel dato spazio di tempo col solo intervallo di tre anni dal principio dell' uno al principio dell' altro, epperciò colla compenetrazione dell' uno nell' altro, entrando sei anni in due successivi novennii, ed anche tre anni in tre novennii successivi: il qual metodo, che non trovo usato da altri, mi è paruto il più acconcio all' uopo nostro, cioè per segnare le variazioni che succedono anche in breve tempo, traendo non di meno le basi del calcolo da un giro d' anni più lungo. Ecco dunque

la tavoletta che ne risulta, in cui per esem
quantità mostrano la variazione tra l' anno
novennio e l' anno medio del secondo,
l' epoca del MDCCLVI e quella del MDCCLIX,
dalla ricolta di quegli anni soli, ma di queg
di cui quegli anni trovansi al bel mezzo.
gione geometrica degli accrescimenti, assun
per primo termine della ragione medesi
esempio le cifre 06784, poste a rimpetto d
1 541 070 e 1 645 618, vogliono significa
di queste quantità sta alla seconda, come
colonna seguente a destra mostra del pari
dal primo al terzo e dal terzo al quint
come l' accrescimento dal primo all' ultimo
tima colonna

Novennii.	*Ricolta totale.*	*Ricolta media d' un anno.*	*triennale.*
1752-60	13 869 632	1 541 070	06784
55-63	14 810 567	1 645 618	05019
58-66	15 553 921	1 728 213	08036
61-69	16 803 791	1 867 088	02190
64-72	17 171 849	1 907 983	

È singolarmente da notarsi che l' accrescimento massimo, il qual fu dell' otto per cento, è caduto appunto in un periodo, nel quale può con gran fondamento attribuirsi alla massima diminuzione dell' imposta territoriale, per essersi allora intieramente tolto il *tasso* straordinario, che ancor in parte rimaneva dopo la guerra. Il che parmi che con rara e lampante evidenza dimostri l' immediato effetto di sì salutare operazione.

Per quanto grande sia stato l'accrescimento, ognuno certamente si persuaderà di leggieri che siamo rimasti ben lungi dall' arrivare al prodotto massimo possibile; e niuno altresì vorrà credere che siasi fermato il progresso della coltura finchè non han cessato le sue cagioni, cioè la pace e la pubblica prosperità. Volendo pertanto continuare la serie degli accrescimenti che risulta dalle immediate osservazioni, e che si può ridurre a qualche regolarità, si può asserire con molta verosimiglianza che in un mezzo secolo il prodotto frumentario sia cresciuto non meno del cinquanta per cento.

All' incontro quello del mescolato in vece di crescere è diminuito, sebben di poco; stato essendo

nel primo settennio di sacca	1 542 760	e la media 220 394
nel secondo	1 513 176	216 168
nel terzo	1 525 750	217 964

e così dal primo al terzo settennio ha scemato come 1 : 0,98897, ossia dal cento a poco meno del novantanove.

La quale diminuzione è molto conforme a quanto altronde ci è noto, che molti proprietarii, seguendo i precetti di alcuni riputati agronomi, hanno bandito da' lor poderi la mescolanza della segale col frumento. E vie più sensibile sarebbe stata la differenza, se la diminuzione nella quantità de' terreni seminati in tal modo non fosse stata compensata in parte dall' aumentazione del loro prodotto per li progressi della coltura, del che forse si ha indizio nel picciolo accrescimento che si osserva dal secondo al terzo settennio. Imperciocchè la quantità assoluta che da principio avea scemato, è bensì di nuovo cresciuta alquanto, ma la quantità relativa, cioè paragonata a quella del frumento, è sempre andata costantemente scemando: la proporzione tra il frumento puro e il segalato essendo stata

nel primo settennio :: 1 : 0,14335

nel secondo :: 1 : 0,12333

nel terzo :: 1 : 0,11324

Del rimanente è da credere che la quantità, di cui si è diminuita la seminagione del mescolato, non siasi tutta accresciuta alla seminagione del frumento, ma in gran parte altresì a quella della segale, di cui non abbiamo notizia.

Non sempre la ricolta del mescolato ha seguito la stessa legge di quella del frumento puro. L' anno MDCCLXIV è stato pel frumento molto abbondante e pel mescolato molto scarso; oltre al qual anno altri quattro sono stati abbondanti di

frumento e scarsi di mescolato; ma in questi l' abbondanza del primo genere, e la scarsità del secondo non fu molto grande. Non trovo verun' annata che sia stata insieme scarsa pel frumento ed abbondante pel mescolato.

Non sarà discaro ad alcuni leggitori il trovar qui desunta dalla precedente tavola un' indicazione delle annate abbondanti e scarse: ho chiamate *abbondanti* tutte quelle che superano la media del settennio, e *scarse* tutte quelle che le sono inferiori; ho segnato con una M la massima e la minima d' ogni settennio.

E quanto alle massime ed alle minime io poi le presento distintamente paragonandole colle medie, donde possono nascere alcune utili considerazioni. Si noterà per esempio che la ricolta massima non giunge mai ad esser doppia della minima. E desumendola non dal periodo troppo lungo d'anni ventuno, ma bensì da' settennii, si può stabilire che sia come tre al due.

Altre pure utilissime conseguenze potrebbero risultare dal confronto di questo lavoro colla serie de' prezzi del frumento, ma tuttora mi mancano le cognizioni a quest' oggetto necessarie.

Prima di finire noterò, che l' accurato esame della tavola desunta dalle portate mi ha persuaso contro la mia preoccupata opinione, e contro il giudizio, che portano in questa materia alcuni eccellenti scrittori, mi ha, dico, persuaso, che le portate di que' tempi non si scostavano di molto dal vero, od almeno che gli errori erano costanti e

proporzionali, di modo che se le quantità segnate sono, come pare, minori del vero, conservano però fra di loro la stessa relazione delle vere. Chi ha pratica del maneggio de' computi di questa fatta sa benissimo, che le grandi irregolarità e gli errori non costanti facilmente si scoprono. E non avendoli qui scoperti, io son di parere, non solamente, come ho detto, che sia conservata la relazione delle quantità, ma eziandio che l'errore perenne non sia così grave come altri potrebbe credere. E certamente se affatto manchevoli e tanto inesatte state fossero le portate nelle quantità assolute, non potrebbero reggere sì bene a un rigoroso esame le quantità relative. Fatto sta che quando si lavora in grande gli errori si compensano d'assai. Io dunque sono persuaso che il prodotto reale del grano sia stato di poco superiore a quello che si è registrato. Nè ciò vuol dire che in tutti i luoghi ed in tutti i tempi sia stato od esser possa sufficientemente esatto tal metodo, e tanto meno che altronde sia punto utile a' que' fini per cui fu il più sovente imaginato e promosso.

Supposto poi, come mi sembra, che il vero prodotto medio del grano non sia stato di molto superiore a quello che ci presenta la tavola, io potrei ricavarne due corollarii; cioè in primo luogo: il nostro prodotto di grano non potersi, in ragione della superficie, chiamare abbondante, se si confronti con quello d'altri paesi; epperciò il paese nostro non potersi fra' più fertili annoverare: ed in secondo luogo; esser falsa un'opinione molto volgare che si trova

eziandìo da qualche autore accettata, cioè che il Piemonte nelle annate di buona ricolta producesse frumento pel consumo di due o tre anni. Del rimanente, questa falsa opinione non ha nulla che fare colla questione del libero commercio, giacchè un picciolissimo soprappiù basta senza dubbio a promuovere l' uscita, e questa poi tende ognora ad aumentare il soprappiù medesimo, e quel che più importa, a renderlo costante.

ANNOTAZIONE *a facce* 64, *riga* 20.

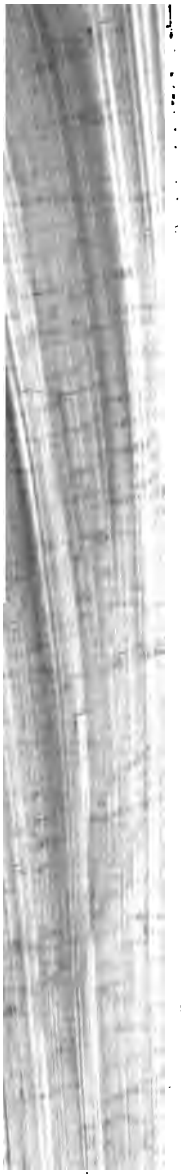
Alcune mie ricerche mi hanno condotto a credere, che in campo dove i Romani seminavano una misura di grano, e ne raccoglievan dieci, sicchè ne aveano di profitto nove, noi seminiamo quattro e mezzo, ne raccogliamo diciotto, e ne abbiam di profitto tredici e mezzo: il profitto dei Romani starebbe al nostro come due al tre.

Serie delle Annate Abbondanti o Scarse.

	Frumento		Mescolato	
1752	abbondante		abbondante	
53	*scarsa*		*scarsa*	M
54	*scarsa*		*scarsa*	
55	abbondante		*scarsa*	
56	*scarsa*	M	*scarsa*	
57	abbondante		*scarsa*	
58	abbondante	M	abbondante	M
59	*scarsa*	M	*scarsa*	
60	*scarsa*		*scarsa*	
61	abbondante		abbondante	M
62	abbondante	M	abbondante	
63	*scarsa*		*scarsa*	M
64	abbondante		*scarsa*	
65	*scarsa*		*scarsa*	
66	*scarsa*	M	*scarsa*	M
67	abbondante		abbondante	M
68	abbondante		abbondante	
69	abbondante	M	abbondante	
70	abbondante		*scarsa*	
71	abbondante		*scarsa*	
72	*scarsa*		*scarsa*	

Ricolta del Grano

	Massima	Media	Minima	Proporzione		
				Massima	Media	Minima
Fromento						
1752-58, settennio 1.°	(1758) 1 788 275	1 537 505	1 213 309 (1756)	1,16310	1	0,78914
59-65 2.°	(1762) 2 112 221	1 752 786	1 474 051 (1759)	1,20506	1	0,84098
66-72 3.°	(1769) 2 155 377	1 924 719	1 496 146 (1766)	1,11984	1	0,77733
1752-72, anni ventuno	(1769) 2 155 377	1 738 337	1 213 309 (1756)	1,23991	1	0,69797
Mescolato						
1752-58, settennio 1.°	(1758) 263 298	220 394	200 667 (1753)	1,19467	1	0,91049
59-65 2.°	(1761) 257 259	216 168	177 801 (1763)	1,19009	1	0,82251
66-72 3.°	(1767) 286 830	217 964	171 529 (1766)	1,31595	1	0,78696
1752-72, anni ventuno	(1767) 286 830	218 176	171 529 (1766)	1,31467	1	0,78619



Estratto dell' opuscolo intitolato:

Riflessioni sull' agricoltura del Piemonte di S. E. il sig. Marchese D. Rodrigo Souza Coutinho, Ministro di Portogallo alla Corte di Torino, dirette al Ministro della Corte in Lisbona, tradotte dagli annali d' agricoltura *di Arthur Young* Vol. XI num. 891..

Opuscoli scelti sulle scienze e sulle arti. Milano in-4.°
tom. XV 1792 pag. 164-175.

» Questo è uno de' più dotti scritti » che siano apparsi in alcuna lingua, » e fa infinito onore all' ingegno ed » ai principii politici del suo eccel- » lente autore. *N. di Arturo Young.*

Il traduttor Italiano, che vi aggiunse buone annotazioni, fu l' abate Giambattista Vasco, accademico di Torino, e scrittore d' opere lodevolissime di economia politica.

Il Piemonte, dice Don Rodrigo, mostra i tre segni più decisivi di prosperità, alto prezzo delle terre, alta mercede degli agricoltori (1), basso interesse del danaro. Più cause concorrono a rendervi fiorente l'agricoltura, e son le seguenti.

I. La forma della imposta sugli stabili ripartita per mezzo d'un catasto, nel quale i terreni son tutti registrati, e distribuiti in quattro classi secondo i varii gradi della loro naturale fertilità. L' imposizione fu regolata da principio al quinto del prodotto (ma forse non giunse al sesto, perchè tutte le terre furono estimate assai meno del loro valore. *Trad. It.*); nè in seguito si è punto accresciuta, sebbene per li miglioramenti dell'agricoltura, e per li capitali impiegativi (e per lo scemato valor del danaro. *Trad. It.*), sia talmente cresciuto il valor del prodotto, che or l'imposta corrisponde appena al dodicesimo

(1) Si dovrebbe dire piuttosto *agiata condizione de' contadini*, se questo passo volesse conciliarsi con alcun altro del Pictet che troverassi qui dopo. Del rimanente negli estratti di questi due chiarissimi autori noi non facciamo che riferirne le osservazioni e le opinioni, senza pretender punto di volerle per ora nè accettare, nè contraddire.

(principalmente nel Piemonte proprio ed in Savoja, dove sussiste ancora la quota stabilita sessant' anni fa. *Trad. It.*). Ciascun Comune ripartisce poi su tutti i poderi, colla stessa proporzione dell' imposta regia, le altre spese sue particolari, per esempio la formazione e riparazione delle strade, lo stipendio del maestro, e quello dell' esattore : quest' ultima spesa è molto opportunamente addossata al pubblico stesso, ed è leggerissima. Non havvi quasi più in Piemonte veruna decima ecclesiastica. Altro non rimarrebbe a fare che assoggettare al terratico anche i beni feudali ed ecclesiastici. (I beni ecclesiastici non eran tutti esenti, ma solo i più antichi. Sì questi che i feudali furono poi assoggettati alle imposizioni).

II. La facilità delle comunicazioni per mezzo d' ottime strade, le quali han prodotto un maraviglioso accrescimento nel prezzo de' terreni. La riparazione si fa per imposta proporzionale sopra i proprietarii delle terre : sistema men gravoso di quello delle barriere. Si trarrebbe gran vantaggio dalla navigazione del Po, se si potesse ottenere l' esenzione delle dogane negli altri stati per cui passa quel fiume.

III. Introduzione di più utili colture, le quali per la loro varietà assicurano un più eguale prodotto. Adacquamento de' prati. Coltura de' prati artifiziali che si fa seminando il trifoglio. Questa parte però, come pure l' ordine successivo di varie colture ne' medesimi campi, potrebbe regolarsi meglio. Seta. La somma che si divide annualmente tra i proprietarii ed i contadini pel solo prodotto de' bozzoli, è di venti millioni di lire di Piemonte.

IV. Facilità d' impiegare i capitali in imprese di agricoltura, proveniente dal tenue interesse del danaro, il quale è ridotto al tre e mezzo per cento, non tanto per forza della legge quanto pel florido stato del paese. Vantaggio de' lunghi affitti, maggiore in Inghilterra che in Piemonte, perchè appunto gli affitti vi son più lunghi, e perchè non si risolvono colle vendite. Savie leggi su' fedecommessi. Dubbi sull' utilità del sistema di massarizio, cioè di coltura a metà de' frutti tra 'l padrone e 'l contadino.

V. I capitali che possono impiegarsi nell' agricoltura non ne sono sviati da altri men utili impieghi. Ottima legge del re Carlo Emanuele che liberò in gran parte gli enfiteuti dai canoni e dai laudemii col favorirne il riscatto. (Questa legge fu promulgata in Savoja : in Piemonte erano già riscattate ed estinte le en-

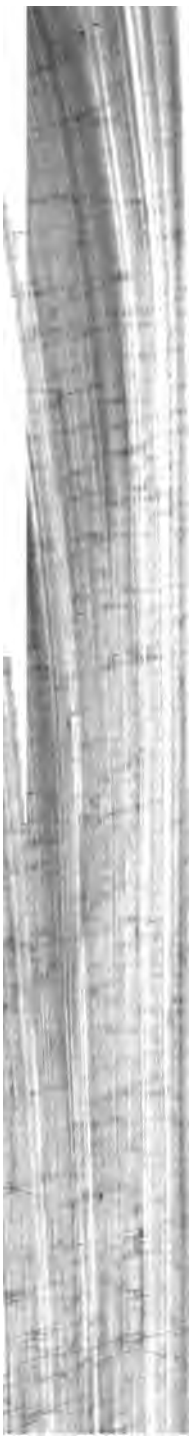
fiteusi. *Trad It.*). Il Piemonte per la sua situazione mediterranea non ha da temere della rivalità dei prodotti stranieri. Le rendite regie non sono date ad appalto, eccettuate alcune tenuissime.

Uso biasimevole di vendere la nobiltà. (I negozianti non abbandonano il commercio per comprare la nobiltà, ma comprano la nobiltà quando già hanno abbandonato il commercio, e quelli che non ne sono disgustati lo esercitano ancora dopo aver comprato de' feudi. Non mancano capitali al commercio, ma utili imprese di commercio mancano ai capitali. Molti de' più ricchi banchieri non sanno che fare del lor danaro per sei mesi dell'anno. *Trad. It.*)

Imposizioni viziose: giogatico, cioè testatico sopra le bestie da giogo; e compra forzata del sale per ogni capo di bestia; le quali opprimono un ramo d' agricoltura già gravato da due altre imposizioni, vale a dire il terratico ed il dazio per l' uscita del bestiame che si trasporta sul Genovesato e sul Milanese. (La compra forzata del sale è stata abolita; il giogatico non è generale, e si cerca il modo di sopprimerlo in que' pochi paesi ove sussiste. *Trad. It.* Diffatti fu poi soppresso.)

Vizioso sistema della tratta. Sarebbe più vantaggioso lasciarla costantemente libera, finchè il prezzo non ecceda un certo limite, e regolare con simil sistema a rovescio l' entrata.

Giudiziosa legge di Vittorio Amedeo III, che obbligò i comuni a vendere i terreni di lor proprietà. (Fu ordinato soltanto di vendere i pascoli e i sodi comuni. *Trad. It.*)



Estratto di due opuscoli del signor Carlo Pictet

sopra l' agricoltura del territorio d' Azigliano, e sopra l' aratro Piemontese.

Bibliothèque Britannique. Agriculture VII.

sept. 1802 pag. (301) - (344) et oct. (357) - (396).

» L' agricoltura del Piemonte merita d' essere osservata, non già che vi sia così ben ordinato, com' esserlo potrebbe, il successivo giro delle ricolte, il quale, per così dire, è la pietra di paragone d' una buona coltivazione, ma perchè ottimo è l'aratro e ben condotto, perchè le arature son molte, e i lavori a mano frequenti e fatti a dovere, e perchè il prodotto de' prati, anche ne' terreni mediocri, mostra di quanto vantaggio siano i canali ben distribuiti, e le irrigazioni ben regolate. »

Azigliano, ove l' autore ha fatto le sue osservazioni, è due leghe a libeccio di Vercelli. In questo territorio non si trova un sasso: il suolo è un loto grasso ed arenoso, che contiene molta argilla, e non è altro in qualche modo che terra da stoviglie, e sabbia quarzosa e micacea. Questa terra s' indura estremamente all' asciutto, e rotta dall' aratro si solleva in enormi zolle. L' autore asserisce non averne mai vedute altre sì grosse ne' campi. La stagione era stata secca per modo da mettere a dura prova gli aratri.

Le praterie sono irrigate per ventiquattr' ore ad ogni venti giorni: pur si lagnano questi abitanti di non aver acqua a sufficienza, e le stesse doglianze si fanno in tutta quella parte della pianura che stendesi da Trino alla Sesia. Si dice che la diramazione del canale presso a Santià potrebbe essere accresciuta con poca spesa.

In questo territorio ed in tutti quelli che l' autore ha veduti, le vacche son picciole, e non danno la metà del latte che dar dovrebbono in un paese che abbonda di prati della prima qualità. La razza par cattiva, ma quand' anche fosse eccellente, verrebbe ben tosto a tralignare pel mal governo in cui si tiene: le stesse vacche di Svizzera mal nodrite intristiscono; ma colle dovute attenzioni non v' ha dubbio che proverebber bene in Piemonte, ove i fo-

raggi sono abbondanti e grassi, e se n' è fatta sperienza con buon successo alla Mandria di Chivasso; al Torrione, podere del signor Rossignoli presso a Vercelli; ed alla Saletta, villa del Marchese Mossi.

I buoi sono di buona statura: l' autore descrive le viziose forme ch'egli ha osservate in questa razza, ma nota che molti ve ne hanno bellissimi, e niuno se ne incontra assolutamente sformato. Han buone gambe, il passo libero e lungo, e reggon bene al giogo, sicchè in tutta la stagione di lavoreccio faticano da otto a dieci ore al giorno. La loro docilità è sì generale, ch' essa dipende forse dall' essere castrati nel primo anno tutti i vitelli maschi destinati all' aratro: tutti hanno la punta delle corna tagliata e smussata.

Una fiera epizoozia, che ha durato circa quattr' anni, si calcola che abbia tolto quaranta mila bestie bovine, il che ha costretto molti contadini ad aggiogare le vacche.

Il giogo è semplicissimo, e non costa che sei franchi; ha però il difetto di non pigliar le corna, sicchè il bue tira solo colle spalle o piuttosto col garrese, epperò senza dubbio vi è perdita di forze. La ragione, per cui il giogo non piglia le corna, sta per avventura nella forma de' carri e delle carrette, il cui timone si allunga rialzandosi di tre piedi sul davanti; dalla cima pendono le tirelle, che si attaccano alle corna, e servono a ritenere il carro nelle discese, ovvero a tirarlo addietro. Questo giogo difettoso ha tuttavia il vantaggio di permettere a' buoi d' accostarsi e scostarsi un poco, il che torna bene nello arare, perchè ad ognuna delle quattro tirate varia la distanza de' solchi in cui possono comodamente camminare. Avendo il capo libero sono anche meno tormentati dalle mosche, ed essendo tagliate le corna, non corrono essi pericolo di ferirsi l' un l'altro. L' autore inclina a credere che la libertà del capo li fa reggere più lungamente alla fatica. Le riprese di lavoro son più lunghe che altrove e il lavoro più forte. Attaccandosi poi sulla fronte i paramosche, come qui si pratica, il bue è molto meno tormentato. Si riunirebbero tutti i vantaggi adoperando le collane che si usano in alcune parti d' Inghilterra.

L' autore avendo letto le maraviglie che racconta del nostro aratro il Marchese Coste nella sua opera *sur la culture des pays montueux*, già da gran tempo desiderava di vederlo lavorare. Esso è, dic' egli, l' aratro di tutta Italia, ma in verun luogo non è così ben condotto come in Piemonte. Egli pertanto lo descrive minutamente coll' ajuto delle

figure, e spiega altresì con molta cura il metodo di lavorare a quattro tratti o tirate di aratro.

L'attento esame di quest'ordigno dimostra che soffre poco fregamento. Esso è propriamente un ordigno penetrante, ed è fatto come una freccia. La potenza vien applicata il più vicino possibile alla resistenza, poichè la catena de' buoi non è più lunga degli animali stessi. La lunga leva che sta in mano del bifolco, rende perfettamente uniforme il camminar dell'aratro, e tende per conseguenza ad alleviare i buoi.

» Io mi sono maravigliato, dice l'autore, vedendo un aratro sì leggiere, tirato da due soli buoi, fare un lavoro che noi stimeressimo impossibile co' nostri pesanti aratri, e con due paja di buoi non meno gagliardi di questi. Il che prova che l'aratro del Piemonte non è già, come altri ha detto, uno stromento aratorio destinato soltanto a lavorar nella sabbia. »

Osserva che nelle arature di questi paesi la particolarità più notabile, per coloro che sono avvezzi a veder condotti gli aratri con grande apparecchio e grande stento, si è la facilità del lavoro. Il bifolco ha il suo particolare idioma, per cui si fa intendere da' buoi, ma sei voci tecniche ne formano l'intero vocabolario.

Tra le prime arature per cui si rompe il terreno, e le ultime, prendendo un mezzo, il passo de' buoi si può estimare a mille dugento tese per ora. Per girare e rientrar nel solco, ad un pajo di buoi bene ammaestrati non ci vuole più di dodici secondi. Il lavoro di un aratro tirato da un pajo di buoi è di una giornata di terreno la mattina, e di mezza giornata la sera, anche nel romper la terra, purchè non sia troppo secca o troppo umida: per la seconda e terza aratura un aratro fa spesso due giornate di terreno in un giorno, ed anche un pajo di vacche non fa meno di una giornata di terreno nelle due riprese di mattina e sera: non di rado si vede un pajo di buoi lavorarne due in un giorno, e la ripresa di cinque ore può strettamente bastare ad una giornata di terreno.

L'economia, con cui si lavorano le terre, dipende in gran parte dalla perfezione dell'aratro, e dal poco di forza che questo esige. Di fatti non è mai tirato che da due buoi. Il lavoratore non si fa mai ajutare da veruno. Il prezzo dell'aratro pronto a lavorare non è che da quindici a venticinque franchi. Un lavoratore ne ha cento di salario, ed insieme sei sacchi di segale e granturco, senz'altro nudrimento. Il manteni-

mento di un pajo di buoi importa in anno comune dugento sedici franchi. La spesa annuale d'un aratro, compresovi l'interesse al dieci per cento del prezzo de' buoi, non giunge a secento franchi.

Vantaggio del metodo di seguitare il seminatore coll'aratro per sollevare e rivolgere la terra e la semenza, lasciando ampi solchi tra le porche. L'elevazione, la curvatura, la larghezza delle porche, la dirittura ed il parallelismo de' solchi sono di tanta perfezione e pulizia, che incantano l'occhio del riguardante, ed un campo di trenta o quaranta giornate seminato di fresco sembra lavorato come le ajuole d'un orto pur or fatte cordeggiare, ed affazzonate col rastrello. Nel solco non resta mai una zolla. Hanvi paesi in Francia dove il contadino guidando egli stesso i cavalli tira i solchi ben dritti, ma questa dirittura non è perfetta quanto in Piemonte.

I solchi aperti formano un quarto della superficie del campo, il che può in parte spiegare la celerità del lavoro: chi arasse a tavola od a campo piano impiegherebbe un quarto di più di tempo e di lavoro. L'autore spiega come nello arare rivoltando il terreno ne' solchi, e così non lasciando grano ne' fondi, tuttavia non si perde terreno: epperciò egli stima che sia un segnalato vantaggio di questo metodo il risparmiare un quarto d lavoro e di tempo.

Ma poichè tutti i campi sono s ben lavorati, dove è mai il semina rio de' buoni bifolchi, e come pud mai addivenire che non se ne incontrino de' cattivi? La risposta s è che l'aratro di Piemonte non è punto malagevole a maneggiarsi. Gli stessi buoi sono ben tosto ammaestrati senza gran difficoltà.

Si può con quest' aratro lavorare a tavola od a campo piano del parl che a porche; si può almeno lavorare in ajuole sì larghe che la lot superficie all'occhio rassembri piana. Ma uno svantaggio di quest' aratro si è di non poter camminare in piano. In ciò che chiamasi *il primo*, cioè nella prima tirata, l'aratro non s'inclina sensibilmente, perchè havv un profondo solco dove cade la terra tagliata dal vomero; ma in ogni altro caso l'*orecchia* sale sul terreno smosso, e così fa inclinare l'aratro. Da questa forma dell'aratro dipende tuttavia la perfezione e la pulitezza del solco, e in parte altresì la poca resistenza, ma l'autore non trova che la striscia di terra fessa dall'aratro venga sì compitamente arrovesciata come gli era stato supposto. « Un' aratura ben fatta col nostro aratro, dic'egli, è certamente pi

compita, più perfetta e migliore che non quella dell'aratro Piemontese. Ma bisogna venire a conti. Noi lavoriamo a sì gran prezzo e sì adagio che vi ha molto a perdere nel far troppo bene. Adoperando l' aratro del Piemonte noi potressimo colla stessa spesa far quattro o cinque lavori per ognuno di quelli che facciamo. Il vantaggio di moltiplicare i lavori è grandissimo, ma quello di spedirli per tempo è forse vie maggiore. Quattro buoi e due aratri Piemontesi farebbero in sei giorni ciò che quattro buoi attaccati ad uno de' nostri aratri non farebbero in un mese. » Così l' autore.

Segue un calcolo, da cui risulta che l' aratro Piemontese fa di lavoro oltre a cinque tanti più di quello con cui lo paragona il Pictet.

Ma, dirassi, se l' utile fosse sì prodigioso, come mai l' interesse non avrebbe ammaestrato gli altri coltivatori? La Savoja ed il Piemonte, sì gran tempo soggetti agli stessi Sovrani avrebber eglino conservato istromenti sì diversi, se nella natura delle terre non vi fosse una ragione di tal differenza? A ciò si risponde che le pratiche contadinesche sono talmente sottoposte alla cieca usanza, che non si possono giustificare col ragionamento.

Miglioramento dell' aratro di recente introdotto in Azigliano per invenzione di un benemerito terrazzano di quel luogo, per nome Ferraris, sopranominato Migiotto. L' oggetto di questo miglioramento si è di far in modo che i buoi nella operazione di sotterrar la semenza non abbiano a camminar sulla porca. Vi si trova altresì l'economia di un quarto di lavoro.

Ma non è già solo alla perfezione dell' aratro, od eziandio ad ogni altra fisica ragione, che attribuir si debba l' economia nella coltivazion della terra: le cause morali vi hanno grandissima influenza. Ricerca l' autore come sia possibile che un prodotto di modico prezzo, qual è il granturco, supporti una spesa di man d'opera cotanto riguardevole come quella ch' egli vien descrivendo. Il vero motivo di sì grande attività ne' servi o lavoratori di campagna consiste nella speranza del proprio loro vantaggio. Ogni lavoratore prende a cottimo un certo spazio di terra messa a granturco, e questa coltura si fa per essi oltre le solite occupazioni, per cui corrono i lor salarii, che per vero dire son molto tenui, come tenuissimo è il prezzo delle giornate; il che dipende soprattutto dalla somma sobrietà del contadino, dallo scarso numero de' suoi bisogni, e dall' usanza presa da fanciullo di nodrirsi principalmente con polenta di granturco.

meliga quarantina. Anno terzo: frumento concimato. Anno quarto: segale. L' ordine delle ricolte si cambia qualche volta allontanandosi vie più dalle buone massime: cioè facendo due ricolte successive di frumento, ambedue letamate. Donde si vede che il sistema usato per la successione delle ricolte non è punto perfetto, ma le arature sono sì ripetute, i concimi sì abbondanti, i lavori a mano sì accurati, che l' influenza del difettoso giro vi è di molto scemata. Seminare successivamente segale, poi frumento, poi segale, è sistema ancor barbaro: ma pur merita molta considerazione il vedere come il numero e la perfezione delle colture a mano, come la frequenza dello arare e dello erpicare combattano la perniciosa influenza della non interrotta successione di grani bianchi. Un giro meglio inteso di ricolte farebbe sparire i maggesi, che altrimenti si rendono di tanto in tanto necessarii, non ostante ogni aratura ed ogni sarchiatura. E per introdurre un siffatto giro di ricolte son da vedersi i savi consigli dell' autore.

Quando si scorge il terreno inzeppato di erbe cattive, e si teme non bastino a vinettarlo le colture che si fanno pel granturco, si usa allora quel che si chiama coltura bianca, cioè si tiene la terra in maggese, ed a questo intiero riposo succede poi il frumento letamato, il cui prodotto è dell' otto al nove per uno. Si può computare che havvi all' incirca un decimo de' terreni in maggese. Qui non si vuole seminar frumento dopo il granturco: in altre parti del Piemonte il granturco è considerato come il miglior maggese, e si tiene per sicuro di aver bel frumento l' anno dopo. Tale è la pratica inviolabile nel territorio di Dezana a due leghe da Azigliano, senza che siavi differenza sensibile nella natura del suolo.

Del granturco si semina una emina per giornata. Il sacco è di sei emine (a Vercelli: poichè a Torino ed in altre parti del Piemonte è di cinque). Quando il terreno è molto secco si seminano quasi due emine. La ricolta media del granturco è di trenta emine per giornata di terreno: essa è qualche volta di nove sacca, ossia cinquantaquattro emine, e così del cinquantaquattro per uno.

Il prodotto medio della segale è di otto o nove per uno: la semenza è di circa tre emine per giornata di terreno, epperò il prodotto di ventiquattro o ventotto emine.

La *quarantina* è una varietà di granturco, di grano più picciolo e più tondo, così detta, perchè si era supposto che quaranta giorni bastassero

a maturarla, il che non è punto vero: questa seconda ricolta sta sempre più di due mesi in terra. La polenta di quarantina non è sì riputata come l'altra. Il suo prodotto mezzano è ad un dipresso la metà di quello del granturco, ed il suo prezzo è sempre un poco inferiore.

Si semina per l'ordinario un frumento barbato, bianco, di paglia vuota; la sperienza ha fatto conoscere più profittevole il frumento di questa sorta che lo sbarbato: esso è più ricercato da' vermicellai.

La quantità del seme varia secondo l'andamento della stagione, la natura del terreno, ed anche secondo che la quarantina è stata adacquata o no: non si semina però mai meno di tre emine, nè più di quattro per giornata di terreno. L'emina di buon frumento pesa cinquanta libbre di Piemonte, ossia trentasette e mezzo in peso di marco. La media quantità del seme può calcolarsi a 131 libbre peso di marco su 36100 piedi quadrati di Francia che sarebbero due *bushels* e mezzo per l'*acro* Inglese più grande d'un sedicesimo che la giornata di Piemonte.

Le grillo-talpe guastano soprattutto que' campi che furono irrigati per la ricolta precedente, e che si trovano in vicinanza de' prati. Quando il frumento vien dopo ad una ricolta adacquata, si semina un terzo od una metà di più per la porzione di quegl' insetti.

La ricolta del frumento fassi allo stesso modo che quella della segale, cioè mediante un decimo in natura al lavoratore che dà il grano in istato d'esser venduto: i carreggi sono a peso del padrone. *Il prodotto del frumento* in anno comune, quando succede alla segale, è del 5 per uno.

Particolarità intorno alla coltura di altre derrate.

Il riso è fra tutti i prodotti quello che forma il capitale più riguardevole pel commercio del Piemonte. Dopo che il Novarese è stato ceduto alla Repubblica Italiana, il riso non si coltiva più in Piemonte fuorchè nel dipartimento della Sesia. Particolarità intorno a questa coltura. Esige pochi lavori. Si semina sei emine per giornata di terreno. Il padrone o fittajuolo cede l'ottava almeno, e la sesta parte al più, del *risone* o riso greggio, a chi prende a cottimo di tagliarlo, batterlo e far tutti i lavori fuori de' carreggi, comprese le operazioni della macine donde n' esce il riso bianco del commercio. Il prezzo è più alto che pel frumento o per la segale, perchè i lavori sono più lunghi e diversi, e soprattutto perchè essendo assai malsani, chi ne piglia l'impresa paga gli operai fino a cinquanta soldi ed anche tre lire, men-

tre il salario della giornata per altri lavori è di quindici soldi.

Il *risone* o riso greggio dopo la prima battitura è soggetto ad altre operazioni, per cui battuto di nuovo, sventolato e infrante sotto la macine, si distingue poi in quattro qualità: la migliore è il riso bianco destinato allo spaccio: l' inferiore serve ad ingrassare i bestiami, e le due di mezzo all' interno consumo del paese ed al nodrimento de' contadini.

Le spighe del riso sono sì folte e sì cariche, che quanto sfugge alla falce de' mietitori, o cade dalle carra, procaccia gran guadagno a chi viene a spigolare, ciò che pur contribuisce a rincarare in quella stagione il prezzo de' lavori.

È difficile ed importante quistione di economia politica se debba conservarsi od abolirsi la coltura del riso. Gli avversarii pretendono perfino di far credere, che per l'uggia delle risaje non si possa in lor vicinanza aver grantarco e noci. L' autore non ha osservato tal cosa in que' contorni.

Il terreno messo a riso frutta sei volte altrettanto di quello messo a frumento. I più tristi terreni migliorano per tal coltura. Inoltre questa produce un' immensa quantità di paglia per li concimi.

Passando a' bachi da seta, si calcola che quando riescono mediocremente bene, con tanta foglia di gelsi che valga 20 lire di Francia si fanno 6 rubbi di bozzoli, che possono valere 25 lire il rubbo, sicchè questo lavoro accresce sette volte e mezzo il valore della foglia; ma gli accidenti che sovente fanno perdere al contadino il suo lavoro ed il capitale esposto in foglia, son cagione ch' egli antiponga di spartire il prezzo de' bozzoli col padrone che somministra la foglia ed anche la semenza de' bachi.

Per dar compimento al quadro dell' agricoltura di Azigliano convien vedere ciò che mancherebbe al sistema di coltivazione di quel territorio per formarne un vero esemplare. Noi abbiam già parlato del vizio principalissimo, qual è quello della ruota delle ricolte.

Le stalle in generale sono mal fabbricate e troppo basse: havvene però alcune costrutte di recente con miglior disegno.

I concimi son mal governati. Non si usa di mescolar terra col letame, di tenerne i mucchi all' ombra, di annaffiarli, di impedirne la evaporazione. Si tiene per regola di conciare frequente, e non sapendosi aumentare i letami colla mescolanza delle terre, forza è che i conci sien troppo scarsi.

» Si è di troppo esagerata la fertilità

delle terre del Piemonte: si sogliono paragonare a quelle della Fiandra, e la differenza parmi grandissima. Se il Piemonte frutta molto, egli è a forza di lavori e d' irrigazioni, egli è perchè il clima permette la coltivazione del riso e de' bachi da seta, che producono annualmente un capitale assai riguardevole pel commercio. Il territorio d' Azigliano essendo uno de' più fertili e de' meglio coltivati, si potrà dal suo prodotto in grani argomentare qual sia il grado di fecondità delle terre del Piemonte in generale. »

Ciò che rende i prodotti agrarii in Piemonte superiori al comune, si è il vantaggio delle irrigazioni, e la coltura del riso e della seta. Il prodotto dell' otto o nove per uno nella segale che succede al granturco od al frumento letamato dopo cinque arature, e del sei per uno nel frumento letamato che succede alla segale, non sono ricolte molto forti, soprattutto se si rifletta alla perfezione dell' agricoltura. Il prodotto del granturco e de' fagiuoli, è più abbondante: ma tale abbondanza è dovuta alla perfezione delle arature e delle colture a mano: per quanto sia ingrato un terreno, forza è
è letamato, ogn
frequente e sar
genza. Son fec
monte perchè i
rioso, e sobrio,
tore è sempre a
di migliorare i

» Questo ter
sofferto nella g
requisizioni or
derrate. Il giorn
truppe France
bertà fu rove
Giacobini furo
croce davanti l
opere di fatto
per motivi poli

Gli abitanti
de' lor doveri r
ospitali, corte
i contadini m
particolari del
mese che vi h
incontrato un u
che se i Pieme
somigliano gen
ha veduti dapp
esagerati i lor
giustizia alle l

Terminata la stampa in setti

NOTIZIA

INTORNO

AD UN' OPERETTA INEDITA

DEL PRINCIPE

RAIMONDO MONTECUCCOLI,

ED ARGOMENTI DELL'AUTENTICITÀ DI ESSA.

Di Giuseppe Grassi.

Letta nell' adunanza dei 19 di dicembre 1819.

Mi reco ad onore d'informare la Classe d'una scoperta, che mi accadde avventurosamente di fare d'un libro dell' illustre Raimondo Montecuccoli non mai pubblicato, libro, che per l' importanza della materia, e pel modo col quale è trattata non è certamente inferiore agli altri, che quel prode legava morendo alla patria sua, quasi a testimoniare, che l' animo italiano non cessa per mutazione di cose di dar chiare scintille di quella virtù, che infiammava a tempi migliori i figliuoli di Roma.

Il libro del quale intendo parlare andava unito ad un bel manuscritto delle opere militari del Montecuccoli, posseduto dal signor Giacinto Bossi di Milano, e a lui venuto

per via di legittimo acquisto insieme con a
nuscritti venduti a fascio pubblicamente. Ho
di sospettare, che questo manuscritto del M
partenesse dapprima ad una privata libre
e che in tempi calamitosi, vendutasene u
fosse con altre non meno pregevoli oper
Milano. Checchè ne sia, il possessore di
ardentissimo della gloria italiana (1), mi p
gentilezza di esaminarlo, e di riscontrarlo
lavori già da me fatti sopra altri manuscr
Autore, onde condurre a buon termine u
zione delle opere di quel gran Capitano, c
all'Italia.

Questo libro porta per titolo: *L'Ungheria*,
Questa data per altro vuolsi tenere come gu
e si dee leggere in luogo di quella: *L'anno*
rezione, che verrà dal processo di questo disc
basti per ora il dire, che l'Autore intese d
lo stato interno dell' Ungheria al tempo in

La materia del libro è tutta altamente
quella che s'aggira intorno al modo di da
mento al dominio degli Imperadori nell'Ung

(1) Il sig. Giacinto Bossi sta da gran tempo lavorand
faticosissima, la quale accrescerà certamente il lustro di
raccogliendo cioè ed esaminando con infinita cura e dil
politici italiani, onde farne una esatta *biblioteca*.

i privilegj esorbitanti di quelle diete, di frenare l'orgoglio de' magnati, di riformare o cambiare in parte gli antichi statuti di quel regno, d'introdurvi nuove leggi, di rizzarvi fortezze e cittadelle a sopraccapo, e di acquartierarvi un esercito perpetuo. Il fine pel quale il Montecuccoli si mosse a scriverlo fu, non v'ha dubbio, lodevolissimo, avendo egli cogli occhi proprii veduto questo bel paese, lacero dalle fazioni intestine, dar la mano al Turco, che di là minacciava tutta l'Europa, anzichè congiungere la sua causa a quella degli Imperadori d'Austria, suoi naturali Signori. Era a' suoi tempi l'Ungheria ridotta a tale, che ristretti in poche e prepotenti famiglie le più solenni franchigie, tutto il rimanente popolo languiva nella servitù e nella miseria, costretto a ladroneggiare, o a desiderarsi il Turco a liberatore. Queste stesse famiglie poi erano da così inveterato spirito di discordia agitate, che per isfogare i loro rancori, le cose pubbliche e le private sossopra mandavano, poco calendo a quegli animi efferati della vita e delle sostanze della plebe, la quale ora dal Turco, ora da suoi proprii baroni era battuta, e disertata. Nè la nobile nazione Unghera potrebbe ora di questo scritto adontarsi, poichè quei generosi petti, che fecero settant'anni dopo sonar tant'alto il famoso *moriamur pro rege nostro* erano allora da cento funeste passioni così fattamente travolti, che dimentichi d'ogni dignità nazionale con fatale mobilità d'affetto alle parti del Turco, a quelle di Francia, e persino à quelle de' Transilvani, anch'essi parteggianti, accostavansi, senza

accordar mai con più sano consiglio le loro (1). I tempi giustificarono lo scopo del Montecuccoli; sentirono gli Ungheri stessi la necessità di procedere ad una riforma dello Stato, ed i consiglii dettati dal senno e dalla esperienza di lui vennero con piena soddisfazione del Sovrano, e dei popoli successivamente e fruttuosamente adoperati.

Queste parole mi parvero doversi dire nel dar contezza d' un libro politico scritto nel secolo XVII, poichè alcun temerario osservatore potrebbe, non ragguardando ai tempi, ai luoghi, ed alle circostanze tutte, incolpare il Montecuccoli d' avere, come il più della gente militare, promosso il predominio dell' armi, favoreggiando, e consigliando, non il temperato reggimento d' un principe, che regni in compagnia delle leggi, ma l' assoluto impero d' un despota, che comanda colla spada.

Il tempo in cui questo libro fu scritto parmi potersi con certezza assegnare all' anno 1673; poichè l' Autore dice in esso: *Quanto tempo è stata in principio di quest' anno la*

---

(1) *Miserabilis Ungariae status; multa pessima dictuque enormia flagitia, effrenis juventus, nusquam castigata licentia, nemo salutis reipublicae curiosus erat, nemini civilis concordiae studium; sed omnes (neque iis, qui sacerdotii honore caeteros anteunt, exceptis) licentia lascivire, discordias agitare, otium et luxum cupere, disciplinam et laborem aspernari. Isthuansius hist. rer. Ungaric. lib. 9:* e più sotto al libro 34 leggonsi queste parole: *Rebelles Ungari barbarorum animos, viresque ad infestandam patriam et perdendam assidue exacuebant, juvabantque.* Questi con molti altri passi vengono citati dal Montecuccoli nel suo libro in prova di quanto egli narra.

poderosa armata Cesarea sui confini della Francia senza riscontrare grande opposizione in campo? e pur, senza potervi entrar mai, a cagione delle fortezze che la ricoprono, si è consumata più della terza parte. Il lungo, ed inoperoso campeggiare dell' esercito cesareo a fronte delle truppe francesi capitanate dal Turrena, e gli inutili tentativi fatti da quello per valicare il Reno, citati qui dal Montecuccoli, cadono appunto sul principio dell' anno 1673, nel quale, secondo le istorie dei tempi, la gente imperiale ed elettorale errando infruttuosamente lungo le rive di quel fiume non ebbe mai forza bastante a respingere al di là di esse l' esercito francese, che le difendeva (1). Ed in quest'anno appunto il Montecuccoli, la presenza del quale rimproverava tacitamente i loro falli agli altri capitani dell' esercito collegato, venne per ordine espresso del suo Sovrano obbligato a ritirarsi in Vienna, ed a lasciar quelle rive, sulle quali

---

(1) *Vers la fin du mois de janvier (1673) le comte de Montecuculli étant malade à Paderborn, demanda la permission de retourner à Vienne .... On fut surpris que ce grand Général pendant toute la campagne ne voulût jamais hazarder une bataille: quelques uns prétendent que le prince L...., ministre de l'Empereur, avait contrefait le sceau impérial pour défendre à Montecuculli de combattre ..... Peu de tems après le départ de Montecuculli les armées impériale et electorale chassées du comté de la Mark repassèrent la rivière de Lippe. Les Brandebourgeois se retirèrent dans le comté de Ravensberg, et les Impériaux dans celui de la Lippe ..... Au commencement de mars le vicomte de Turenne s'avança par l'evêché de Paderborn jusqu'à la ville d'Hoxter .... l'electeur repassa l'Elbe à Magdebourg et se réfugia à Berlin sa capitale. Histoire de la vie de Turenne. T. 2.*

lo aspettava tre anni dopo la vittoria. Quivi non potendo quella mente operosa rimanersi nell' ozio, si diede forse a raccogliere nel libro, di cui parlo, tutto ciò che una matura esperienza degli uomini e delle cose somministrava a vantaggio di quella corona, al servizio della quale erasi da gran tempo dedicato.

Stabilita la data del libro, ne consegue che esso è stato l' ultimo forse dell' Autore, posteriore di certo agli *aforismi* ed ai *commentarj*, da lui intitolati a Leopoldo Cesare l' anno 1668.

Non lascierò, parlando delle cose trattate in quest' operetta, di accennarne una particolare, ed è la menzione che vi si fa del Turrena. Uno scrittor francese (1) accusa il Montecuccoli di aver a bella posta taciuto nelle opere sue il nome del suo rivale, quasi che nel petto di quel grande potesse capire il basso affetto della gelosia. Nè rifletteva quel critico, che la materia degli *aforismi* essendo semplicemente elementare non dava luogo a nessuna applicazione, e che i *commentarj* addirizzati all' unico scopo di narrare, e di prevenire le guerre col Turco in Ungheria, per le diverse discipline di questa così diversa maniera di guerreggiare non permettevano all' Autor loro di rammemorarvi il Turrena. Ma cessa ora l'accusa, dacchè nel libro inedito egli ne parla non con pomposa adulazione, nè con

(1) Il generale *Turpin de Crissé* commentatore delle opere militari del Montecuccoli.

finto ritegno, ma semplicemente, e come avrebbe parlato di se stesso, invocando il nome e l' autorità di lui nello stabilire una massima di guerra importantissima, e rendendo così all' illustre capitano francese quell' omaggio, che egli maturo d' anni e di più lunga milizia poteva maggiore. Tratta il Montecuccoli del modo di impedire ai turchi le frequenti loro incursioni nell' Ungheria, e bilanciate dall'un canto le immense forze che essi mettono in campo, e dall' altro le poche che a quel tempo si potevano loro opporre dall' Austria, l' incerta fede degli Ungheri, il manifesto pericolo della Cristianità, propone ciò che i capitani dell' antichità, e principalmente i romani già ebbero con felice successo tentato in simili circostanze contro i Parti, i Daci, ed i Germani, di distruggere cioè un gran tratto di paese sulla frontiera verso il nemico, e di interporre fra uno stato e l' altro un vasto deserto: operazione terribile, ma salutare allo stato posto in disperati frangenti, e necessaria quanto il taglio d' un membro a salvare il resto del corpo.

E qui dopo d'aver anch'egli, il Montecuccoli, deplorato questa crudele necessità, cita l' incendio del Palatinato (1)

(1) *Ce ravage fut le comble de la cruauté. Il n'y a peut être dans l'histoire des hommes, que celui qu'on exécuta dans ce même Palatinat en* 1688 *qu'on puisse lui comparer, et qui fut encore plus terrible. Nous n'imiterons pas M. Beaurain, qui dans son histoire des quatre dernières campagnes de Turenne a entrepris de nier la réalité de ces horreurs; moins encore le P. d'Auvrigny*

consumato con tanta severità dal Turenna, e dice: *faranno essi quello che noi dovremmo fare, e che il Turenna consigliò al Re di Francia, e che i francesi non hanno poi tralasciato di fare in qualche parte, cioè far un deserto di tutto quel tratto di paese, che è tra il Reno, e la Mosella, lungo la Sarra, acciocchè un esercito ostile non avesse mai potuto sussistervi. Massima che converrebbe non meno all' Ungheria oltre il Tibisco, qualunque volta s' incorra necessariamente in uno di questi due mali inevitabili, cioè o lasciar il paese all' accrescimento delle forze nemiche, o disertarlo.* Quinci stupiranno i francesi

---

qui a cru pouvoir le justifier; nous dirons seulement que si, comme on n'en peut pas douter, Turenne avait reçu les ordres de changer en un désert la plus belle province d'Allemagne (projet enfin complétement exécuté en 1688), il eut dû consulter sa générosité naturelle, et abdiquer plutôt le commandement de l'armée, que d'être l'instrument d'une si étrange politique.

Dictionn. univ. histor. par une Société de Savans. Art. TURENNE.

Il faut convenir que ceux qui ont plus d'humanité que d'estime pour les exploits de guerre gémissent de cette campagne célèbre par les malheurs des peuples autant que par les expéditions de Turenne. »

Voltaire siècle de Louis XIV.

Dal passo citato del Montecuccoli risulta che il Turenna *propose* egli stesso i guasti e gli incendj del Palatinato. Nei casi estremi di difesa gli uomini di stato ed i maestri di guerra sentono diversamente da quegli scrittori, i quali predicando quelle massime di umanità, che debbono effettivamente osservarsi in tutti i casi ordinarii della vita dell' uomo, e del corso delle cose umane, non si fanno carico di quegli accidenti straordinarj, ne' quali la *pubblica salute* posta in grave e presente repentaglio diventa legge suprema. La sapienza antica ha deciso la quistione a favore dei primi.

nel vedere questo magnanimo italiano giustificare il suo competitore di quelle arsioni del Palatinato, di cui essi con poco giudizio l' aggravano.

Ma è tempo omai, che io dichiari le ragioni che m' indussero ad attribuire questo libro al generale Montecuccoli, abbenchè nessun de' suoi biografi (1) ne abbia fatto espressa menzione, ed a malgrado delle mie ricerche intorno agli autografi del Montecuccoli, depositi nella biblioteca imperiale di Vienna. In mancanza di questo argomento di fatto, ho dovuto procedere ad una severa inchiesta del libro colle più sane regole dell' arte critica, la quale per via del paragone c' insegna a sceverare il vero dal falso, e raffrontando le cose dubbie ai tipi reali ci conduce ad accertare l' incerto, a diciferare l' ignoto, a riconoscere la verità. Tra i primi canoni di quest' arte v' ha quello di cimentare colle opere già note di un autore l' opera sulla quale si muove dubbio, o quistione, ed ove questa non differisca in nessun modo

(1) Nessun biografo, ch' io sappia, accenna di quest' opera, se non è il consigliere Enrico di Huyssen, al quale forse poteva esser nota. Leggesi ne prologo che egli scrisse all' edizione italiana delle opere del Montecuccoli fatta in Colonia l' anno 1704, che ne' libri delle *memorie militari*, e principalmente nel terzo, aveva il Montecuccoli scritto quello *che per l' avvenire dee osservarsi contro il Turco, ed altri nemici della C. M.* Ora non v' essendo nel libro terzo altri precetti, fuori di quelli relativi alla guerra contro il Turco, pare che quelle parole *ed altri nemici della C. M.* possano riferirsi agli Ungheri, e che venga così ad indicarsi il libro di cui parliamo, il quale nel manuscritto citato è posto al fine del terzo libro.

da quelle tanto per rispetto ai principj fondamentali della dottrina, quanto nel modo di ordinarla e d' esporla, potersi allora con ragionevolezza attribuirle tutte ad un solo e medesimo autore: difficile indagine, la quale non solo delle dottrine, che ad un batter d' occhio possono essere esaminate, e riconosciute, ma dell'ordinanza tutta dell'opera, e delle singole sue parti, delle sentenze, degli artifizii dello stile, e del maneggio della lingua si fa minuto e scrupoloso carico. Con questi metodi io mi son fatto ad esaminare con quell' attenzione che ho potuto maggiore l' opera di cui parlo, ed avendola in ogni sua parte trovata conforme di pensieri, e di parole all' altre del Montecuccoli ben note, non ho più dubitato di aggiudicarla a questo grande *italiano*, vendicandogliene l'onore. E per farmi a parlare dapprima da' termini generali, una è nel nuovo libro, e nei vecchi la maniera di disporre la materia, maniera dall' Autore stesso dichiarata nella sua prefazione agli *aforismi militari* ove dice *doversi appoggiar la dottrina all' autorità della storia, ed alla testimonianza degli Scrittori* (1); e nel libro sull' Ungheria precede di fatto un rapidissimo sunto storico sulle vicende di quel regno dall' anno 1490 sino a quello in cui l' Autore scriveva, onde *dimostrare* colla viva ragione dei fatti la certezza delle conseguenze,

(1) *Memorie del generale principe di Montecuccoli. Colonia* 1704. *Tom.* 1.° *pref.* Cito questa scorrettissima edizione, perchè quella posteriore di Milano non ha la prefazione intiera.

da lui chiamate *evidenze*, che ne deduce, cioè la necessità di spegnere ogni seme di discordia, di togliere ai turchi un ajuto, e di dare ai Cesari la tranquilla possessione di quel paese, senza del quale tornerebbero vane tutte le loro imprese contro l' impero ottomano.

Dice di più il Montecuccoli nella citata prefazione, che conviene *apportare le autorità ne' proprii termini e nelle precise parole, acciocchè il senso non ne resti nel volgarizzarle punto alterato* (1). A questo modo appunto, e secondo questo principio è ordinato il nuovo libro a somiglianza dei precedenti, cioè accompagnato ad ogni passo, e corroborato da frequenti citazioni originali, e quel che è più, desunte quasi tutte dagli autori stessi, che egli cita più frequentemente nelle altre sue opere, come l' Istuansio, storico dell' Ungheria da lui citato ne' *commentarj*, il Busbecchio, il Grozio, il Lipsio, e fra gli antichi Aristotile, Livio, Cicerone, Tacito, Curzio, Floro, e Vegezio, non senza addurre a luoghi, e secondo un costume a lui famigliare, le sacre carte.

Di qui adunque si può con sicurezza inferire, che l' artifizio dell' opera, in quanto che dalla storia delle cause sale alla ricerca degli effetti, è lo stesso di quello già osservato dall' Autore nelle rimanenti sue opere; ma questa affinità verrà ancor meglio confermata dal riscontro de' principj da lui professati.

---

(1) *Memorie di Raimondo Montecuccoli. Ediz. e luogo citato.*

Era il Montecuccoli profondo conoscitore degli uomini, e però acre censore degli Ungheri, i quali al suo tempo, come già si è detto, erano praticati dal Turco, divisi dalle parti, nemici segreti e talvolta scoperti de' Cesari, incapaci di libertà, impazienti di freno, più ribelli che sudditi, pericolosi sempre sì in guerra che in pace. Ebbe più volte il Montecuccoli a rimaner vittima egli stesso della loro fraudolente condotta ai tempi, che egli amministrava le cose della guerra nel loro paese; aveagli egli veduti nella Dieta di Cassovia, l'anno 1662, recalcitranti ad ogni richiesta dell'imperatore, unirsi di soppiatto a' suoi nemici, ricusare insolentemente all'oste cesarea ogni soccorso d'arme, d'uomini, di vettovaglie, di quartieri (1); avea egli sopportato che gli Ungheri gli chiudessero in faccia le porte delle fortezze, gli trucidassero i soldati poco lontano dalle insegne, gli guastassero le strade, e disfacessero i ponti per cui doveva passare, molestandolo sempre alle spalle, mentre egli aveva a fronte le scimitarre ottomane, e le innumerevoli miriadi di que' barbari minacciati sterminio e schiavitù a tutto l'orbe cristiano. Irritato da questi ostacoli egli scriveva ne' suoi *commentarj* essere i fomentatori di

(1) *Opere di Raimondo Montecuccoli illustrate da Ugo Foscolo. Milano* 1807-1808 *in fol. Commentarj lib.* 1; *pag.* 28 *et* 29. Cito ora questa edizione perchè più facile a riscontrarsi. Anche questa per altro a malgrado delle cure del chiarissimo editore manca di sincerità, e d'integrità sì nel testo che nelle note.

questo insano spirito di rivolta *degnissimi tutti d'ogni più atroce castigo per istrangolare nella culla la serpe* (1). Analogo intieramente a questa massima, ma più temperato nel riproporla, e più ponderato nel dimostrarla è il nuovo libro sull' Ungheria, ove colorisce, ed incarna, per dir così, il disegno già ne' commentarj abbozzato, e tratta appositamente del modo di porre un termine ad un così funesto stato di cose.

Tocca altresì in questo libro il Montecuccoli della massima politica dell' unità della religione dello stato, e si diffonde a dimostrarne i vantaggi, e l' importanza; e questa massima pure già viene da esso accennata nel primo libro de' *commentarj*, ove parlando della Transilvania, dice che l' odio verso i potenti, l' invidia agli uguali, e *la dissensione nelle religioni* la rendono cupida di novità.

Mostrasi finalmente il Montecuccoli nel corso di tutte le sue opere stampate alto estimatore della potenza militare ottomana, e del valore personale dei turchi, e se non fosse che quell' anima invitta insegnò sulle rive della Raab in qual terribil modo si possa fiaccar l' orgoglio di quei barbari, si direbbe forse ch' egli ne temesse, non per se, incapacissimo di timore, ma per l' Europa tutta, che egli vedeva con isdegno sonnacchiosa sull' imminente pericolo d' essere dai musulmani corsa e desolata. Ed erano appena

(1) Ibid. pag. 29 verso il fine.

chiusi quegli occhi così antiveggenti, e tacevano appena i cauti consiglii di quel labbro, che innondò il Turco l'Ungheria, e piantò lo stendardo di Maometto sotto le mura stesse di Vienna (1). Questo salutare timore, quest'alta estimazione delle forze musulmane lo trassero, non v' ha dubbio, a scrivere il libro sull' Ungheria, in cui tutto è preordinato al fine di poter tenervi un esercito perpetuo in piede, onde fronteggiare questo fiero nemico della cristianità.

Ma parmi omai tempo di venire al confronto dello stile, strumento di paragone più sensibile dell'altro, e non meno sicuro. Lo stile del Montecuccoli è giudicato da gran tempo (2): franco, sentenzioso, esatto, ha ben sovente andamento, e maniere latine; sono sue doti principali, periodi corti, frequenti incisi, pienezza di senso, proprietà di vocaboli, sprezzatura di frase; in somma un far largo, e proprio solamente di que' pochi che a forti e magnanime azioni austere e brevi parole congiungono. Parmi che queste egregie qualità, benchè non affatto scevre dai difetti del secolo in cui scriveva, da noi chiamato il seicento, tutte si ri-

(1) Morì il Montecuccoli l' anno 1681, e Solimano venne a *campo sotto* Vienna, liberata poi dal Sobieski, nel 1683.

(2) *Aureo libro, opere scritte con somma maturità e posatezza* chiama quelle del Montecuccoli il chiarissimo suo encomiatore il conte Agostino Paradisi (elogio del Mont. pag. 24 e 25), quindi soggiunge: *quanto alla lingua propria non si può negare ch'ei non ne avesse fatto studio su buoni autori, e segnatamente sul Segretario Fiorentino.*

trovino così negli altri come nel nuovo libro dell' Autore. Bastino i seguenti passi a comprovarlo:

» Il soldano Bajazette invase e corse qual folgore l'Un-
» gheria senza ritegno, onde i regnicoli sensibili al male,
» stupidi a penetrarne le cause, tutto il loro astio e l'odio
» loro contro Uladislao versando, d'ozio e d'iguavia pub-
» blicamente l' infamarono; ed egli a riscontro sopra la
» malignità, le frodi, l' avarizia e l' infingardaggine de'
» principali del regno, che messo a ruba l' avevano, ri-
» gettò tutta la colpa. »

Ed in altro luogo: « E già non racchiuse, e segrete,
» ma chiare e sfavillanti givano le fiamme della ribellione
» al cielo. Avvisi di province lontane, coi quali corrispon-
» devano le lettere intercette de' ribelli, le denunziazioni,
» e deposizioni de' complici, e i ragguaglj del residente
» Cesareo alla Porta ottomana manifestarono essere già i
» popoli con ispecie del ben pubblico e della libertà per-
» suasi e disposti a pigliar l' armi, e le città essere in
» pronto: gli Ungheri convenutisi di farsi tributarj del
» Turco, di combattere la gente cesarea, di congiungersi
» co' Transilvani, di obbligarsi ai sussidj forestieri, ed
» aspirare il Ragozzi a farsi Re d' Ungheria, ed il Serin
» di Croazia coll' assistenza del Turco e della Francia. »
Chi ha presente al pensiero il caldo e rapido narrare del Montecuccoli non dubiterà punto ad assegnare questi modi fra i suoi, anzi così suoi da non potersi in quel secolo ad altro scrittor militare, senza manifesta parzialità, riferire.

Seguita, che si tocchi delle sentenze, perchè lo stile dell'Autore è in questa parte così conciso, ed assoluto da doversi piuttosto pareggiar cogli antichi, anzi che lodar fra' moderni. Terminata adunque la storia di due secoli di discordie dell'Ungheria, stringendo molto in poco, conchiude:

» Dal racconto delle cose suddette risultano queste evi-
» denze: »

» 1.° Che nessun tempo è stato mai quieto nell'Ungheria.

» 2.° Che ci fa sempre bisogno d'un esercito in piede.

» 3.° Che il regno d'Ungheria appartiene ereditariamente
» a Leopoldo Cesare.

» 4.° Che la natura degli Ungheri instabile, incontenta-
» bile, sconoscente, licenziosa, tumultuante non si lascia
» nè reggere dalla ragione, nè governar dalle leggi. Gente
» sempre da temersi se ella non teme; onde la loro vo-
» lontà vuol esser retta con verga di ferro, e ritenuta in
» freno con vigore.

» 5.° Che le loro leggi sono dissonanti, ed esorbitanti.

» 6.° Che le loro diete sono confuse e tumultuanti, ed
» i Palatini insolenti e sediziosi. Sulla base di questi prin-
» cipii, stabiliti nella natura intrinseca de' casi e delle cose
» successe, si hanno a divisar i mezzi per la conservazione
» del regno d'Ungheria. Due sono i cardini, sopra i quali
» si raggira tutta la macchina del governo, le leggi e l'armi.
» Con quelle si regola la volontà de' popoli, con queste
» ella si costringe ad ubbidire alle leggi, togliendo loro
» la facoltà di tumultuare. Quelle vagliono ne' tempi quieti,

» e fra' suoi; queste s' adoprano contro gli esteri ne' tempi » tranquilli, e fra' suoi ne' torbidi per conservare e per » ricondurre la tranquillità. Le leggi senza l'armi non hanno » vigore, l' armi senza le leggi non hanno equità. »

Coloro i quali hanno studiato di proposito gli artifizii dello stile, e quelli dell' Autore avranno nei passi addotti il più forte argomento dell' autenticità del libro del Montecuccoli. E poichè alcuna cosa toccai più sopra dei difetti del secolo in cui egli scriveva, mi gioverò eziandio di questi per avvalorare le mie prove.

Amava il Montecuccoli la scienza della medicina (1), la quale col corredo di molte altre aveva studiato in gioventù, e son frequenti nelle opere di lui i luoghi, dove, invocando i principj di quella sotto le forme scolastiche, colle quali s' insegnava in quel secolo, gli adatta alle sue proprie considerazioni; ed appunto sul bel principio di questo nuovo libro desume egli dalle dottrine mediche il suo esordio: *Non men conviensi al medico di ben conoscere la fisica costituzione del soggetto attorno a cui egli s' adopera, di quello che si appartenga al politico d' indagar a minuto per entro la natura del corpo morale, che egli dee reggere, o correggere, acciocchè, conforme alle sue condi-*

(1) *Gli avanzò tempo, tanta era in lui la misura di usarlo, perchè ei si erudisse della Filosofia, della Medicina, della Giurisprudenza, ed anco ebbe valore di sollevarsi co' Teologi alla contemplazione della divinità.* Paradisi elog. del Principe di Montecuccoli pag. 23.

zioni e circostanze, sappia egli agguagliar i mezzi a loro fine, ed alla qualità del male applicar convenevolmente i rimedii.

Ultimo punto di paragone era l' esame de' *luoghi* di questo libro, i quali potessero essere testualmente ricavati dagli altri composti assai tempo prima; ma per quanto lo scopo di tutte queste opere sia analogo ed uniforme, un sol passo mi venne fatto di rinvenire, il quale ripete pressochè colle stesse parole un principio intorno alle fortezze già da lui negli *aforismi* stabilito, e dimostrato: e la differenza di questi due passi risulta principalmente da ciò che l' Autore parlando appositamente negli *aforismi* delle fortezze, procede più ampio, e discorre con ragionamento più seguitato, e che nel libro *sull' Ungheria* parlando per così dir di passaggio abbrevia le prove, e replicando alcune delle stesse parole dell' opera sua anteriore, par che intenda di richiamarla alla mente de' suoi lettori. Qualunque altro scrittore, che autore delle due stesse opere non fosse, non sarebbe a questo modo proceduto, poichè o avrebbe riferito intiero l' articolo del Montecuccoli a autorità e testimonianza del suo, o ne avrebbe con altre parole espressa la dottrina. Ecco i due passi in confronto

Le fortezze sono caratteri di giurisdizione, e mezzi efficaci alla tranquillità pubblica, perchè elle assicurano la forza de' reggenti, l' obbedienza ne' sudditi, il buon ordine dentro, e la resistenza alle violenze di fuori. Libro sull' Ungheria.

Sono le fortezze custodia de' scettri, freno e ceppo de' popoli sediziosi, caratteri di giurisdizione d' domati, e mezzi efficaci alla tranquillità pubblica, coll' assicurar le forze de' reggenti, l' obbedienza ne' sudditi, il buon ordine dentro, e la resistenza alle violenze di fuori. Aforismi militari, cap. v (1).

Dopo i varii passi del nuovo libro da me nel corso di questa lezione riferiti poco mi rimane a dire sulla lingua in esso adoperata, poichè è facile il convincersi che essa, come quella usata in ogni altra scrittura dal Montecuccoli, è la comune italiana, peccante forse di alcun idiotismo municipale, ma nobilitata pur sempre dalla scelta de' vocaboli proprii, e da modi derivati dalla buona latinità.

Giovami finalmente d' aggiungere, ma per sola testimonianza di fatto, che nel manuscritto citato, il libro sull' Ungheria è scritto dalla stessa penna di seguito ai tre altri già noti, senza nessuna divisione, o indicazione diversa, e legato nel volume istesso.

Non v' ha dubbio, che il confronto coll' autografo di Vienna avrebbe più prontamente e più sicuramente forse deciso la quistione; ma l' inutilità delle ricerche, e delle istanze di tanti italiani, i quali in varii tempi hanno dato opera a restituire la vera lezione degli scritti del Montecuccoli, mi disperarono d' ottenerlo, e però m' indussi a

(2) Vedi tutto intiero questo capitolo ove l'Autore agita la quistione delle fortezze così sotto l'aspetto politico, quanto sotto il militare.

cimentare il libro colle regole critiche che ho esposto alla Classe, regole certe quanto i fatti istessi, poichè posano sopra la natura delle cose, e sopra la loro vicendevole ed irrefragabile analogia, regole che la filosofia preferisce ad ogni altro ajuto nell' inchiesta del vero.

Resta, che le deboli forze del mio ingegno m' abbiano consentito di governarmi dirittamente nella applicazione di questi canoni al libro descritto, onde accertarne l' onore al Principe Montecuccoli; onore che come scrittor politico egli ha comune con pochi, e che accrescerà sempre più quello dell' Italia, madre di questo immortale guerriero. Avranno in esso gl' italiani lezioni severe sul maneggio pratico degli uomini, sul governo degli stati, sui diritti delle corone, e delle nazioni, e ritrarranno da quello stile i modi più solenni di trattar con grave precisione queste importanti materie: e a me rimarrà, spero, il conforto di non aver in opera vana, nè ingloriosa alla patria gettato il tempo e le cure.

V. Tesi Revisore Arcivescovile.